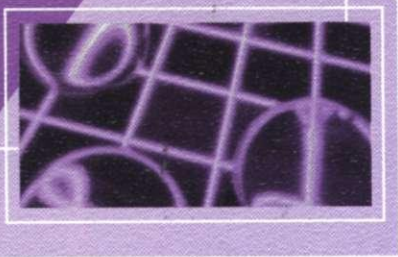


А. Н. Вяльцев



ДИСКРЕТНОЕ

**ПРОСТРАНСТВО-
ВРЕМЯ**



URSS

А. Н. Вяльцев

**ДИСКРЕТНОЕ
ПРОСТРАНСТВО-
ВРЕМЯ**

Издание третье, стереотипное

МОСКВА



URSS

Вяльцев Анатолий Николаевич

Дискретное пространство-время. Изд. 3-е, стереотипное. — М.: КомКнига, 2007. — 400 с.

В предлагаемой вниманию читателя книге обсуждается и анализируется концепция дискретной структуры пространства-времени. Приводятся аргументы в пользу такой концепции, с привлечением по возможности всего относящегося к вопросу исторического материала. Описаны свойства механизма движения в условиях дискретного пространства-времени, показаны нерешенные проблемы физики непрерывного мира, намечены подходы к разработке математического аппарата и построению физической теории дискретного мира.

Книга адресована математикам и физикам-теоретикам, философам, преподавателям, аспирантам и студентам естественных вузов, а также широкому кругу заинтересованных читателей.

Ответственный редактор *Э. Кольман*

Издательство «КомКнига». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.
Формат 60 × 90/16. Бумага типографская. Печ. д. 25.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, д. 11А, стр. 11.

13-значный ISBN, вводимый с 2007 г.:

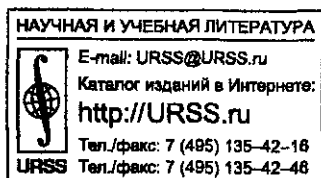
ISBN 978-5-484-00866-7

Соотв. 10-значный ISBN, применяемый до 2007 г.:

ISBN 5-484-00866-2

© А. Н. Вяльцев, 1965, 2007

© КомКнига, 2006, 2007



433707 ID 41522



История науки на каждом шагу показывает, что отдельные личности были более правы в своих утверждениях, чем целые корпорации ученых или сотни и тысячи исследователей, придерживавшихся господствующим взглядам <...> Излагая историю современного нам научного мировоззрения, мы неизбежно должны касаться мыслей, идей и работ именно этих научных работников, стоявших в стороне.

В. И. Вернадский (1903 г.)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Пространство и время, в которых мы живем, обычно считаются непрерывными.

Соответствует ли это действительности? Не обладает ли пространство-время дискретной структурой, подобно покоящемуся веществу, электричеству и действию?

Данное предположение тем более законно, что, если учесть неразрывную связь вещества, пространства и времени, единообразие их структур покажется более удовлетворительной презумпцией, чем разнообразие, причины которого неясны. Правда, мы не в состоянии вложить какой-либо наглядный смысл в атомизм пространства-времени: легко говорить об атомизме различных вещей на непрерывном фоне, но совсем нелегко понять, что такое атомизм самого фона; однако данное обстоятельство не может служить возражением против выдвинутого предположения, особенно теперь, когда успехи физики микромира научили нас вкладывать физический смысл не только в наглядные модели. Ясно также, что принятие выдвинутого предположения потребует коренного пересмотра наших представлений о структуре внешнего мира; однако и это обстоятельство не может служить возражением против выдвинутого предположения, а лишь создает дополнительный повод для обстоятельного анализа его.

Попытку такого анализа с привлечением по возможности всего относящегося к вопросу исторического материала и содержит в себе настоящая книга.

Проблема непрерывного и дискретного принадлежит к числу важнейших мировоззренческих проблем и может рассматривать-

ся с нескольких различных точек зрения. В предлагаемой вниманию читателя книге, в соответствии с упомянутым предположением о структуре пространства-времени, она обсуждается только с одной стороны, причем очень специальной, именно со стороны тех возможностей, которые открывает концепция дискретности в применении к пространству-времени. Вопросов взаимосвязи непрерывного и дискретного, их единства, достоинств концепции непрерывности и т. п. я почти совершенно не касаюсь. Иначе говоря, я выступаю здесь откровенным апологетом концепции дискретного пространства-времени и пытаюсь привести в ее пользу все аргументы, которые в настоящий момент вообще можно привести, пытаюсь истолковать в ее интересах все, что только допускает в современной физике и математике такое истолкование. Односторонность подобной позиции не надо доказывать — она очевидна. В той же мере прозрачна ее цель: как известно из практики тяжб, именно односторонняя позиция позволяет наилучшим образом выяснить все достоинства защищаемой точки зрения.

Насколько предположение о дискретной структуре пространства-времени, раскрытое в такой форме, оправдывает себя, я предоставляю судить читателю.

Выражаю благодарность моей матери за помощь при перепечатках рукописи этой книги.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Всюду, где нет оговорки, буквы в формулах и в тексте имеют следующий смысл:

c — скорость света в пустоте, $3 \cdot 10^{10}$ см/сек;

e — элементарный электрический заряд, $4,8 \cdot 10^{-10}$ эл.-ст. ед.;

g — постоянная Ферми, $4 \cdot 10^{-60}$ г·см³/сек²;

G — гравитационная постоянная, $6,7 \cdot 10^{-8}$ см³/г·сек²;

\hbar — постоянная Планка (действия), $6,6 \cdot 10^{-27}$ эрг·сек; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$;

m или m_0 — масса лептона (электрона или позитрона), $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-28}$ г;

M или M_0 — масса нуклона (протона или нейтрона), $M_0 = 1,7 \cdot 10^{-24}$ г;

μ — масса произвольной частицы;

ϵ — собственная энергия произвольной частицы: $\epsilon = \mu c^2$;

Латинские индексы i, k пробегает значения 1, 2, 3.

Греческие индексы μ, ν пробегает значения 1, 2, 3, 4.

Для новых констант приняты обозначения:

P — линейный атом пространства (одон),

τ — атом времени (хронон).

СОКРАЩЕННЫЕ НАЗВАНИЯ ЖУРНАЛОВ

Названия неоднократно цитируемых журналов и сборников приводятся в сокращенной записи, как правило, по начальным буквам их названия:

- ВМУ — Вестник Московского университета
- ВФ — Вопросы философии
- ВФП — Вопросы философии и психологии
- ДАН — Доклады Академии наук СССР
- ЖЭТФ — Журнал экспериментальной и теоретической физики
- ИАН — Известия Академии наук СССР, серия физическая (или отделение математических и естественных наук)
- НКТП — Нелинейная квантовая теория поля. Сборник статей, М., 1959
- ПСФ — Проблемы современной физики
- ТИИЕТ — Труды Института истории естествознания и техники АН СССР
- УМН — Успехи математических наук
- УФН — Успехи физических наук
- ЧФЖ — Чехословацкий физический журнал, серия В
- AAL — Atti della Reale Accademia dei Lincei
- AASF — Annales Academiae Scientiarum Fennicae
- AAW — Almanach der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Wien
- AGPh — Archiv für Geschichte der Philosophie
- AIP — Annales de l'Institut Henri Poincaré
- AJPh — American Journal of Physics
- Ann — Annual International Conference on high energy physics at CERN. Proceedings. Genève, 1958.
- APh — Annalen der Physik
- APhH — Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae
- APhP — Acta Physica Polonica
- AS — Annals of Science
- R.I.Ph.S — The British Journal for the Philosophy of Science

- CJ— Canadian Journal of Mathematics
 CR— Comptes Rendus, Paris
 DVS— Det K ngelige Danske Videnskabernes Selskab. Matematisk-fysiske Meddelelser
 HPhA— Helvetica Physica Acta
 JPhR— Journal de Physique et le Radium
 JPhS— Journal of the Physical Society, Japan
 JSH— Journal of Science of the Hiroshima University
 N— Nature, London
 NAWG— Nachrichten der Akademie der Wissenschaften in G ttingen. Mathematisch-physikalische Klasse. II a. Mathematisch-physikalisch-chemische Abteilung
 NC— Il Nuovo Cimento
 NPh— Nuclear Physics
 Nw— Naturwissenschaften
 PCPhS— Proceedings of the Cambridge Philosophical Society
 PhM— Philosophical Magazine
 PhR— Physical Review
 PhZ— Physikalische Zeitschrift
 PNAS— Proceedings of the National Academy of Sciences, USA
 PPhS— Proceedings of the Physical Society of London
 PRS— Proceedings of the Royal Society of London, Series A
 PRSE— Proceedings of the Royal Society of Edinburgh
 PTPh— Progress of Theoretical Physics
 Report— Report of an International Conference of Fundamental Particles and Low Temperatures held at the Cavendish Laboratory, Cambridge, on 22—27 July 1946. Vol. I. Fundamental Particles, London, 1947
 RMPH— Reviews of Modern Physics
 SPAW— Sitzungsberichte der k niglich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, math.-phys. Kl.
 ZN— Zeitschrift f r Naturforschung
 ZPh— Zeitschrift f r Physik.

Моя книга «Легчайшие атомные ядра». М., 1963, обозначается в ссылках римской цифрой I.

В ссылках, после названия журнала, полного или сокращенного, указываются по порядку: том (выпуск, номер) журнала, начальная и последняя страницы статьи или цитируемая страница, год издания. Например, ссылку ДАН, 64, 41—44, 1949 надо читать так: Доклады Академии наук СССР, том 64, страницы с 41 по 44, год 1949.

В сносках принято сокращенное обозначение слова «ссылка» — сс.

ВВЕДЕНИЕ

Как показывает знакомство с историческими документами, представление об атомах пространства и времени отнюдь не чуждо истории человеческой мысли. Вклад в развитие этого представления, оригинальный или компилятивный, делала почти каждая эпоха. Особенно большой вклад, причем продолжающий стремительно расти, сделан в новое время. Последний факт невольно наводит на мысль: не является ли общепринятый, континуалистический взгляд на пространство и время исторически преходящим и не находимся ли мы сейчас в той стадии развития, когда создались, наконец, необходимые условия для перехода от него к новому, атомистическому взгляду?

К успешному решению поставленного вопроса можно, очевидно, надеяться подойти только путем сравнительного анализа обеих концепций. Для проведения такого анализа надо знать достоинства и недостатки каждой из них. Концепция непрерывного пространства-времени известна достаточно хорошо, напротив, концепция дискретного пространства-времени еще нуждается в адвокатах и популяризаторах. Последнее соображение может служить обоснованием выпуска в свет настоящей книги.

При решении вопроса о достоинствах и недостатках концепции дискретного пространства-времени я предлагаю выделить два подхода к задаче — логический и исторический, — определив их следующим образом.

Первый подход, по определению, должен состоять в изучении отдельных следствий концепции, в истолковании этих следствий на современном материале, в установлении связей между идеями концепции и различными течениями в современной науке, в попытках вскрыть присутствие этих идей в намечающихся решениях различных естественнонаучных проблем и т. д. Окончательное на данной стадии научного развития заключение о новой концепции при таком подходе к ней будет, очевидно,

зависеть от того, насколько хорошо идеи ее соответствуют духу современной науки.

Второй, исторический подход естественно определить как состоящий в сравнении исторической судьбы новой концепции с наиболее общими закономерностями процесса познания. Здесь, следовательно, первостепенное значение приобретает формулировка этих последних закономерностей.

Охарактеризованные подходы неравноправны по своей доказательной силе: в то время как ничто не мешает нам судить о соответствии идей новой концепции современной науке, суждение о соответствии их развития специфическим закономерностям развития истинных идей является делом еще только создаваемой научной истории науки (см. I, стр. 4). На исторический подход к задаче следует поэтому смотреть, скорее, как на новую проблему, ожидающую своего решения, чем как на инструмент для решения других проблем.

Для того, чтобы начать дискуссию и по исторической части проблемы, надо, по всей вероятности, выдвинуть и принять за основу некоторые достаточно надежные и в то же время достаточно содержательные положения, в свете которых затем и пытаться оценивать ход событий в новой области. Понятно, что успех всего начинания во многом будет зависеть от удачного выбора таких положений.

В предварительном порядке я предлагаю взять за основу следующие две закономерности познания, представляющие собой результат обобщения некоторых широко известных фактов:

1. **Постоянство путей развития науки.** Развитие одних и тех же истинных идей у разных народов в разные эпохи, когда для этого создаются необходимые условия, происходит в основном одинаково, по одному и тому же руслу, если даже процесс развития в каждом случае идет самостоятельно, без заимствований и без помощи со стороны других культурных центров. «Оказывается, не случайно делается то или иное открытие, так или иначе строится какой-нибудь прибор или машина. Каждый прибор и каждое обобщение являются закономерным созданием человеческого разума; при новом воспроизведении, иногда столетия спустя, в новой среде, в них повторяются те же самые черты, они создаются одинаковым образом»¹.

2. **«Предгрозовое» состояние науки.** Когда создаются условия для развития новой концепции, в науке появляются, впрочем, как правило, своевременно неосознаваемые, многочисленные применения, приложения, преломления и предчувствия идей этой концепции (I, стр. 55). Другой стороной того же является накопление в науке разного рода загадочных эффектов, непре-

¹ В. И. Вернадский. О научном мировоззрении, 19 (см., например, его же «Очерки и статьи», вып. 2, Пг., 1922, стр. 35).

долимых трудностей, нерешенных проблем. Поскольку эти последние симптомы констатируются уже легко, возникает и укрепляется уверенность, что наука находится накануне каких-то больших потрясений.

Оба подхода, логический и исторический, применимы, естественно, не только к гипотетическим, но и к уже утвердившимся в науке концепциям. Обсуждение гипотетических отличается лишь большей остротой и повышенной ответственностью за высказываемые суждения. История науки, по-видимому, не избежит да и не должна избегать выхода на этот передовой участок научного фронта. Именно в применении к еще нерешенным проблемам историко-логический анализ должен получить боевое крещение, именно здесь и только здесь он может доказать свою познавательную силу.

Я приглашаю читателей книги включиться в обсуждение поставленного вопроса и, читая книгу, самим решить, можно ли на данном этапе, и если можно, то как следует оценить в свете указанных критериев концепцию дискретного пространства-времени. В Заключение, где снова обсуждается этот вопрос, мы сможем тогда сравнить наши мнения.

* * *

Предыстория атомизма (история донаучной стадии атомизма) принадлежит в настоящее время к числу особенно хорошо изученных и наиболее популярных разделов истории физики и философии, но это относится только к вещественному атомизму. Что же касается пространственно-временного атомизма, то предыстория его, наоборот, принадлежит к числу особенно плохо изученных и наименее популярных разделов истории. Мы уже так свыклись с вещественной природой атома, что словосочетания вроде «атом пространства» и «атом времени», когда мы слышим их впервые, воспринимаются как диссонансы. А между тем есть основание полагать, что вначале древнегреческое слово «атом» было употреблено именно в последнем смысле и что вообще научная концепция атомизма имеет смысл только как концепция универсального атомизма, т. е. атомизма вещества, пространства и времени.

Начало научной стадии в развитии концепции дискретности можно датировать началом прошлого века, когда Дальтон заложил основы атомистической теории вещества. Установление атомистической теории электричества было вторым важным этапом этого процесса, построение квантовой теории — третьим. После этого история атомизма стала современностью, и мы, таким образом, незаметно переходим от исторических экскурсов к анализу современного состояния физики и математики, а от него — к попыткам экстраполировать наметившиеся закономерности на

будущее. Такова особенность исследований по логике развития идей.

История идей — это своего рода мост, связывающий прошедшее с будущим. Идя по нему, можно «опередить» свое время и заглянуть в завтрашний день. Делать это пока приходится способом проб. Данный способ здесь, как и всюду, состоит в выборе какого-нибудь кажущегося разумным предположения, которое затем и испытывается, как будто оно является настоящим решением рассматриваемой проблемы. Предположение, которое обсуждается в этой книге — предположение об атомизме пространства-времени, — было достаточно обосновано в Предисловии. К сказанному там можно добавить, что данное предположение в известном смысле замыкает круг вопросов, поднятых Дальтоном полтора столетия назад, ибо с переходом к дискретному пространству-времени мы изгоняем из области наглядных представлений последние следы непрерывности.

Развитие идей пространственно-временного атомизма в новое время происходит в форме, существенно отличной от древних форм познания. Древность ставила и пыталась решить все проблемы, которые казались ей достойными внимания. Это естественно и закономерно, поскольку именно так должна проявляться первоначально «пытливость ума, ищущего истину»², — логическая основа науки. Опыт человечества, однако, показал, что процесс научного познания природы подчинен своим собственным непреложным законам, и ученый, если он хочет достичь успеха, должен на каждой данной стадии развития решать только те проблемы, обсуждение которых подготовлено предшествующим развитием науки (ср. I, стр. 271). Может быть, в этом понимании того, что надо обсуждать и от обсуждения чего надо воздержаться, и состоит отличие современного ученого от древнего философа в главном для историка, в гносеологическом плане. Между прочим, было бы крайне интересно выяснить, какие проблемы из совокупности проблем, поставленных древними мыслителями, решены наукой и в какой последовательности это сделано.

Следующие два примера иллюстрируют способ возникновения идей пространственно-временной дискретности в новое время.

1. В начале XX века, после фундаментального открытия Планка, появилась возможность считать скачкообразность изменения состояний системы типичной чертой процессов микромира. Первоначально гипотеза Планка распространялась на весьма ограниченный круг микросистем, но ничто, казалось, не мешало обобщить ее на все микросистемы мира, т. е. — на весь уже

² Н. А. Любимов. История физики. Опыт изучения логики открытий в их истории. Часть I. Период греческой науки. СПб., 1892, стр. 1.

изученный материальный мир. Именно такое обобщение произвел Пуанкаре незадолго до своей смерти³. Кроме того, он предположил, что скачки различных микросистем совершаются не в разнорядной, не в беспорядке, а синхронно, подчиняясь единому ходу мировых часов. Тем самым вселенная уподоблялась грандиозной машине, совершающей периодические пульсации — квантовые переходы из одного состояния в другое. «В промежутках между этими скачками — продолжал развивать свою мысль Пуанкаре — вселенная остается неподвижной; различные моменты времени, в течение которого сохраняется это неизменное состояние вселенной, очевидно, не могут быть отличены друг от друга. Мы приходим, таким образом, к прерывному течению времени, к атому времени»⁴.

Как видим, мысль о дискретной структуре времени и об атоме времени принадлежит к числу последних мыслей Пуанкаре и возникла у него в связи с революционным открытием Планка.

Признав дискретность времени, кажется правильным сделать то же самое в отношении пространства. Теория относительности, вскрывшая далеко идущий параллелизм между временной и пространственными координатами, оправдывает, а квантовая теория с ее дискретным фазовым пространством поощряет это предположение. И оно действительно было высказано, когда явился подходящий побудительный фактор.

2. В 1927 г. Гейзенберг установил свое соотношение неопределенностей

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar,$$

истолковав его как соотношение между средними ошибками измерений. Ограничение, накладываемое соотношением Гейзенберга, вообще говоря, позволяет производить измерение координат и импульсов с любой степенью точности; оно ограничивает только точность одновременного измерения сопряженной величины. Такое толкование возможностей экспериментальных измерений нельзя признать удовлетворительным. История физики учит, что все неограниченное приходится в конце концов ограничивать; поэтому кажется правильным дополнить и условие Гейзенберга признанием существования некоторых абсолютных пределов точности измерений.

Если подобное признание распространяется на пространственные координаты, мы приходим к представлению о зернистой структуре пространства; распространив его и на временные координаты, придем к представлению о зернистой структуре времени.

³ А. Пуанкаре. Последние мысли, 6.5 (в издании Пг., 1923, стр. 99).

⁴ Там же.

Именно так рассуждал Фюрт, когда он предложил рассматривать Δx и Δp в соотношении Гейзенберга как «постоянные» локальной и импульсной решеток и, соответственно, Δt и ΔE в соотношении

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar,$$

как «постоянные» для времени и энергии⁵. Дополнительным в этом рассуждении является только введение наряду с дискретным локально-временным пространством дискретного импульсно-энергетического пространства. Такое обобщение вполне соответствует духу квантовой механики. Когда в квантовой механике локальная координата считается непрерывной, импульсная координата, определяемая индексом l волновой функции $\psi_l(x)$, — дискретна; когда же непрерывными считаются импульсные координаты, дискретными оказываются локальные, определяемые индексом m волновой функции $\varphi_m(p)$ ⁶. Налицо, таким образом, явная симметрия между локальными и импульсными координатами. В интерпретации Фюрта она только расширяется — обобщается на случай одновременной дискретности и тех и других координат.

Интерпретацию Фюрта можно подкрепить и другим способом, введя в рассмотрение, по аналогии с соотношениями неопределенностей, перестановочные соотношения

$$[X, P] = i\hbar, [T, E] = i\hbar,$$

в которых X, P, T и E — операторы координаты, импульса, времени и энергии. При определенных условиях эти операторы могут иметь только дискретный ряд возможных значений и тем самым описывать дискретное пространство-время и дискретную импульс-энергию⁷.

Истолкование координаты, импульса и энергии как операторов общепринято в квантовой механике; что касается операторного истолкования времени, то в пользу его можно привести следующий довод. В квантовой механике функции времени выражаются матрицами типа $\langle E'/F(t)/E'' \rangle$, но выражения такого рода не имеют физического смысла, так как одновременное точное измерение времени и энергии, предполагаемое в них, практически неосуществимо. Значит, эти выражения должны быть устранены из окончательных выводов теории. Может быть, имен-

⁵ R. Fürth. Über das Massenverhältnis von Proton und Elektron.— *Nw*, 17, 688—689, 1929; Über einen Zusammenhang zwischen quantenmechanischer Unschärfe und Struktur der Elementarteilchen.— *ZPh*, 57, 429—446, 1929.

⁶ M. Born. Application of «reciprocity» to nuclei.— *PRS*, 166, 552—557, 1938.

⁷ I. Watanabe. On the quantization of physical space-time operators.— *PTPh*, 24, 465—483, 1960.

но операторное истолкование времени и позволит произвести это устранение⁸.

В качестве комментария к приведенным примерам можно было бы еще раз подчеркнуть, что в обоих рассмотренных случаях идея пространственно-временной дискретности возникла в связи с крупными открытиями и в предчувствии больших возможностей, раскрывшихся благодаря им перед наукой,— короче, идея пространственно-временной дискретности в новое время возникла после того и тогда, как и когда развитие науки вплотную подвело к ней. Именно такая постановка вопроса типична для нашего времени. Но, с другой стороны, какое это знаменательное событие: современная физика в своем историческом развитии приведена к тому же рубежу, к которому подошла древняя философия, опиравшаяся на законы чистого мышления! Мы воочию здесь видим, как умозрительный метод анализа соприкасается с экспериментально-теоретическим методом, как современность перекликается с древностью и физик-теоретик подает руку античному мыслителю. Приведенные примеры, кроме того, показывают, что идея пространственно-временной дискретности не чужда нашему времени, так же как она была не чужда всем предшествующим эпохам, по крайней мере со времен Зенона Элейского.

Переход к концепции дискретности избавляет нас от трудностей с бесконечностями, типичных для концепции непрерывности, но вызывает к жизни ряд новых трудностей или проблем, требующих специального решения. Собственно говоря, в таком смещении нерешенных проблем и состоит развитие науки, причем прогрессивное развитие следует, очевидно, ассоциировать со смещением проблем в направлении общности: во всяком случае, сведение всех проблем к одной проблеме всегда рассматривалось как высшая цель науки. Заранее нельзя сказать, разрешимы ли проблемы концепции дискретности и удовлетворяет ли их решение указанному условию. Может быть, они окажутся «сфинксом» и «гордиевым узлом, не рассекаемым ни для какого меча», как выражались некоторые преподаватели Московской славяно-греко-латинской академии⁹; а может быть, наоборот, только в такой постановке проблема структуры мира и допускает решение, и это решение, когда оно будет дано, принесет новый триумф физической науке.

Как бы там ни было, предоставим пока старой концепции по-прежнему царить над умами и посмотрим, что представляет собой ее юная соперница.

⁸ См. сс. 7.

⁹ См., например, В. Зубов, Ломоносов и славяно-греко-латинская академия.— ТИИЕТ, I, 44, 1954.

МЕХАНИЗМ ДВИЖЕНИЯ В ДИСКРЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ- ВРЕМЕНИ

Признание концепции дискретного пространства-времени с неизбежностью влечет за собой столь богатый ряд необычных на первый взгляд следствий, особенно в отношении картины механического движения, что неудивительно усомниться в справедливости этой концепции уже на самой первой стадии знакомства с нею. И многих ученых как прошлого, так и настоящего действительно постигла эта участь. Если, однако, не поддаваться первому впечатлению, «не убояться» его и углубиться в изучение предмета, то окажется, что упомянутые странные следствия не только не противоречат последним успехам физики, но в некотором роде навязываются ими, или, по меньшей мере, эти успехи могут быть правильно поняты только в рамках данной концепции. Тем самым, то, что вначале казалось возражением против дискретности и препятствием к признанию ее, в действительности оказывается аргументом в пользу ее и призывом к защите ее положений. Концепция дискретности напоминает в этом отношении тот мир, над входом в первую зону которого Данте предлагал начертать слова:

Здесь нужно, чтоб душа была тверда,

Здесь страх не должен подавать совета;

и пройдя которую, путник может надеяться выйти на просторы светлых полей Истины.

Мы ограничимся в настоящей главе обсуждением трех важнейших следствий концепции в применении к механизму движения в условиях дискретного пространства-времени — свойств изотаксии, кекинемы и реновации.

§ 2.1. Свойство изотаксии

На предыдущих страницах мы обычно говорили одновременно о дискретности и пространства и времени. На первый взгляд это может показаться неоправданным обобщением, т. е. можно подумать, что дискретность пространства не

обязательно влечет за собой дискретность времени и, наоборот, дискретное время совместимо с непрерывным пространством. Несколько более глубокое знакомство с предметом обнаруживает ошибочность подобного предположения.

Обсуждая вопрос о соотношении между пространством и временем, естественно сосредоточить внимание на таком явлении, где оба рассматриваемых понятия так сказать сливались бы в некий пространственно-временной монолит, в некий комплекс, неразложимый на части. К числу таких явлений относится прежде всего процесс перемещения тела в пространстве с течением времени, т. е. механическое движение тела. Действительно, механическое движение, как это было вполне ясно осознано уже Зеноном Элейским, по праву можно назвать реализованным единством пространства и времени: нельзя мыслить механическое движение без учета пространства, с одной стороны, и без учета времени, с другой стороны; пространство, время и механическое движение — это как бы три звена одной цепи, и можно думать, что свойства их в значительной степени обуславливают друг друга. Анализ задачи, как мы сейчас убедимся, полностью подтверждает данное заключение в отношении интересующего нас свойства.

Предположим, например, что дискретно только пространство, время же бесконечно делимо. Тогда, учитывая, что «всякое движение происходит во времени и во всякое время может происходить движение, и, далее, что все движущееся может двигаться скорее или медленнее»¹, мы получим возможность провести следующий ряд рассуждений: «Пусть *A* будет более скорое тело, *B* — более медленное, и пусть более медленное проходит путь *ГД* за время *ЗИ*. Ясно, что более быстрое тело пройдет тот же путь за меньшее время; пусть оно будет двигаться в течение времени *ЗФ*. Но если более скорое тело за время *ЗФ* прошло весь путь *ГД*, то более медленное в то же время проходит меньший путь, например, *ГК*. Если же более медленное тело прошло за время *ЗФ* путь *ГК*, то более скорое тело проходит его в меньшее время. Значит, время *ЗФ* будет разделено. При его делении в той же пропорции разделится и путь *ГК*. А если разделится путь, то разделится и время. И всегда будет происходить так, если переходить от более скорого к более медленному и от более медленного к более скорому и применять указанный способ, ибо более скорое будет делить время, а более медленное путь»².

Из приведенного отрывка, заимствованного у Аристотеля, следует, что, допустив бесконечную делимость времени, мы неизбежно приходим к бесконечной делимости и пространства. Точно так же бесконечная делимость пространства влечет за собою, как неизбежное следствие, бесконечную делимость времени. Зна-

¹ Аристотель. Физика, 6.2.

² Там же.

чит, пространство и время, действительно, имеют единую природу в рассматриваемом отношении: или оба они непрерывны, или оба дискретны. Третьего быть не может.

Признание дискретности пространства и времени, как уже отмечено, чревато важными последствиями. Необходимость одного из них отчетливо видна из приведенного рассуждения; тем не менее для большей ясности не кажется лишним, во-первых, привести еще некоторые рассуждения Аристотеля и, во-вторых, пересказать эти его рассуждения, придав им более современную форму.

Рассмотрим движение двух тел с разными скоростями. «Пусть,— говорит Аристотель,— более быстрое тело проходит в то же время полуторную длину и пусть длина эта будет разделена на три неделимые части, а длина, проходимая более медленно, на две. Следовательно, при более быстром движении, и время разделится на три неделимые части, так как равное проходится в равное время, а при более медленном — на две части. неделимое, таким образом, разделится»³.

Обозначим, переводя сказанное Аристотелем на более привычный нам язык математических символов, неделимые интервалы длины и времени через q и τ соответственно⁴. Частное q/τ даст нам некоторую определенную скорость. Для скорости, в два раза большей, мы должны взять $2q/\tau$, но это значит, что элемент пути q пройден телом за полуинтервал времени $\tau/2$: «быстрое поделило время». Тем самым полуинтервал времени получил реальное бытие, что противоречит нашему исходному предположению о неделимости τ . Для скорости, в два раза меньшей, запишем: $q/2\tau$, т. е. за элемент времени τ пройден путь $q/2$: «медленное поделило путь». Тем самым полуэлемент пути приобрел реальный смысл, что несомненно с нашим исходным предположением о неделимости q . Таким образом, концепция дискретности пространства и времени противоречит как скорость, большая q/τ , так и скорость, меньшая q/τ . Отсюда следует, что в рамках данной концепции возможно движение только с одной единственной скоростью, равной q/τ .

³ Аристотель. Физика, 6.2.

⁴ В символике и терминологии элементарных длин и времен в настоящее время еще нет общепринятого соглашения — разные авторы пользуются разными символами и терминами. Я принял за правило в этой книге обозначать элементарный интервал длины буквой q , а элементарный интервал времени буквой τ . В оправдание такого выбора могу указать на следующее. Во-первых, буквы q и τ в новой роли, кажется, нигде не приводят к явным недоразумениям, т. е. не встречаются в формулах, в которых тем же буквам было принято придавать другой смысл; во-вторых, данные греческие буквы соответствуют попарно латинским буквам r и t , общепринятым для обозначения длины и времени. Отмечу также, что этими символами, по-видимому, первым воспользовался Маргенау в его книге «Природа физической реальности», вышедшей в свет в 1950 г. (H. Margenau. The Nature of Physical Reality. A Philosophy of Modern Physics. ch. 7, NY, 1950)

В утверждении этого факта и состоит свойство равноскоростности движения, или свойство изотаксии⁶ (от греческих слов ἰσο — равный и ταχος — скорость).

Отметим, между прочим, что, благодаря свойству изотаксии, признание дискретности только пространства или только времени немедленно влечет за собой аналогичное заключение и относительно соответственно времени и пространства, как это следует из формулы $q/t = \text{const}$. Иначе говоря, в свойстве изотаксии находит свое логическое завершение отмеченная выше внутренняя связь между дискретностью пространства и дискретностью времени.

Обратим внимание на одну особенность приведенных рассуждений. Мы пытались с их помощью получить доказательства в пользу дискретности пространства-времени, вводя в рассмотрение свойства непрерывного пространства-времени. Ясно, что в этом есть известная непоследовательность. Если уж мы предположили пространство-время дискретным, всякое апеллирование к непрерывному пространству-времени становится незаконным; и наоборот, если мы хотим рассуждать, отправляясь от непрерывности, незаконно вводить понятие неделимых интервалов. Интересно, что Аристотель, кажется, не обратил внимания на эту сторону дела. Положительное содержание подобных рассуждений состоит в доказательстве принципиальной несовместимости дискретного пространства-времени с какими бы то ни было категориями непрерывности: если дискретно пространство, или время, или движение, то дискретны и два других члена этой триады; попытки тем или иным способом ввести в дискретное пространство-время элементы непрерывности заранее и полнотой обречены на провал.

Скажем далее несколько слов о скорости. Существует мнение, что скорость есть понятие, справедливое только в рамках непрерывного пространства-времени. Мол, в непрерывном пространстве-времени понятно, что такое скорость, а в дискретном пространстве-времени скорости, как таковой, и быть не может. Это мнение в действительности целиком построено на заблуждении. Вспомним, как определяется скорость. Если в момент t_1 тело находилось в точке x_1 , а в момент t_2 оказалось в точке x_2 , то отношение $\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ называется скоростью тела на интервале пути $x_2 - x_1$ или за промежуток времени $t_2 - t_1$. В этом определении присутствуют только понятия пребывания тела в определенных моменты времени в определенных точках пространства — понятия физически осмысленные, доступные человеческому разуму. Только они и рассматриваются в дискретном пространстве-времени. В непрерывном пространстве-времени допускается

⁶ Термин впервые встречается в сочинении: *Sexti Empiricus. Adversus mathematicos*, 10.129 et 10.144.

предельный переход и появляется понятие мгновенной скорости. Именно мгновенную скорость и имеют обычно в виду, когда говорят о скорости. Мгновенная скорость, по определению, есть скорость в некоторой точке x в некоторый момент t . Такое определение скорости физически бессмысленно, так как предполагает возможность движения в точке.

Приведенное рассуждение, конечно, не решает вопроса о том, каково наше пространство-время — непрерывное или дискретное, — но оно показывает, что различие между тем и другим принадлежит к числу объективно фиксируемых и экспериментально наблюдаемых различий. В частности, концепция дискретности утверждает существование пространственных и временных интервалов, которые ни при каких условиях не могут быть даны нам в опыте своими долями, и предсказывает движение тел с одной единственной скоростью. Если бы удалось каким-либо способом обнаружить, что элементарные частицы могут перемещаться только с некоторой всегда одной и той же скоростью, мы имели бы, очевидно, ясное и недвусмысленное подтверждение концепции дискретного пространства-времени.

Мы убедимся вскоре, что современная физика если еще и не обнаружила нечто подобное, то очень близка к тому.

Многим мыслителям, начиная с древнейших времен и до самого последнего времени, принцип изотаксии казался нелепостью, которой, по их мнению, одной достаточно для полного ниспровержения доктрины. Действительно, принцип, утверждающий возможность движения тел с одной единственной скоростью, как будто находится в явном противоречии с наблюдаемым повсюду разнообразием скоростей. Но некоторые другие мыслители, напротив, считали этот принцип вполне приемлемым и открыто провозглашали его. Например, Эпикур говорил: «Атомы движутся с равной быстротой, когда они несутся через пустоту, если им ничего не противодействует»⁶; Лукреций вторил своему учителю, утверждая, что

...все, проносясь в пустоте, без препятствий,
Равную скорость имеет⁷.

Эпикур, кроме того, особо отмечал, что принцип изотаксии имеет место не только для изолированных атомов, но «и в сложных телах все атомы одинаковы по быстроте»⁸.

Свидетельства различных авторитетных авторов показывают, что приведенные слова атомистов имеют именно тот смысл и обусловлены именно теми соображениями, о которых сказано

⁶ Эпикур. Письмо к Геродоту, 61 (перевод С. И. Соболевского. См. Лукреций. О природе вещей, М.—Л., 1947, т. 2).

⁷ Лукреций. О природе вещей, книга II, стихи 238—239. Здесь и далее Лукреций цит. по пер. Ф. А. Петровского (М.—Л., Изд-во АН СССР, 1945, т. 1).

⁸ Цит. соч., 62.

выше. Например, Секст Эмпирик отмечает: «Когда тело пробегает одно неделимое места за одно неделимое времени, все движущееся окажется равной скорости, как, например, быстрейшая лошадь и черепаха»⁹. Совершенно в этом же духе звучит свидетельство Симпликия: «Сторонники Эпикура считают, что ввиду существования неделимых интервалов, все движется с одинаковой скоростью, так как иначе, неделимые, оказавшись разделенными, перестали бы быть неделимыми»¹⁰.

Провозглашение некоторыми крупными мыслителями свойства изотаксии в качестве своего кредо заставляет думать, что это свойство, по-видимому, не так уж нелепо, как представляется на первый взгляд. Отмеченное противоречие его с действительностью, наверное, только кажущееся и исчезнет при более тщательном рассмотрении. Таким оно и оказывается, причем это особенно легко обнаружить, если стоять на точке зрения вещественного атомизма. Как известно, атомы — мельчайшие, человеческим глазом невидимые тельца; все же видимые и ощущаемые тела состоят из очень большого числа атомов. Известно также, что атомы находятся в непрерывном движении. Теперь понятно, как нужно рассуждать, чтобы совместить свойство изотаксии с наблюдаемым разнообразием скоростей: нужно принять, что свойством изотаксии обладают атомы, т. е. что это только атомы движутся с одной единственной скоростью; и, задавая определенную картину их движения, получить из нее, как результат усреднения, наблюдаемое движение тела. Короче говоря, единственное, что надо сделать при таком предположении, это суметь разумным образом представить видимое движение видимых тел как средний результат невидимого движения невидимых атомов.

Представление о движении атомов внутри тела как альтернативе движения самого тела не может, разумеется, вызвать возражений у нас, людей XX века, мозг которых в полном смысле этого слова «пропитан» идеей беспорядочного, теплового движения молекул во всех без исключения телах, как движущихся, так и покоящихся, но интересно узнать, что этот взгляд в полной мере был присущ и отдельным мыслителям глубокой древности. Например, Лукреций заявляет в своей поэме:

...не должно вызывать удивленья, <...> что в то время,
Как обретаются все в движении первоначала,
Их совокупность для нас пребывает в полнейшем покое,—
Если того не считать, что движется собственным телом¹¹,

⁹ Секст Эмпирик. Пирроновы положения, 3.10 (перевод Н. В. Брюлловой-Шаскольской, СПб., 1913).

¹⁰ См., например, С. Я. Лурье. Теория бесконечно малых у древних атомистов. М., 1935, стр. 107.

¹¹ Цит. соч., II, 308—311.

и затем в замечательных по живописности стихах сравнивает движение атомов внутри тела с перемещением пасущихся овец по склону холма и с передвижением воинов по полю битвы:

Лежит далеко за пределами нашего чувства
Вся природа начал. Поэтому, раз недоступны
Нашему зренью они, то от нас и движенья их скрыты.
Даже и то ведь, что мы способны увидеть, скрывает
Часто движенья свои на далеком от нас расстоянии:
Часто по склону холма густорунные овцы пасутся,
Медленно идя туда, куда их на пастбище тучном
Свежая манит трава, сверкая алмазной росой;
Сытые прыгают там и резвятся, бодаясь, ягнята <...>
Также, когда, побежав, легионы могучие быстро
Всюду по полю снуют, представляя примерную битву,
Блеск от оружия их возносится к небу, и всюду
Медью сверкает земля, и от поступи тяжелой пехоты
Гул раздается кругом. Потрясенные криками, горы
Вторят им громко, и шум несется к небесным созвездьям;
Всадники скачут вокруг и в натиске быстром внезапно
Пересекают поля, потрясая их топотом громким.—

и заключает это образное сравнение, которое всегда будет служить для естествоиспытателей образцом художественного восприятия мира, словами:

На высоких горах непременно есть место, откуда
Кажется это пятном, неподвижно сверкающим в поле¹²,

или, добавим мы от себя,— медленно перемещающимся пятном.

После этой литературной справки, в которой, как и в некоторых других, встречающихся у Лукреция, «физик сразу узнает главное положение современной теории броунова движения»¹³, и которая по этой самой причине показалась бы некоторым историкам верхом модернизации, если бы не подкреплялась уж очень бесспорными документами, нас не очень удивит тот факт, что намеченный выше способ совмещения свойства изотаксии с наблюдаемым разнообразием скоростей, т. е. объяснение этого разнообразия «различным распределением элементарных движений отдельных атомов в общем составе сложного тела»¹⁴, нашел в античной философии вполне ясное и четкое выражение. Ограничимся свидетельствами тех же Эпикура и Лукреция. Первый го-

¹² Цит. соч., II, 312—332.

¹³ С. И. Вавилов. Физика Лукреция (в книге Лукреций. О природе вещей, т. 2. М., 1947, стр. 24).

¹⁴ В. П. Зубов. Ломоносов и славяно-греко-латинская академия (ТИИЕТ, 1, 5—52, 1954), стр. 10.

ворит: «Движение целого тела является внешним выражением внутренних столкновений составляющих его атомов»¹⁵; второй детализирует и уточняет:

Первоначала вещей сначала движутся сами,
Следом за ними тела из малейшего их сочеганья,
Близкие, как бы сказать, по силам к началам первичным,
Скрыто от них получая толчки, начинают стремиться,
Сами к движенью затем понуждая тела покрупнее.
Так, исходя от начал, движение мало-помалу
Наших касается чувств¹⁶.

Важно понимать, что в последних двух цитатах выражен взгляд, лишь созвучный современному, но не тождественный ему. В настоящее время направленное движение макротела и беспорядочное движение составляющих его микротел рассматриваются как два совершенно самостоятельных и независимых друг от друга вида движений: первое ни в какой мере не сводится ко второму и не выводится из него: оно обусловлено действием внешних сил, тогда как второе определяется температурой тела. Напротив, древние атомисты, как следует из приведенных цитат, видимые движения тел рассматривали как усредненный результат элементарных движений перворотел, образующих видимые тела; они, таким образом, постулировали только один вид движения, тогда как мы постулируем два. В этом смысле эпикурейское мировоззрение существенно отличается от современного научного мировоззрения. Данный факт позволяет считать истолкование принципа изотаксии самым поразительным и с современной точки зрения самым интересным положением во всей системе Эпикура¹⁷.

Но если принять такое объяснение, скорость элементарного движения, из редукции которого должны получиться все наблюдаемые движения, придется предполагать очень большой, больше, чем у любого даже самого быстро видимого тела. Численное значение ее, разумеется, нельзя оценить без специальных научных экспериментов; древним и средневековым апологетам дискретности приходилось поэтому довольствоваться чисто качественными оценками; и то, что ими было сказано на этот счет, не оставляет никаких сомнений в том, что именно они хотели сказать. Эпикур утверждал: «Атомы движутся с быстротою мысли <...> Они проходят любое доступное воображению расстояние в непостижимо короткое время»¹⁸. Лукреций, переводя

¹⁵ Эпикур. Письмо к Геродоту, 62.

¹⁶ Лукреций. О природе вещей, II.133—139.

¹⁷ Ср. С. Bailey. The Greek Atomists and Epicurus. Oxford, 1928, p. 333.

¹⁸ Эпикур. Письмо к Геродоту, 61.

слова своего учителя и кумира на язык поэтических образов, писал:

Первоначала <...>

Явно должны обладать быстротой совершенно безмерной,
Мчась несравненно скорей, чем солнца сияние мчится,
И по пространству лететь во много раз дальше в то время,
Как по небесному своду проносятся молнии солнца¹⁹.

Научная основа для отождествления уникальной скорости принципа изотаксии с определенной физической величиной впервые появилась только в XIX веке. Уже в оригинальных гипотезах Фиц-Джеральда и Лоренца об изменении пространственных и временных интервалов в результате движения тела, а также в преобразованиях Лоренца, — вообще всюду, где фигурирует радикал $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, с полной отчетливостью проявился тот факт, что величина c , имеющая размерность скорости, является универсальной константой природы, полагающей верхний предел для скоростей материальных тел. Это была первая в истории науки скорость, принципиально отличающаяся от всех других скоростей, не просто скорость, но скорость — уникал, скорость — предел, скорость — мировая константа; поэтому она с гораздо большими шансами, чем какая-нибудь другая величина, была способна претендовать на роль фундаментальной скорости принципа изотаксии. То обстоятельство, что c необыкновенно велика, несравненно больше всех наблюдаемых скоростей, еще более укрепляет это предположение, ибо находится в согласии с духом принципа. Обычное толкование c как скорости света в пустоте, конечно, не может служить препятствием для нашего предположения, а только конкретизирует его. Многое, таким образом, говорит в пользу того, что с появлением в науке величины c перед принципом изотаксии раскрылись новые интригующие возможности²⁰.

Высказанное предположение о роли c в принципе изотаксии, каким бы привлекательным оно ни казалось, оставалось, тем не менее, всего лишь догадкой до тех пор, пока вопрос о физическом смысле величины c не стал предметом дискуссии в рамках релятивистской квантовой теории электрона.

В 1928 г. Дирак сделал достоянием науки и истории свое волновое уравнение электрона. С помощью простой, но оригинальной процедуры извлечения квадратного корня из оператора Гамильтона он впервые в истории физики успешно сочетал идею квантов с идеей релятивизма. В результате отпала необходимость в специальном предположении о наличии у электрона спина; все нужные эмпирические свойства электрона получались из простых и общих исходных положений.

¹⁹ Лурецкий. О природе вещей, II. 157—164.

²⁰ Cp. L. Silberstein. Discrete Spacetime, Toronto, 1936, p. 17 and 45.

Значение сделанного открытия сразу же было понято специалистами, и с тех пор значительная часть теоретических сил постоянно отвлекалась на развитие и обсуждение теории Дирака. Среди многоголосого хора этих работ ухо историка различает одну, сравнительно скромную и второстепенную «мелодию», которая, однако, существенно важна для свойства изотаксии.

Стремясь физически осмыслить новую теорию, именно, вложить определенный физический смысл в новые понятия теории, в матрицы Дирака α_v , Брейт произвел сравнение гамильтоновой функции в этой теории

$$H = c\alpha_1 p_1 + c\alpha_2 p_2 + c\alpha_3 p_3 + \alpha_4 mc^2$$

с формой той же функции в классической релятивистской теории

$$H = c \sqrt{m^2 c^2 + p^2},$$

которая с точностью до c^{-2} может быть записана в виде

$$H = \dot{x}p_x + \dot{y}p_y + \dot{z}p_z + mc^2 \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Сравнение дает для операторов компонент скорости электрона

$$\dot{x}_k = c\alpha_k. \quad (1)$$

Из последнего равенства — формулы Брейта — следует, что матрицы Дирака надо считать операторными представлениями компонент вектора скорости в том же смысле, в каком матрицы Паули представляют компоненты спина. Поскольку, далее, собственные значения матриц Дирака равны ± 1 , возможные значения компонент скорости электрона оказываются равными скорости света в пустоте²¹. Отсюда для самой скорости электрона получается еще менее приемлемая величина: $\sqrt{3}c$.

Вскоре тот же результат был получен двумя другими способами.

1. Успех дираковой теории электрона, основанной, как уже упоминалось, на линейризации квадратичной относительно компонент импульса гамильтоновой функции, именно, на переходе от

$$H = \frac{1}{2\mu} \sum p_v^2$$

к

$$H = c \sum \alpha_v p_v,$$

а также желание, одно время весьма распространенное, придать закономерностям природы геометрическое истолкование,

²¹ G. Breit. An interpretation of Dirac's theory of the electron.—PNAS, 14, 563—559, 1928.

побудили Фока и Иваненко²² принять для элемента длины вместо обычной квадратичной метрической формы

$$dS^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu \quad (2)$$

выражение

$$dS = \Sigma \alpha_\nu dx_\nu. \quad (3)$$

Дифференцирование этого выражения — формулы Фока — Иваненко — по времени дает оператор скорости

$$V = \Sigma \alpha_i v_i = c\alpha_4,$$

собственные значения которого приходится считать, так же как в случае (1), равными $\pm c$.

2. Свободное движение диракова электрона, как показали почти одновременно и независимо друг от друга Фок²³ и Шредингер²⁴, с успехом может быть проанализировано путем сочетания формализмов обоих квантовомеханических представлений — шредингера и гейзенбергова. В первом из них свободному движению соответствует гамильтониан

$$H = c \vec{\alpha} \vec{p} + \alpha_4 mc^2;$$

во втором производная по времени от любого оператора определяется зависящей от этого гамильтониана скобкой Пуассона

$$\dot{L} = \frac{i}{\hbar} [HL]_-.$$

Применяя последнюю формулу для координат электрона и учитывая, сверх того, что координаты и компоненты импульса подчинены перестановочным соотношениям

$$[x_i p_k]_- = i\hbar \delta_{ik},$$

для оператора координаты электрона найдем

$$\dot{x}_k = c\alpha_k,$$

т. е. формулу Брейта.

В последующие годы этот результат появлялся в самых разнообразных исследованиях. В одном оказывалось, что волновые пакеты, соответствующие электронам, кинетическая энергия которых велика по сравнению с их собственной энергией,

²² V. Fock, D. Iwanenko. Über eine mögliche geometrische Deutung der relativistischen Quantentheorie (ZPh, 54, 798—802, 1929).

²³ V. Fock. Über den Begriff der Geschwindigkeit in der Diracschen Theorie des Electrons (ZPh, 55, 127—140, 1929).

²⁴ E. Schrödinger. Über die kräftefreie Bewegung in der relativistischen Quantenmechanik (SPAW, 24, 418—428, 1930).

всегда движутся со скоростью света в пустоте²⁵; в другом выяснялось, что вероятность излучения в результате перехода электронов с положительного энергетического уровня на отрицательный совпадает с вероятностью столкновений электронов при условии, что эти последние движутся со скоростью света в пустоте²⁶; в третьем движение частиц со скоростями, близкими к скорости света в пустоте, выступало в качестве условия релятивистской инвариантности предлагаемого нового метода²⁷ и т. д. По мере появления этих открытий становилось все более ясно, что, подобно тому как, по пословице, все дороги ведут в Рим, все вычисления возможной скорости диракова электрона ведут к скорости света в пустоте.

Необычность обсуждаемого результата была отмечена сразу же по его получению и неоднократно подчеркивалась впоследствии. «На первый взгляд,—говорил Брейт, придя к формуле (1),—это выглядит абсурдно»²⁸, но как это выглядит не на первый взгляд, Брейту, хотя он и пытался это сделать, выяснить не удалось. Шредингер, находясь под свежим впечатлением от необычного результата (1), характеризует его как «чудесный» и «удивительный»²⁹, а год спустя, в лекциях на ту же тему в институте имени Анри Пуанкаре, предпочитает обойти этот результат полным молчанием³⁰. Иваненко, отметив данный вывод теории как несоответствующий общему квантовомеханическому правилу, согласно которому наблюдаемые значения какой-нибудь величины являются собственными значениями соответствующего оператора, называет возможные значения скорости электрона «довольно странными» и «парадоксальными»³¹. Де Бройль называет их «результатом, понять который довольно трудно», и принимает решение воздерживаться впредь от операторного изображения скорости³². Дирак говорит: «Может показаться, что мы имеем здесь противоречие с экспериментом»³³, и затем тщетно пытается доказать, что это противоречие только кажущееся³⁴.

²⁵ W. Heisenberg. Die Selbstenergie des Elektrons (ZPh, 65, 4—13, 1930).

²⁶ I. Tamm. Über die Wechselwirkung der freien Elektronen mit der Strahlung nach der Diracschen Theorie des Elektrons und nach der Quantenelektrodynamik.—ZPh, 62, 545—568, 1930—S. 568.

²⁷ A. Schild. Discrete space-time and integral Lorentz transformations (PhR, 73, 414—415, 1948).

²⁸ См. сс. 21, стр. 556.

²⁹ См. сс. 24.

³⁰ E. Schrödinger. Sur la théorie relativiste de l'électron et l'interprétation de la mécanique quantique (AIP, 2, 269—310, 1932).

³¹ Д. Д. Иваненко. Скорость электрона (ЖЭТФ, 1, 167—169, 1931).

³² Л. де Бройли. Магнитный электрон (теория Дирака), Харьков, 1936, стр. 224.

³³ П. Дирак. Принципы квантовой механики. М., 1960, стр. 361.

³⁴ Ср. В. А. Фок. Примечания к русскому переводу цитированной книги Дирака, стр. 362.

Подобные высказывания ведущих физиков нашего времени можно было бы продолжать, но и приведенных примеров достаточно для того, чтобы судить о реакции ученого мира на способность электрона двигаться с одной единственной скоростью, равной скорости света в пустоте. Замешательство ученых усугубляется еще тем обстоятельством, что этому странному результату сопутствуют другие, не менее странные вещи, например, компоненты скорости, как это следует из (1) и из свойств матриц Дирака, в отличие от обычных квантовомеханических операторов, коммутируют с координатами, но не коммутируют друг с другом, а также с оператором Гамильтона, откуда следует, что они даже в отсутствии внешнего поля не являются первыми интегралами³⁵.

Выяснение всех этих вопросов принадлежит будущему, но уже сейчас мы вправе видеть в рассмотренном результате релятивистской квантовой теории электрона доказательство принципа изотаксии. Этот результат, между прочим, подтверждает высказанное ранее предположение об исключительной роли в принципе изотаксии той величины, которая известна ныне как скорость света в пустоте. Он означает, наконец, что дираков электрон, видимо, и является тем «первотелом» древних атомистов, к которому относится этот принцип.

Отождествление универсальной скорости принципа изотаксии со скоростью света в пустоте не может не вызвать у нас законных возражений, по крайней мере, по двум причинам: во-первых, известно, что скорость c является недостижимым пределом для всех материальных тел, недостижимым хотя бы потому, что масса тела, движущегося с такой скоростью, согласно теории относительности, обращается в бесконечность; во-вторых, известны бесчисленные примеры, когда электрон движется с произвольной скоростью, как угодно отличающейся от c . Что можно сказать по поводу этих возражений? Предполагая, что первое из них не имеет силы из-за неприменимости к данному явлению теории относительности, подчеркнем, что второе не является непреодолимым. Для преодоления его достаточно предположить, как это между прочим подсказывается приведенными выше соображениями древних атомистов о характере движения атомов внутри тела, что движение электрона носит неравномерный характер, например, является прерывистым, т. е. прерывается периодически состояниями покоя, или рыскающим, т. е. происходящим по какой-то зигзагообразной траектории. В обоих случаях, очевидно, не трудно, выбирая тот или иной режим неравномерности, получить направленное движение с любой наперед заданной скоростью.

³⁵ См. сс. 24 и 30.

Оба высказанных предположения о форме движения перво-частицы уже имеют свою историю.

Представление о прерывном характере элементарного движения встречается впервые³⁶ у Галена (II век н. э.), хотя, по всей вероятности, принадлежит более раннему времени. Вполне ясно оно выражено у арабских «учителей веры» IX—XI вв. Наш главный свидетель об их учении Маймонид приписывает им следующее утверждение: «Если два тела кажутся нам движущимися с разными скоростями, то причиной этого различия является не более быстрое и более медленное движение, а то, что движение, называемое нами медленным, прерывается промежутками покоя чаще, чем движение, называемое быстрым»³⁷. В XIV веке данный взгляд на движение защищал Николай Отрекурыйский. «Скорость движения,— писал он³⁸ в своем преданном анафеме и сожженном в 1347 г. по распоряжению папской курии трактате, известном в литературе по его начальным словам: «Правильный порядок исполнения требует сначала сказать о том, что побудило меня написать настоящий трактат, дабы не осталось скрытым законное оправдание столь большого начинания» — скорость движения зависит от количества тех мелких промежутков покоя — *motulae*, — которые чередуются с мигами движения <...> Одно движущееся тело быстрее другого только потому, что одно движется непрерывно, а другое покоится или потому, что одно больше покоится, чем другое, так что, если оно движется в одно мгновение, то покоится одно или несколько мгновений, в зависимости от чего будет более медленным <...> Наиболее быстро движущемся является то, что движется вовсе не покоясь». Еще три века спустя тот же взгляд защищали два знаменитых испанских финитиста Родриго Арриага и Франциск Овиедо. Первый, между прочим, говорил: «Чем больше морул в движении, тем оно медленнее, а чем их меньше, тем оно быстрее; если же их нет совсем, оно будет предельно быстрым»; второй приводил в пользу существования морул многочисленные умозрительные аргументы³⁹. Одновременно с ними в защиту того же взгляда выступал Пьер Гассенди. Он, по его словам, не видел другого способа преодолеть возражения Зенона, кроме перехода на точку зрения абсолютного атомизма, и возникающую здесь трудность с различием скоростей устранял гипотезой морул, подчеркивая невозможность для чувств воспринять прерывистый характер движения.

³⁶ См., например, сс. 14, стр. 13.

³⁷ M. Maimonides. The Guide for the Perplexed, NY, 1946, p. 121. Русский перевод в книге: С. Н. Григорян. Из истории философии Средней Азии и Ирана (VII—XII вв.). М., 1960, стр. 290.

³⁸ См., например, В. П. Зубов. Николай из Отрекура и древнегреческие атомисты. (ТИИЕТ, 10, 338—383, 1956.)

³⁹ См. сс. 14, стр. 16.

По той же причине, указывал Гассенди, нам кажется сплошной светящаяся окружность, образованная быстровращающимся раскаленным телом ⁴⁰.

Рестаурация идеи прерывистого движения в новое время произошла на том же пути умозрительных построений, по которому шли мы и все те, кто был цитирован выше. Инициатором ее выступил Бек в 1929 г. ⁴¹ В его работе, кроме общих положений, уже известных нам, заслуживают внимания следующие три момента.

1. Для скорости результирующего движения он предложил формулу

$$v = \frac{P}{N\tau}, \quad (4)$$

в которой N означает «период» процесса, равный среднему числу атомов времени, затрачиваемых на прохождение одного атома пути. Из этой формулы, между прочим, легко видеть, что в случае максимально медленного движения, которое еще можно наблюдать в лучшие микроскопы, т. е. движения со скоростью порядка 10^{-6} см/сек, один квант движения приходится на 10^{18} квантов покоя; но и в этом случае промежуток покоя составляет всего 10^{-6} сек, т. е. находится за пределами непосредственного экспериментального наблюдения.

2. Бек предложил графический способ изображения прерывистого движения, аналогичный азбуке Морзе, т. е. основанный на изображении элементов движения, например черточками, а пауз покоя — точками. Если принять, что в случае равномерного движения паузы покоя следуют друг за другом равномерно, то в случае ускоренного движения они должны с течением времени встречаться все реже, а в случае замедленного — все чаще. Исходя из этого, например, равномерно-ускоренное прерывистое движение надо будет изобразить следующим примерным графиком:

— . . . — . . . — . . . — . . . — . . . —

3. Бек указал, что в случае ускоренного движения мы не можем, не отступая от законов динамики, предполагать действие силы в течение элементарных движений частицы, которые, согласно принципу изотаксии, происходят с постоянной скоростью. Значит, надо считать, что сила действует на тело только во время пауз покоя. Как это понимать и почему действие силы не нарушает мгновенно состояние покоя — не ясно, но с удо-

⁴⁰ См, например, K. Lasswitz, Geschichte der Atomistik, Bd. 2, Leipzig, 1926, S. 150.

⁴¹ G. Beck. Die zeitliche Quantelung der Bewegung (ZPh, 53, 675—682, 1929).

влетворением можно отметить, что при таком воззрении на вещи в случае движения без пауз покоя для действия силы вообще не будет возможности и, значит, такое движение будет происходить с постоянной скоростью. Причем, как нам уже известно, эта скорость будет максимальной из всех возможных скоростей. Именно так и обстоит дело в нашей схеме, если в качестве универсальной скорости принципа изотаксии принимается скорость света в пустоте. Напротив, всякое покоящееся тело, согласно этой схеме, становится точкой приложения постоянно действующей силы и тем самым — потенциальным носителем движения. Задача здесь состоит в том, чтобы выяснить, когда и почему тела реализуют свои возможности к движению.

Кроме изложенной работы Бека, мне не известно ни одного исследования, выполненного в последние годы и посвященного тому же вопросу. По-видимому, механизм прерывистого движения изолированной частицы не нашел для себя в современной физике плодородной почвы. Совсем иначе сложилась судьба второго механизма.

Представление о рыскающем движении первочастицы впервые встречается, как свидетельствует Диоген из Эноанды, у Эпикура⁴². В письме к Геродоту Эпикур дважды упоминает о «дрожании атомов в глубине плотного тела», подчеркивая, что это «дрожательное» или «вибрирующее» движение атомов возникает в результате их столкновений друг с другом⁴³. «В моменты времени, зримые только мыслью, — говорит он, — атомы не движутся к одному месту, но часто ударяют друг друга»⁴⁴ (или: «но испытывают частые задержки»⁴⁵). Позже Симпликий скажет, имея в виду эти слова Эпикура, что у атомистов атомы «трясутся во всех направлениях», и подчеркнет при этом, что «атомисты не только приписывают атомам это первичное движение, но и исключительно лишь это движение; прочие же виды движений приписываются ими тем сложным телам, которые образуются из атомов»⁴⁶. Мысль Эпикура о дрожании атомов подхватит Лукреций, но поскольку он будет преследовать уже другую цель, или преимущественно другую цель — объяснение свободы воли, — отклонения атомов от прямолинейного пути — *clinamen* — станут у него ничтожно малыми, «так что едва и назвать отклонением это возможно»⁴⁷.

⁴² См., например, О. А. Маковельский. Древнегреческие атомисты. Баку, 1946, гл. 2, № 78.

⁴³ Эпикур. Письмо к Геродоту, 43 и 50.

⁴⁴ Там же, 62 (перевод С. И. Соболевского, в книге Лукреций. О природе вещей, том 2. М., 1947, стр. 547).

⁴⁵ Там же, 62 (перевод В. П. Зубова, см. сс. 14, стр. 10).

⁴⁶ См., например, сс. 42, гл. 2, № 79.

⁴⁷ Лукреций. О природе вещей, II. 220.

Возрождение идеи дрожательного движения первотел в новое время произошло в процессе обсуждения того «странного» результата релятивистской квантовой теории электрона, отчет о котором был дан выше.

Получив для скорости диракова электрона одно единственное значение, равное C , было естественно истолковать эту скорость как некоторую первичную и ненаблюдаемую, а наблюдаемые, различные по величине скорости электрона вывести из нее посредством какой-либо процедуры усреднения. Действительно, уже Брейт в своей оригинальной работе указал, что «любая другая скорость электрона должна мыслиться как статистический результат суперпозиции скоростей $+C$ и $-C$ »⁴⁸. Фок пытался⁴⁹ выйти из затруднения с помощью идеи двух скоростей: одной — с указанными странными свойствами, другой — обычной, с непрерывным спектром значений от $-C$ до $+C$, видя подтверждение этой идеи в двойственной природе электрона, как волны и как частицы, и предполагая соответственно, что «странная», «волновая скорость» может быть иллюстрирована моделью волн де Бройля, распространяющихся по всем направлениям со скоростью света. К последнему замечанию интерпретации Фока Иваненко добавил⁵⁰, что, может быть, правильное говорить не о волнах де Бройля, а об электромагнитных волнах, и, в подтверждение своего мнения, сослался, во-первых, на физический смысл величины C как скорости распространения электромагнитных колебаний и, во-вторых, на возможность рассматривать потенциал электромагнитного поля как оператор, зависящий от матрицы Дирака. Во всяком случае, ясно было одно: $\pm C$ — это значения не фазовой, а групповой скорости материальных тел⁵¹.

Решающий шаг в намеченном направлении был сделан Шредингером в 1930 г.⁵² Отправной точкой служило ему следующее любопытное само по себе умозаключение: «Удивительно, как это электрон в состоянии, так быстро двигаясь, перемещаться, в зависимости от обстоятельств, с измеряемыми скоростями. Ясно, что он движется не прямолинейно». Опираясь на математический аппарат обоих квантовомеханических представлений, Шредингер сумел показать, что координата свободного электрона x может быть представлена в виде суммы двух координат:

$$x = \bar{x} + \xi, \quad (5)$$

⁴⁸ См. сс. 21.

⁴⁹ См. сс. 23.

⁵⁰ D. Iwanenko. Bemerkung über quantenmechanische Geschwindigkeit (ZPh, 55, 141—144, 1929).

⁵¹ См. сс. 31.

⁵² См. сс. 24.

из которых первая описывает равномерное прямолинейное перемещение электрона, а вторая — его колебания относительно траектории прямолинейного перемещения. Эти колебания электрона были названы Шредингером «дрожанием» (*Zitterbewegung*) электрона. Амплитуда их оказалась зависящей от наблюдаемой скорости электрона: в случае малых скоростей она выражается формулой

$$\xi_{\max} = \frac{\hbar}{2mc} \quad (6)$$

и имеет, следовательно, порядок 10^{-11} см, а для скоростей, близких к скорости света, как и следовало ожидать, приближается к нулю. Частота колебаний получилась равной, примерно, 10^{20} гц.

Сам Шредингер, кажется, был далек от понимания того, что, вводя представление о дрожании электрона, он, по существу, повторял мысль Эпикура, и развивал идеи пространственно-временной дискретности, но другие физики обратили внимание на возможную связь этого эффекта с принципом изотаксии. Например, Маргенау высказал предположение, что амплитуда дрожания электрона характеризует неделимый квант длины⁵³.

В настоящее время еще не представляется возможным сказать, как преломится дрожание, открытое Шредингером, в окончательной теории, основанной на концепции дискретного пространства-времени; механизм движения может оказаться сложнее, чем можно сейчас думать; но, с другой стороны, в современной физике нет эффектов, которые бы казались более родственными принципу изотаксии, чем шредингерово дрожание дираковых частиц. Тщательное и всестороннее изучение этого эффекта с точки зрения концепции дискретности и выявление в нем всего того, что имеет хотя некоторое отношение к проблеме механического движения, кажется поэтому желательным и своевременным.

Хотя, как сказано, в настоящее время еще нельзя отождествлять «дрожание Шредингера» с «дрожанием Эпикура», но, забегая несколько вперед, можно попытаться высказать ряд соображений, основанных на признании этого тождества. Самое простое соображение состоит, как легко понять, в выведении наблюдаемого, поступательного движения электрона из ненаблюдаемого, дрожательного движения его путем своеобразной развертки этого последнего в пространстве⁵⁴. Если ввести понятие вероятности распределения направлений дрожания, то

⁵³ H. Margenau. *The Nature of Physical Reality*, NY, 1950, p. 158.

⁵⁴ M. Bunge. *A picture of the electron*.—NC, 1, 997—985, 1955; p. 985.

можно будет сказать так: в случае симметричного распределения вероятностей частица колеблется около некоторого постоянного места, т. е., на макроскопическом языке, покоится; в случае асимметричного распределения она движется в сторону преобладающей вероятности, причем в случае постоянной асимметрии — равномерно и прямолинейно, в случае переменной асимметрии — ускоренно или замедленно⁵⁵. Чем больше асимметрия, тем быстрее движение частицы. В пределе полоса дрожания сужается в линию и мы получаем движение со скоростью c . Это — движение фотона в пустоте. Соответствующая амплитуда дрожания, в согласии с выводом Шредингера, равна нулю.

Изложенный взгляд на происхождение наблюдаемых движений тел приближает нас к точке зрения эпикурейцев, отмеченной на стр. 21. Действительно, полная картина движения рисуется, согласно этому взгляду, в следующем виде: каждая частица, каждая совокупность частиц хранят в самих себе способность и возможность движения, но до создания определенных условий это движение не проявляется, частица работает, так сказать, на холостом ходу (ср. замечание к работе Бека на стр. 29). Когда условия меняются и возникает нечто, способное внести изменение в распределение элементарных скоростей, появляется конечная равнодействующая движений и тело смещается со своего среднего положения. Это нечто — сила, силовое поле. Является ли силовое поле в обычном смысле этого слова единственным фактором, изменяющим характер распределения направлений элементарных движений частицы? Утвердительный ответ на этот вопрос отнюдь не кажется обязательным. Не исключено, что существуют и другие, пока неизвестные нам способы выравнивания элементарных колебаний в ряд и, следовательно, изменения скорости тела. Быть может, надежда на существование в природе таких способов окажется столь же тщетной, как надежда построить вечный двигатель, но до тех пор, пока тщетность ее не будет доказана, неизбежно будут рождаться предложения, подобные нашедшей недавно «теории Дина». Открывается простор для прогнозов и в другом направлении. Если световой луч дает нам пример движения с нулевой амплитудой дрожания, то нельзя ли каким-либо способом увеличить эту амплитуду, т. е. замедлить движение света или даже, может быть, остановить его? Таким путем мы получили бы покоящееся тело с массой, равной нулю, или, наоборот, открыли бы массу покоя у фотонов.

⁵⁵ Б. Г. Кузнецов. Принцип относительности в античной, классической и квантовой физике. М., 1959, стр. 220. См. также его же статью «Бесконечность и относительность». — Эйнштейн и развитие физико-математической мысли. М., 1962, стр. 197.

Рассмотренная история двух мыслимых способов примирения свойства изотаксии с наблюдаемым в действительности разном образом скоростей в применении к движению изолированной микрочастицы позволяет сделать ряд замечаний. Я задержу внимание читателя на следующих трех.

1. Обсуждая вопрос о примирении принципа изотаксии с чувственной картиной мира, мы обнаружили по крайней мере три независимых друг от друга, хотя по существу одинаковых, подступа к проблеме — в древности, в средние века и в новое время. В этом факте ярко проявилась духовная общность мыслителей разных эпох, которую уместно здесь подчеркнуть в связи с возможностью использования духовного наследия наших предков, в интересах решения некоторых проблем современной науки. Мыслителей далекого прошлого отличает стремление охватить мир во всей его целоуности. Правда, их попытки не увенчались и не могли увенчаться успехом, так как им не хватало конкретных знаний, но ценность некоторых замечаний, высказанных ими в процессе подобных построений, не может быть оспорена. Эти замечания по праву принадлежат нам, потомкам, и мы должны разумным образом распорядиться ими. Современность и древность должны учитываться на паритетных началах, дополняя друг друга и помогая в понимании того и другого. Как справедливо заметил Гейзенберг, «в свете современной квантовой теории приобретают новый смысл многие проблемы из философии прошлого, и наоборот, благодаря изучению имевшихся ранее постановок вопросов, понимание квантовой теории углубляется <...> Подробное и тщательное рассмотрение разных философских систем прошлого заслуживает поэтому самого пристального внимания»⁵⁶.

2. Приведенный выше исторический материал невольно наводит на мысль, что из двух априорных механизмов движения дрожательный был принят на вооружение атомистами античности, а прерывистый нашел широкое признание у атомистов средневековья. Это впечатление, как показывает более близкое знакомство с предметом, оказывается правильным. «У религиозных метафизиков средневековья,— говорит В. П. Зубов,— мы не найдем объяснения разноскоростности макроскопических, воспринимаемых движений из беспорядочных, равнoскоростных движений атомов, как у Эпикура и Лукреция <...> Для объяснения разницы в скоростях воспринимаемых движений они прибегали чаще всего к другому понятию: более медленное движе-

⁵⁶ W. Heisenberg. Die Plancksche Entdeckung und die philosophischen Grundfragen der Atomlehre.— Nw, 45, 230, 1958. Перевод в ВФ, 11, 64—65, 1958. См. также его же Das Naturbild der heutigen Physik. Hamburg, 1955, S. 42.

ние чаще, более быстрое движение реже перемежается интервалами покоя»⁵⁷. Такое резкое разделение симпатий для целых эпох в области чисто спекулятивных построений кажется довольно странным. Чем объяснить его? Мне неизвестно, существуют ли какие-либо ответы на этот вопрос, и потому я позволю себе высказать одно предположение. Быть может, говорю я, причиной предпочтения, оказанного средневековыми атомистами идее прерывистого движения, является то, что этот механизм кажется привлекательнее по сравнению с механизмом дрожательного движения, когда применяется к движению тел видимых, макроскопических: в первом случае надо предполагать непрерывное невидимое дрожание движущегося тела, тогда как во втором достаточно считать, что тело движется по прямой, но то и дело останавливается. Применение механизма движения первотел к телам сложным, строго говоря, неправомочно, но оно часто встречается в средние века. Достаточно назвать широко распространенный в то время пример с так называемым «колесом Аристотеля». Указание на эту сторону дела не может поэтому служить возражением против предложенного решения. Признав же его правильным, мы должны будем сделать вывод, что средневековые атомисты, рассматривая проблему движения, не считали нужным апеллировать к атомистической структуре вещества. Этот вывод, в свою очередь, влечет за собой следующее заключение: в средние века атомизм материальный подчеркивался и обсуждался определенной группой философов с гораздо меньшей силой, чем атомизм пространственно-временной. Данное заключение находится в полном согласии с картиной возникновения концепции дискретности в Древней Греции. Суть дела, очевидно, в том, что средневековые атомисты в своем духовном развитии повторили путь, пройденный античными.

3. Мы говорили до сих пор о прерывистом и дрожательном механизмах движения как о двух различных способах совмещения свойства изотаксии с видимым различием скоростей, отмечая даже явное предпочтение, оказанное современной физикой второму механизму. Легко, однако, уловить в этих двух механизмах и нечто общее, особенно, если принять во внимание тот факт, что колебательное движение, типичное для второго механизма, чтобы не противоречить принципу изотаксии, должно быть колебательным движением особого рода, отличным от обычных колебаний, в процессе которых скорость непрерывно меняется от нуля до некоторой определенной величины. На возможность однотипного толкования обоих механизмов по существу уже обратили внимание те исследователи, которые предполагают, что, по Эпикуру, торможение атомов в глубине твердого тела происходит не только за счет перемен направлений движе-

⁵⁷ См. 14, стр. 13.

ния, но и за счет траты некоторого времени на остановки⁵⁸. Хотя, как полагает Бейли⁵⁹, этот вопрос в отношении Эпикура не может быть решен однозначно, сама возможность подобного толкования древних текстов доказывает, что, может быть, уже древние атомисты понимали условность различия между прерывистым и дрожательным механизмами движения. Не исключено, что в ходе дальнейшего развития физики констатированная нами ситуация преобладания идей дрожательного механизма изменится и оба механизма найдут применение, или дополняя друг друга, или слившись в более общий механизм.

* * *

Шредингерово дрожание — не единственный эффект, привлекающий внимание сторонника концепции дискретности в теории Дирака. Другим эффектом того же рода приходится признать необычную связь в этой теории между скоростью и импульсом электрона⁶⁰. Необходимость здесь новой связи между этими двумя величинами следует уже из того, что обычная связь, $\vec{P} = m\vec{v}$, если бы она здесь реализовалась, заставляла бы автоматически распространить на импульс все то, что было сказано ранее о скорости, т. е. и импульсу приписать способность принимать только одно определенное значение, причем бесконечно большое, так как масса электрона в случае движения со скоростью c по общему правилу должна была бы считаться бесконечно большой. Но такое тривиальное толкование импульса в теории Дирака невозможно хотя бы потому, что импульс входит в основное уравнение теории и, значит, вид его в некотором смысле определяет всю теорию. Та новая связь между скоростью и импульсом, которая существует в теории Дирака, состоит в отсутствии между этими величинами вообще всякой связи, точнее говоря, импульс в теории Дирака, как и в других теориях, имеет смысл переменной величины, зависящей от условий движения, тогда как скорость, как нам уже известно, является в этой теории величиной постоянной.

Необычная связь между импульсом и скоростью в теории Дирака совершенно еще не понята современной наукой и даже не обсуждается сколько-нибудь заметным образом, а между тем есть основание полагать, что она затрагивает самые глубокие корни современного научного мировоззрения.

Среди некритически принимаемых принципов современного научного мировоззрения одно из первых мест занимает принцип

⁵⁸ Например, E. Vignone. Epicurus, 1920, p. 228 (цит. по сс. 17, стр. 329). Ср. также переводы письма Эпикура Соболевским и Zubовым (сс. 44 и 45).

⁵⁹ Сс. 17, стр. 329—330.

⁶⁰ Шредингер, сс. 24 и 30.

приоритета геометрических представлений. Чтобы лучше понять содержание этого принципа, проследим, как он сформировался. В своем повседневном опыте человек составил себе некоторое представление о пространстве. Представление, разумеется, грубое, во многих отношениях несовершенное и поверхностное. С другой стороны, человеку удалось из идеализированных определенным образом пространственных понятий построить чрезвычайно стройную логическую систему—геометрию. В силу грубости исходных представлений и произвола их идеализации человек, конечно, не имел права надеяться на адекватное отражение своей геометрией реально существующего мира. Тем не менее постепенно такая надежда укрепилась и даже стала господствующей. Более того, постепенно укрепилось мнение, что вообще всякое познание природы должно производиться не иначе, как в рамках и на языке указанным образом созданной геометрии. В частности, вместо того чтобы изучать геометрию реального мира, стали физику реального мира втискивать в прокрустово ложе специальной геометрической схемы⁶¹. Абстракции, иначе говоря, отдали предпочтение перед действительностью, своему собственному произведению начали доверять больше, чем произведению природы. Понятно, что все это должно привести к краху научного мировоззрения.

Об истории и современном состоянии поднятого вопроса подробнее будет сказано в § 4.1. Здесь отметим только следующее. Анализ различных разделов физики показал, что среди основных физических положений одни явно носят геометрический характер, т. е. связаны с определенной геометрической схемой, другие не носят такого характера и, следовательно, являются более общими. Были предприняты попытки отслоить вторые положения от первых и развить теорию, основанную только на положениях второго рода путем замены непрерывного пространственно-временного фона, например, дискретной системой событий, связанных друг с другом соотношениями пространственно-временного типа⁶², или системой гиперкомплексных чисел типа кватернионов⁶³. В процессе этой работы, в частности, выяснилось, что к числу типично геометрических категорий относится и определенная связь между импульсом и скоростью. Значит, на теорию Дирака, в которой, как мы видели, такой связи нет, стало возможно смотреть как на теорию, в каком-то смысле освободившуюся от примата геометрии⁶⁴.

⁶¹ Ср. Г. Гельмгольц. О происхождении и значении геометрических аксиом. СПб., 1895, стр. 52.

⁶² D. van Dantzig. Some possibilities of the future development of the notions of space and time.—Erkenntnis, 7, 142—146, 1938.

⁶³ H. Küssner. Principia Physica. Göttingen, 1946, S. 35.

⁶⁴ Ср. D. van Dantzig. On the relation between geometry and physics and the concept of space-time.—HPhA, Supp., 4, 48—53, 1956.

§ 2.2. Свойство некинемы

Признание неделимых отрезков пути или неделимых промежутков времени требует соответствующего признания и для движения на этих отрезках или за эти промежутки, т. е. требует заключения о неделимости элементарного движения. Необходимость этого нового шага выясняется уже из одного того факта, что, коль скоро для элементарных пространственно-временных интервалов не имеют смысла понятия «начало», «середина» и «конец интервала», для элементарного движения, соответственно, не должны иметь смысла понятия «начало», «середина» и «конец движения». Другими словами, в элементарном движении нельзя различать стадии движения — оно неделимо и, следовательно, для него «двигаться» и «продвинуться», «идти» и «прийти», равно как и другие глаголы движения несовершенного и совершенного вида — синонимы.

Чтобы окончательно убедиться в необходимости этого вывода, будем рассуждать от противного. Предположим, что мы в состоянии наблюдать за элементарным движением частицы. Тогда мы могли бы видеть, как частица, начав движение из некоторой точки x в момент t , перешла в другую точку, $x+q$, прибыв туда в момент $t+\tau$. Так как, надо думать, ничто не мешало бы нам прервать свое наблюдение, когда тело находилось где-то в пути, дроби q и τ получили бы реальное бытие. Утверждение о неделимости q и τ было бы, тем самым, опровергнуто.

Приведем, наконец, рассуждение на этот счет Аристотеля: «Если путь слагается из неделимых частей, то движение тела по этому пути слагается из равного числа неделимых движений, например, если путь $АВГ$ состоит из неделимых частей $А$, $Б$ и $Г$, то движение $ДЕЗ$, которым двигалось тело по этому пути, будет иметь неделимой каждую из своих частей $Д$, $Е$ и $З$ »¹.

Итак, доказано: в рамках концепции дискретного пространства и времени наблюдение элементарного движения (в смысле констатации его различных стадий) невозможно; элементарное движение в той же мере неделимо, в какой неделимы элементарный отрезок длины и элементарный промежуток времени; «взгляд, что и путь, и время, и движение состоят из неделимых единиц принадлежит одному и тому же учению»².

Надо ли говорить, что этот новый вывод концепции дискретности представляется поистине невероятным? Сколько уничтожающих аргументов можно было бы выставить против него,

¹ Аристотель. Физика, б.1 (перевод В. П. Карпова).

² Там же.

даже не углубляясь в детали! Чтобы не сочинять эти аргументы, снова предоставим слово Аристотелю, который с величайшей скрупулезностью потрудились над тем, чтобы доказать нелепость данного вывода.

«Если необходимо, чтобы не одновременно тело, движущееся откуда-нибудь куда-нибудь, начало двигаться и продвинулось, куда оно начало двигаться,—начинает Аристотель свое рассуждение и для вящей убедительности иллюстрирует свои слова ярким примером,—например, если кто-нибудь идет в Фивы, невозможно сразу идти в Фивы и прийти в Фивы,—а затем продолжает: то тело, двигавшееся по неделимому пути AB , пришло позднее в B , чем проходило путь AB ; следовательно, движение тела будет делимым; ведь, когда тело проходило, оно ни покоилось, ни уже прошло, но находилось посередине». Высказав это положение, которое представляется ему справедливым в самом безусловном смысле, великий логик переходит к рассмотрению движения в рамках концепции дискретного пространства и времени и, констатировав здесь необходимость неделимого движения, дает волю своему остроумию, чтобы показать, к каким же нелепым заключениям приводит это представление. «Если тело,—говорит он,—одновременно проходит и прошло, то оно в то же время, как идет, придет уже туда и кончит движение там, где начинает двигаться <...> Возможно будет прибыть куда-нибудь, никогда не проходя пути: проехал его, не проезжая»³. И т. д. и т. п.

Разумеется, рассуждения Аристотеля формально верны, и они были бы роковыми для концепции дискретности, если бы у нас не было выхода, которого, к сожалению, не видел великий логик, но который видели другие мыслители, в том числе поэт, сказавший:

В новых мирах

Совершается все по существенно новым законам.

Мы вынуждены, иначе говоря, считать, что в области малых интервалов пространства и времени наше обычное представление о разделении процесса на процесс, как таковой, и на его результат, не соответствует действительности: здесь, в малом оба понятия, так сказать, растворяются друг в друге и сливаются в одно. Важно понимать при этом, что растворение понятий происходит в пользу прошлого (и будущего) за счет настоящего; т. е. об элементарном движении нельзя говорить в настоящем времени, но только в прошедшем или будущем: «оно было», «оно будет», но никогда нельзя сказать: «оно есть». «По неделимому пути ничто не может двигаться, а сразу является про-

³ Аристотель. Физика, 6.1 (перевод В. П. Карпова).

двинувшимся»⁴, подсказывает нам Аристотель, хотя он при этом и преследует совершенно иную цель. Наш мысленный взор, пытающийся следить и за процессом и за результатом процесса, только во втором случае должен считаться адекватным природе; только уже совершившееся движение, кекинема⁵ (от греческого κεικίνομα — продвинувшееся) является реальностью, «вещью для нас».

Свойство кекинемы является непрременным атрибутом концепции дискретности. Нельзя придерживаться дискретного взгляда на структуру пространства и времени, но отрицать свойство кекинемы; тот, кто хочет быть сторонником первого представления, должен принять и второе. Мы можем, следовательно, надеяться встретить наиболее отчетливую формулировку свойства кекинемы у наиболее последовательных апологетов концепции дискретности, т. е. у эпикурейцев, мутакаллимов и финитистов. Действительно, наличие этого представления в учении Эпикура не вызывает сомнений. Например, Александр Афродисийский, перипатетик III века н. э., говорит о последователях Эпикура: «Утверждая, что и путь, и движение, и время состоят из неделимых частиц, они утверждают также, <...> что на каждом из неделимых путей движения нет, а есть только результат движения»⁶.

В отношении двух других школ, как выяснится из последующего, это может быть доказано с не меньшей определенностью, хотя и не такими яркими цитатами.

К идее кекинемы можно подойти и с другой стороны, минуя концепцию дискретного пространства-времени, — путем критического отношения к понятию механического движения. Такой подход более типичен для нового времени. Мы знаем, что представляет собой движение в большом, но у нас нет никаких сведений о движении в малом. Когда мы говорим о движении микротел, мы, хотим того или нет, переносим привычные нам представления из доступной нам области в недоступную. Настаивать на правильности такой экстраполяции было бы по меньшей мере опрометчиво, особенно после того как коренная ломка наших многих представлений о природе в связи с появлением квантовой теории и теории относительности научила нас осторожности.

Образец нового подхода к вопросу дал Гильберт, когда он, пытаясь найти радикальное решение парадоксов Зенона, заявил: «Мы отнюдь не обязаны верить, что пространственно-временная картина движения имеет физический смысл для сколь угодно

⁴ Там же.

⁵ Термин впервые встречается у Диодора Крона (см. *Sext Empiricus. Adversus mathematicos*, 10.143).

⁶ Цит. по книге: С. Я. Лурье. Очерки по истории античной науки. М., 1947, стр. 181.

малых областей пространства и времени; напротив, есть все основания сомневаться в том, что деление движения до бесконечности будет давать нам нечто такое, что по-прежнему можно назвать движением»⁷. От подобных заявлений до принципа кекинемы — один шаг; повторение их в современной науке, учащающееся год от года, звучит, поэтому, для концепции дискретного пространства-времени предпраздничным колокольным звоном.

Свойство кекинемы, по существу, — чисто негативное свойство: это — свойство принципиальной ненаблюдаемости элементарного движения. Что касается другой, позитивной его стороны, т. е. утверждения реальности результатов движения, то она является тривиальной и не нуждается в обсуждении. Как и всякое негативное начало, свойство кекинемы допускает сомнение, питающееся вечно юной надеждой когда-нибудь поставить опыт — «создать шедевр», как говорит один мечтатель у О. Генри, — увидеть, якобы, невидимое и, таким образом, опровергнуть принцип.

Реальная возможность для постановки такого опыта создавалась только с изобретением микроскопа и других увеличительных приборов, т. е. сравнительно недавно. Соответственно, только в последнее время обсуждение принципа кекинемы приобрело строго научный характер.

Прежде всего, дадим себе ясный отчет в том, что следует понимать под словами «наблюдать движение частицы».

В повседневной жизни мы считаем, что наблюдаем за последовательных положений в пространстве. Здесь два важных момента: многократность взглядов на движущееся тело и незначительным тела, когда фиксируем достаточно плотный ряд его последовательности перемещения тела между двумя последовательными взглядами. В самом деле, единичный взгляд, каким бы зорким он ни был, не дает представления о движении; точно так же, взглядывание через большие промежутки времени, за которые тело успевает продвинуться на большое расстояние, не позволяет создать представление о характере движения. По-видимому, тот же критерий наблюдаемости следует сохранить и при определении возможности наблюдения за элементарным движением элементарной частицы. И в применении к этому случаю было бы трудно утверждать, что мы в состоянии следить за движением частицы, если бы, однажды взглянув на частицу, мы уже не могли бы больше ее видеть; или, если бы мы могли взглядывать на нее лишь через значительные промежутки времени, когда она успевала бы далеко отойти от своего предыдущего положения. Квазинепрерывность наблюдения или, что то

⁷ D. Hilbert, P. Bernays. Grundlagen der Mathematik, Bd. I, Berlin, 1934, S. 16

же самое, незначительность смещения частицы в промежутки между двумя очередными регистрациями ее положения являются, таким образом, неперменным условием возможности наблюдать за движением частицы. В соответствии с этим, свою задачу мы можем сформулировать в виде следующего вопроса: в состоянии ли мы фиксировать достаточно плотный ряд последовательных положений частицы в ее элементарном движении?

Первая реальная угроза необходимости отрицательного ответа на поставленный вопрос появилась на грани XIX и XX веков вместе с новой формой атомизма — с атомизмом действия. Қоль скоро существует атом действия, постоянная Планка h , физические процессы с меньшим действием, чем h , или невозможны вообще, или не могут быть зафиксированы в рамках теории, признающей реальность этой новой мировой константы. После того как квантовая гипотеза превратилась в квантовую теорию, т. е. стала основной физики микромира, высказывание о невозможности наблюдать сверхэлементарный процесс превратилось в принципиальный запрет, налагающий предел на экспериментальные возможности человека. Исследователь с его точнейшими приборами уподобился рыбаку, вооруженному сетями, допустимая частота которых строго ограничена снизу: каким бы способом и сколько бы раз такой рыбак ни забрасывал свои сети, он, очевидно, никогда не сумеет поймать рыбу, размер которой меньше размера ячеек самой частой сети. С полной отчетливостью справедливость этой печальной для исследователя аналогии стала ясна, когда выявился механизм самого тонкого способа наблюдения — оптического.

Оптический способ наблюдения, как теперь известно каждому физически грамотному человеку, состоит в бомбардировке наблюдаемой частицы фотонами и в последующем улавливании некоторых фотонов из числа отраженных частицей. Уже в этой общей характеристике метода не трудно усмотреть, с точки зрения интересующей нас проблемы, возможность далеко идущих следствий: ведь, ударяясь о подопытную частицу, фотоны не могут не изменять ее движения, а значит, движение частицы не может быть вполне независимым от акта наблюдения. Вопрос только в том, насколько существенно это влияние. Априори, оно может быть и очень малым, подобным, например, изменению, вносимому в движение актеров на сцене потоками света, изливающимися на них из софитов рампы; но оно может оказаться и совершенно катастрофическим для наблюдателя, подобным, например, изменению, которое вносит в движение муравьев направленная на них струя воды из брандспойта. Как обстоит дело в интересующем нас случае, может показать только количественный расчет.

Возможностью такого расчета мы обязаны Гейзенбергу.

Гейзенберг⁸ в 1927 г. обратил внимание на тот по существу тривиальный факт, что положение частицы может быть измерено оптическим методом тем точнее, чем короче длина волн, применяемых при измерении; но короткие волны заметнее изменяют скорость частицы и, следовательно, увеличивают неопределенность в ее импульсе. Наоборот, для более точного измерения скорости частицы, например, методом эффекта Доплера, надо применять, по возможности, длинные волны; но длинные волны не позволяют определить достаточно точно положение частицы и, следовательно, приводят к большой неопределенности в координате. Уже из таких общих замечаний видно, что погрешности измерения координаты и импульса частицы не независимы друг от друга: чем точнее измеряется координата, тем менее точно будет известна скорость, и, наоборот, чем точнее измерена скорость, тем менее точно будет определена координата. Основываясь на теории преобразований, в частности, на операторном соотношении между координатой и сопряженным ей импульсом

$$[q, p] = i\hbar,$$

Гейзенберг показал, что вид зависимости между неточностями в определении сопряженных величин не зависит от метода измерения и в идеальных условиях опыта выражается соотношением

$$\Delta q \Delta p \sim h.$$

Данное соотношение, как это часто случается в науке с гениальными находками, было получено вскоре многими различными способами: с помощью нормированных волновых функций для свободного движения частицы⁹, с помощью общих неравенств теории комплексных функций¹⁰, с помощью ряда мысленных экспериментов¹¹ и т. д. При этом оно было уточнено и окончательно приняло вид неравенства для средних квадратичных неточностей:

$$\Delta q \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (7)$$

Данное неравенство по своему физическому смыслу таково, что с полным правом может быть применено нами для получения ответа на наш вопрос о величине неизбежного возмущения, сопровождающего всякое наблюдение за частицей. Мы применим его, руководствуясь результатами предыдущего пункта, к

⁸ H. Heisenberg. Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik (ZPh, 43, 172—198, 1927).

⁹ E. Kennard. Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen (ZPh, 44, 326—352, 1927).

¹⁰ W. Pauli (vide H. Weyl. Gruppentheorie und Quantenmechanik. Leipzig, 1928, S. 66—67, 272).

¹¹ В. Гейзенберг. Физические принципы квантовой теории. М., 1932.

движению электрона со скоростью света в пустоте, приняв, кроме того, для максимально допустимого изменения скорости электрона в результате облучения его светом, т. е. для изменения, при котором еще можно говорить о наблюдении за движением электрона, величину, на порядок меньшую скорости изучаемого элементарного движения. Короче говоря, мы положим $\Delta v = 3 \cdot 10^9$ см/сек. Меньшая неопределенность в скорости даст большую неопределенность в положении. При указанных предположениях неравенство (7), как легко в том убедиться, дает для неопределенности в положении электрона величину порядка 10^{-10} см, т. е., примерно, в тысячу раз больше классического радиуса электрона. Этот результат означает, что каждый наш взгляд на электрон, брошенный с сохранением в разумных пределах неизменности элементарного движения, неизбежно сопряжен с неопределенностью в знании местоположения электрона, достигающей тысячекратной величины собственного размера частицы. Ни о каком наблюдении за движением частицы при таких условиях, разумеется, не может быть и речи. Но сделать такое признание — значит признать принцип кекинемы.

В дополнение к сказанному заметим, что возможность рождения электрон-позитронной пары, появляющаяся при работе с достаточно жесткими гамма-лучами, еще больше ухудшает положение экспериментатора, ибо последний утрачивает даже понимание того, за какой частью он следует — за первоначальной или за рожденной в процессе облучения¹².

Наше последнее заключение о принципе кекинемы целиком основывается на соотношении неопределенностей Гейзенберга, и, значит, категоричность его равна категоричности этого соотношения. Что в данной связи можно сказать о нем? Соотношение неопределенностей Гейзенберга образует одну из самых важных опор теоретического здания современной физики. Оно, можно сказать, просачивается из всех пор квантовой теории: из ее математической схемы, из мысленных экспериментов, из анализа отдельных явлений и т. п. Сомнение в его справедливости нельзя поэтому мыслить себе без отказа от всей квантовой теории, крупнейшего приобретения XX века. Точно так же нет никаких разумных оснований и для надежды как-нибудь обойти его. Что можно было бы предложить на этом пути? Учесть влияние фотонов на частицу? Такой учет нельзя осуществить как только в связи с новыми опытами, а они, в свою очередь, создадут неопределенность, которая, если захотят устранить ее, потребует новых опытов, и т. д., до бесконечности¹³.

¹² См., например, Д. Д. Иваненко. Выступление в прениях по докладу В. Миткевича о физическом действии на расстоянии (ИАН, 10, 1408—1409, 1933).

¹³ G. Wataghin. Über die Unberstimmtheitsrelationen der Quantentheorie (ZPh, 65, 285—288, 1930).

Надеяться на существование в природе новых, еще неизвестных науке и более тонких, чем оптический, способов наблюдения?¹⁴ Подобная надежда в настоящее время ни на чем не основана, она — из области чистой фантазии. Пытаться описать микроявления с помощью классических представлений, введя в рассмотрение дополнительные переменные?¹⁵ Попытки эти надо признать совершенно неоправданными, если они производятся на базе известных средств наблюдения, и сугубо гипотетическими, если они апеллируют к еще неизвестным средствам. Прийти к более точным данным через результаты статистического описания?¹⁶ И эта надежда должна быть признана тщетной, ибо она упирается в точное знание местоположения прибора, т. е. снова возвращает нас к соотношению неопределенностей¹⁷. Учесть отброс прибора? Безнадежно: ведь соотношение неопределенностей относится к центру тяжести системы¹⁸. Все, таким образом, подтверждает справедливость и категоричность соотношения неопределенностей Гейзенберга, а вместе с ним, — истинность принципа кекинемы.

Историческое значение констатированного факта настолько велико, что никакая, даже самая высокая оценка его, не будет чрезмерной. Как все негативные положения, принцип кекинемы имел мало шансов на категорическое подтверждение. Достаточно напомнить, что даже такие общепризнанные в настоящее время принципы, как первое и второе начала термодинамики, утверждающие невозможность построения вечных двигателей первого и второго рода, еще не имеют таких подтверждений. Отсюда возникающие при случае предположения о возможности нарушения законов сохранения в той или иной вновь открывшейся области явлений. Так могло бы случиться и с принципом кекинемы. Тогда потребовались бы десятилетия или даже века, чтобы убедить людей в невозможности наблюдать элементарное движение микротел. В действительности, в данном случае, в исключение из общего правила, нам не требуется вступать на этот тернистый путь, так как наука дала безусловное и строгое доказательство принципа кекинемы.

Между прочим, толкование соотношения неопределенностей Гейзенберга в смысле принципа кекинемы наметилось сразу же после открытия этого соотношения. Уже сам Гейзенберг¹⁹ под-

¹⁴ E. Schrödinger. *Über die Unanwendbarkeit der Geometrie im Kleinen* (Nw, 22, 518—520, 1934).

¹⁵ См., например, D. Bohm. *A suggested interpretation of the quantum theory in terms of «hidden» variables* (PhR, 85, 166—193, 1952).

¹⁶ A. Ruark. *The limits of accuracy in physical measurements* (PNAS, 14, 322—328, 1928).

¹⁷ N. Bohr. *Das Quantenpostulat und die neuere Entwicklung der Atomistik* (Nw, 16, 245—257, 1928).

¹⁸ Там же.

¹⁹ См. сс. 8.

черкнул роль установленного им соотношения как начала, полагающего предел экспериментальным стремлениям человека, как фактора, обуславливающего бессодержательность более точного, чем указано, употребления таких терминов, как «место» и «скорость» частицы, как, наконец, причины, делающей явления атомной области принципиально ненаблюдаемыми. Точно так же Бор²⁰, развивая свою интерпретацию физики в рамках квантового постулата, со всей силой подчеркивал, в качестве следствия из соотношения неопределенностей, невозможность построить наглядную модель микромира. Впоследствии появились новые толкования соотношения неопределенностей, в том числе весьма далекие от духа принципа кепинемы и даже противоположные ему. Началась борьба мнений, которая продолжается по сию пору. Было бы небезынтересно сделать обзор различных мнений по данному вопросу с точки зрения принципа кепинемы и посмотреть, кто и насколько из числа участников дискуссии приблизился к истине или отошел от нее; но такой обзор не входит в задачу настоящей работы.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга исчерпывающим образом решает вопрос о невозможности для человека наблюдать элементарное движение элементарных частиц, но, целиком основанное на анализе измерительных возможностей, оно оставляет совершенно открытым вопрос о том, как ведут себя частицы сами по себе, когда на них никто не смотрит. Двигутся ли они по траекториям, в обычном смысле слова? Обладают ли они в каждый момент времени определенными значениями координат и скорости? Эти и подобные им вопросы о явлениях, происходящих по ту сторону опыта, не находят объяснения в рамках существующих теорий. Найдут ли они вообще когда-нибудь свое объяснение, и если найдут, то каким оно будет?

Концепция дискретного пространства и времени по своему содержанию богаче соотношения неопределенностей Гейзенберга: она утверждает не только ненаблюдаемость элементарного движения, но и невозможность, несуществование его как непрерывной последовательности положений тела. Элементарное движение не существует, поэтому оно и не может наблюдаться — таково следствие этой концепции. В частности, концепция дискретности позволяет дать на вторую часть последнего вопроса твердый и однозначный ответ: решение проблемы элементарного движения, если оно когда-нибудь будет дано, не будет решением в терминах координат и скоростей; оно не будет таким решением потому, что элементарное движение неделимо, потому, что оно не есть непрерывный процесс, не есть перемещение в пространстве с течением времени, в обычном смысле этого слова.

²⁰ См. сс. 17.

В настоящее время если и можно ассоциировать элементарное движение с каким-то определенным физическим явлением, то только с движением диракова электрона со скоростью света в пустоте. Оператором скорости этого движения является, как мы видели в предыдущем параграфе, вектор, образованный из первых трех матриц Дирака, α_1 . Этот вектор существенно представляет собой оператор мгновенной скорости, т. е. значение скорости, равное c , с которой движутся электроны, существует только одно мгновение и не сохраняется ни на каком конечном промежутке времени²¹. Наблюдать движение электрона с такой скоростью, очевидно, невозможно²². Наблюдаемыми являются скорости, получаемые из мгновенных путем усреднения по дрожанию. Эти усредненные значения скорости, согласно сказанному, никакой реальной микропроцесс адекватно не отражают, представляя собой лишь символы определенного способа описания. Значит, движение диракова электрона в полной мере удовлетворяет свойству кекинемы в его части, касающейся наблюдателя, и не противоречит ему в части, касающейся самого микрообъекта.

Мы достаточно сказали о том, чем элементарное движение не является; о том, чем оно является, мы получим некоторое представление в следующем параграфе, продолжив анализ следствий из концепции дискретного пространства и времени.

§ 2.3. Свойство реновации

Как это часто случается в научных исследованиях, негативное утверждение уже содержит в себе зерна позитивного решения проблемы (см., например, I, стр. 62). Так обстоит дело и в данном случае, в отношении свойства кекинемы.

Позитивное решение проблемы движения в рамках концепции дискретного пространства и времени следует, очевидно, мыслить в форме определенного механизма движения, способного заменить обычное представление о движении как о процессе непрерывного пространственно-временного перемещения тела. Мы обнаружим этот механизм, если взглянем под определенным углом зрения на формулировку свойства кекинемы. Возьмем ее, например, в аристотелевой форме: «По неделимому пути ничто не может двигаться, а сразу же является продвинувшимся». Согласно этому положению, движение частицы происходит таким образом, что в некоторый начальный момент времени частица находится в начале пути, а по истечении элементарного промежутка времени оказывается в конце элементарного пути, причем

²¹ G. Breit. On the interpretation of Dirac's α matrices.— PNAS, 17, 70—73, 1931.

²² Д. Иваненко. Скорость электрона. (ЖЭТФ, 1, 167—169, 1931).

не появляясь в промежуточных точках. Подобный способ движения, когда собственно перемещения-то и нет, а есть только результат перемещения, можно, очевидно, охарактеризовать как ряд последовательных исчезновений и рождений частицы: частица исчезает в данной точке пространства и появляется в некоторой другой точке, затем исчезает в той же точке и появляется в другой точке, где затем также исчезает, чтобы возникнуть в следующей новой точке, и т. д. и т. д.

Данное представление о механизме движения частицы справедливо назвать принципом возобновления или реновации частицы, от латинского *renovatio* — возобновление.

Принцип реновации, согласно сказанному, в неявном виде содержится в любой формулировке свойства кекинемы, в том числе в тех, которые приводились в предыдущем пункте. Наиболее раннее упоминание о нем в явном виде восходит к Диодору Крону, скептику V века до н. э.¹ Со всей решительностью этот взгляд на движение выражен Эпикуром. Ему, в частности, принадлежат такие слова: «Суждение, будто и промежутки времени, зримые только мыслью, содержат непрерывное движение, — неверно»². Развитие и обобщение этот взгляд нашел у индусов и у арабов. Так, согласно учению саутрантиков, вещи возникают из небытия, существуют одно мгновение и снова исчезают³; мутакаллимы же утверждали, что все в мире — тела, свойства, мысли и т. п. — изменяется не непрерывно, но скачками: внезапно возникает, существует в течение одного или нескольких атомов времени и затем внезапно исчезает с тем, чтобы возродиться в другое время, в другом месте и, может быть, в обновленном виде⁴. Впоследствии принцип реновации был забыт или, по меньшей мере, не пользовался широкой известностью. Так думать заставляет факт переоткрытия этого принципа Лейбницем. В 1669 г., в письме к своему другу и наставнику Томазио, Лейбниц сообщал: «Мною доказано, что все движущееся непрерывно создается, и тела в любое мгновение данного движения суть нечто, а в любое время между мгновениями данного движения суть ничто — вещь доселе неслыханная, но совершенно необходимая»⁵.

В новое время наиболее обстоятельная защита принципа реновации принадлежит Клиффорду. В 1870 г., в одной из своих

¹ См., например, Н. А г н и н. *Epikur's Lehre vom Minimum*. S. 389 (AAW, 57, 381—402, 1907).

² Э п и к у р. Письмо к Геродоту, 62 (перевод С. И. Соболевского).

³ См., например, Н. Я с о б и. *Atomic Theory (Indian)*. *Encyclopaedia of Religion and Ethics*, vol. 2, Edinburgh, 1909, p. 202.

⁴ См., например, М. М а и м о н и д е с. *The Guide for the Perplexed*, NY, 1946, 1.73.6.

⁵ См., например, В. П. З у б о в. *Ломоносов и славяно-греко-латинская академия* (ТИИЕТ, 1, 5—52, 1954), стр. 26.

лекций⁶, Клиффорд попытался критически разобрать понятие мгновенной скорости и ему аналогичные. Он, в частности, поставил такой вопрос: когда пешеход ускоряет свое движение с 4 км/час до 6 км/час, идет ли он когда-либо со скоростью 5 км/час? Утвердительный ответ на этот вопрос в рамках концепции непрерывности представляется само собой разумеющимся, но возможна и другая точка зрения, подчеркнул Клиффорд и проиллюстрировал ее с помощью «колеса жизни», предшественника современного кинематографа. Как известно, любой непрерывный процесс, который мы видим на экране кино, в действительности состоит из ряда отдельных кадров, на каждом из которых движущийся предмет сдвинут на некоторую конечную величину по сравнению с его положением на предыдущем кадре. Не имеет ли место то же самое и в окружающей нас жизни; не является ли кинематограф иллюстрацией того, что происходит в действительности? — спрашивал Клиффорд⁷ своих слушателей и считал возможным ответить на эти вопросы утвердительно.

Тот факт, что воспринимаемые нами процессы природы кажутся нам непрерывными, ни о чем, конечно, не говорят; ведь кажутся же нам непрерывными те же движения на киноэкране, причем даже в том случае, когда мы посвящены в тайны кинематографической техники! Кроме того, можно было бы напомнить о нашей способности ставить все «на ноги», хотя на сетчатке наших глаз все изображено «вверх ногами». Короче говоря, при решении подобных вопросов апелляция к чувствам или, как энергично выразился в свое время Овидео, «обывательские ссылки на свидетелства чувств»⁸, не имеют отношения к делу: нужно лишь считать, что последовательные восприятия вещей всегда быстро следуют друг за другом⁹.

Сравнение рекреационного механизма движения с кинематографом, примененное Клиффордом, оказалось чрезвычайно удачным и впоследствии неоднократно возобновлялось разными авторами, причем иногда независимо друг от друга. Особенно интересно в истории использования этого сравнения то, что к нему прибегали при характеристике философских систем различных народов — индийского¹⁰, греческого¹¹ и арабского¹².

⁶ W. Clifford, On Theories of the Physical Forces (W. Clifford. Lectures and Essays, vol. I. London, 1901, pp. 120—138).

⁷ Там же, стр. 126.

⁸ Цит. по сс. 5, стр. 18.

⁹ Ср. П. Гассенди (K. Lasswitz, Geschichte der Atomistik, Bd. 2, Leipzig, 1926, S. 150).

¹⁰ См., например, сс. 3, стр. 202.

¹¹ Например, С. Я. Лурье. Теория бесконечно малых у древних атомистов, М., 1935, стр. 102.

¹² Например, D. Macdonald, Aspects of Islam, 1911, p. 138 (цит. по сс. 13).

Данное совпадение свидетельствует, очевидно, о глубоком внутреннем родстве этих систем¹³, хотя они и развивались в значительной степени независимо друг от друга.

В той же лекции Клиффорд предложил способ графического изображения дискретного движения — два параллельных ряда точек, определив точки одного ряда как возможные мгновенные существования частицы, а точки другого — как возможные положения частицы и предположив, кроме того, что частицы в действительности существуют только в те мгновения и в тех точках, которые расположены друг над другом. Согласно этой схеме, движение частицы представляет собою последовательность скачков: возникнув и тут же исчезнув в одной точке пространства, частица некоторое время спустя возникает и тут же исчезает в другой точке, и т. д.¹⁴ (см. рис. 1).

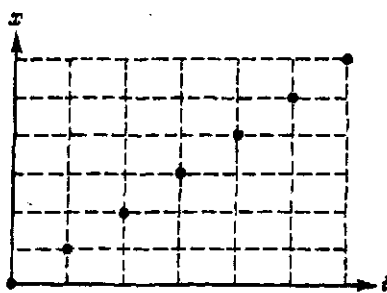


Рис. 1

Схема Клиффорда — отметим это попутно — является не единственно возможной. Наряду с ней можно предложить еще две схемы. Согласно одной из них, частица, исчезнув в некото-

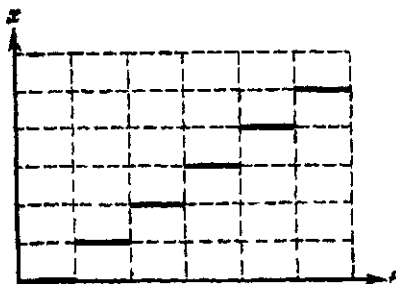


Рис. 2

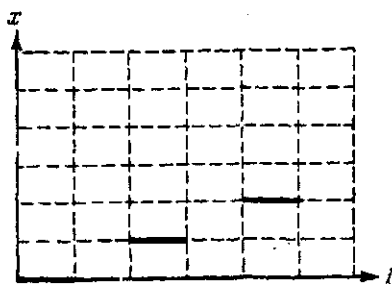


Рис. 3

рый момент времени в некоторой точке пространства, появляется в другой точке в тот же момент времени; согласно другой, появление частицы происходит некоторое время спустя после ее исчезновения. В первом случае частица никогда не перестает существовать, продвигаясь вперед внезапными рывками; во вто-

¹³ Ср. D. Macdonald. Continuous re-creation and atomic time in muslim scholastic theology. — Isis, 9, 343, 1927.

¹⁴ Цит. соч., стр. 128.

ром состояния бытия частицы чередуются с состояниями небытия, в продолжение которых и происходит перемещение частицы. Графически этим двум вариантам механизма рекреации соответствуют рис. 2 и 3, соответственно.

Суть всех трех схем и различие между ними легко уясняются, если выразить их на языке «промежутков» и «стыков» между промежутками, понимая под промежутками протяженные интервалы времени, а под стыками — нулевые. Для того чтобы частица существовала во времени, надо, чтобы она существовала не только на стыках, но и на промежутках; существовать же на промежутках можно в тройкой форме: а) в форме собственного бытия, б) в форме инобытия и в) в той и другой форме. Две первые схемы асимметричны, третья симметрична относительно понятий «частица» и «не-частица», причем в первой свойство протяженности времени связывается с частицей, а во второй — с не-частицей. Поскольку природа времени нам неясна, все три схемы, вообще говоря, представляются в равной степени допустимыми. Если и можно провести между ними некоторую дискриминацию, то только в рамках определенных допущений. Например, если в соответствии с духом времени предположить, что инобытием частицы является бытие поля. Есть много данных за то, что частица и поле симметричны. Так, одной и той же процедурой — квантованием — система частиц переводится в поле (первичное квантование), а поле — в систему частиц (вторичное квантование). Отсюда как будто следует, что третья схема, как симметричная, является более предпочтительной. Однако можно рассуждать и по-другому. Предположим, например, что нам удастся в будущем описать движение частицы с помощью какого-нибудь формального аппарата типа матриц, как это было сделано Гейзенбергом при построении квантовой механики для энергетических переходов внутриатомных электронов. Тогда привлекательными покажутся первый и второй варианты. Что касается выбора между ними, то он может определиться в конце концов тем, какие свойства частицы окажутся более глубинными — наглядные, типа массы, электрического заряда, спина, или ненаглядные, типа изобарического спина, четности, странности. Высказать какое-либо более определенное суждение о сравнительном достоинстве разных вариантов в настоящее время едва ли имеется возможность.

Интересно отметить, что наши предки были менее шепетильными при решении подобных вопросов и, как это следует из приведенных на стр. 47 воззрений саутрантиков и мутакаллимов, недвусмысленно склонялись в пользу первой или третьей схем.

Мысль о скачкообразном характере движения микротел возникла от случая к случаю и в новейшее время. Так, после

того как Дирак установил возможность энергетических переходов через запрещенную зону шириной $2mc^2$, было предположено, по аналогии, что скачки частиц имеют место и в пространстве¹⁵; после открытия процессов рождения и исчезновения электрон-позитронных пар было предположено, что, может быть, и в случае обычного поступательного движения частицы имеет место аналогичная картина: частица исчезает в одной точке и возникает в соседней¹⁶; анализ групповых свойств пространственно-временной решетки привел к заключению, что траектория частицы в дискретном мире представляет собой упорядоченную во времени последовательность узлов пространственной решетки¹⁷. Точно так же новейшему времени не чужда мысль о существовании внутренней связи между рекреационным механизмом движения тел и дискретностью пространства-времени¹⁸.

Напротив, врагам пространственно-временной дискретности принцип рекреации представлялся всегда верхом нелепости. Аристотель считал свою миссию опровержения этой концепции исполненной, доказав, что, согласно ей, «движение будет состоять не из движений, а из моментальных перемещений и продвижений чего-то недвижущегося»¹⁹. Симпликий, комментатор Аристотеля, с целью опорочить концепцию дискретности и одновременно объяснить появление ее в учении Эпикура, утверждал, что этот «жалкий принцип» был выдуман самим Аристотелем, чтобы затем с блеском быть опровергнутым²⁰. Не было недостатка в насмешках по адресу принципа рекреации и в более позднее время. Например, в середине XVII века Магненус, сторонник вещественного, но враг пространственно-временного атомизма, картину дискретного движения, с целью дискредитации ее, иллюстрировал сравнением с лягушкой, которая сразу проплывает две пяди, а потом собирается с силами и с новым устремлением движется еще на две пяди²¹. Также и Лейбниц, семь лет спустя после вышеприведенного восторженного сообщения о своем открытии принципа рекреации, пробил отбой, заставив одного из участников (Харина) одного из своих диалогов («Пацидий Филалету») высказать в адрес принципа следующее критическое замечание: «Меня весьма раздражают

¹⁵ G. Pokrowski. Zur Diracschen Theorie von Protonen und Elektronen.— ZPh, 66, 129—136, 1930.

¹⁶ Я. И. Френкель. Понятие движения в релятивистской квантовой теории (ДАН, 64, 507—509, 1949). См. также Б. Г. Кузнецов. Некоторые тенденции современной теоретической физики (ВФ, 6, 95—104, 1955).

¹⁷ A. Schild. Discrete space-time and integral Lorentz transformations (PhR, 73, 414—415, 1948).

¹⁸ См., например, Б. Г. Кузнецов. Принцип относительности в античной, классической и квантовой физике. М., 1959, стр. 219.

¹⁹ Аристотель. Физика, 6.1 (перевод В. П. Карлова).

²⁰ См., например, сс. 11, стр. 103.

²¹ См., например, сс. 5, стр. 30.

эти скачки. Ведь поскольку великость и малость здесь ни при чём, мне представляется одинаково абсурдным, что некая мелкая корпускула переходит, минуя промежуточные точки, от одного конца сколь угодно малой линии к другому и что я в один момент переношусь в Рим, также минуя все промежуточные инстанции, как если бы их вовсе не было в природе»²². Правда, в этих словах Харина еще нет оснований видеть мнение самого Лейбница, хотя бы потому, что Лейбниц выступает в этом диалоге под другим именем (Паидия), но в то же время в этих словах можно видеть симптомы того разочарования в концепции дискретности, которое вполне охватит Лейбница еще несколькими годами позже.

Отмечу попутно, что отношение Лейбница к проблеме механического движения заслуживает специального внимания историка. Для Лейбница, так же как для Магненуса и Вико, характерно в этой области состояние нерешительности при постепенном дрейфе в сторону континуализма. Лейбниц в своих убеждениях за период от 60-х до 80-х годов XVII века продефилировал от одного мировоззрения к противоположному, никогда не переставая подчеркивать важность и нерешенность проблемы и тем не менее заявив в конце этого периода: «Так как я еще не был искушен в геометрии, я убеждал себя, что континуум состоит из точек, а более медленное движение прерывается более продолжительными состояниями покоя <...> Став геометром, я отбросил это мнение»²³. Истинная причина духовной эволюции Лейбница состоит, по-видимому, не в степени знания геометрии, а в общей тенденции научного развития того времени, завершившегося созданием математического анализа и «Математических начал натуральной философии», этих сверхновых звезд континуализма, на многие годы затмивших финитистскую проблематику.

Парадоксальность рекреационного механизма движения, конечно, не утратила своей остроты и в наше время. И иллюстрация с помощью лягушки, и сравнение с путешествием в Рим по-прежнему сохраняют свою силу. Но в новое время появились новые данные в пользу принципа рекреации, причем настолько убедительные, что все иные соображения должны отступить перед ними на задний план. Эти новые данные поставила квантовая механика.

Уже в первоначальной гипотезе Планка можно усмотреть присутствие рекреационной идеи. Это становится особенно ясно, если суть гипотезы выразить, вслед за Пуанкаре, следующими словами: «Физическая система может иметь только конечное число различных состояний и она перескакивает из одного со-

²² Сс. 5, стр. 27.

²³ См. 5, стр. 28.

стояния в другое, не переходя непрерывный ряд промежуточных состояний»²⁴. В данной формулировке гипотеза Планка представляет собою не что иное, как принцип рекреации в отношении состояний системы. Но механическое движение является частным случаем изменения состояний и, значит, справедливое для изменения состояний справедливо для механического движения. Вполне ясно это стало после построения квантовой механики.

После того как Шредингер записал свое уравнение, а Борн установил статистический смысл волновых функций, стало общим местом признание возможности для движущейся частицы находиться в одних точках пространства и невозможности находиться в других. Иначе говоря, движение микрообъектов не по траектории является краеугольным камнем современной квантовомеханической картины мира. В качестве иллюстрации этого факта рассмотрим, например, теорию линейного гармонического осциллятора.

В основе теории лежит уравнение Шредингера

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E - U)\psi = 0$$

с потенциальной энергией вида

$$U = -2\pi^2mv^2x^2.$$

Предполагая решения уравнения конечными, непрерывными и однозначными, найдем дискретный ряд разрешенных значений энергии осциллятора и дискретный ряд соответствующих волновых функций. Например, энергии

$$E_3 = \frac{7}{2} h\nu$$

соответствует функция

$$\psi_3 = Cx \left(\frac{2x^2}{x_0^2} - 3 \right) \cdot e^{-x^2/2x_0^2}$$

(C и x_0 —некоторые константы), которой в свою очередь, соответствует график вероятности, $\omega = |\psi|^2$, изображенный на рис. 4.

Обычное толкование этого графика состоит в том, что колеблющаяся частица, обладая энергией $3,5 h\nu$, чаще всего находится в точках a и a' и в окрестностях этих точек; довольно часто можно встретить ее в точках b и b' и в ближайших окрестностях этих точек; принципиально не бывает частицы в точках O, A и

²⁴ А. Пуанкаре. Последние мысли, 6.5 Пг., 1923, стр. 98.

A' и — практически — вблизи этих точек. Об этих последних точках с полным основанием можно сказать словами Аристотеля: «Частица проходит их, не проходя»²⁵.

Рассмотренный пример имеет в квантовой механике общее значение, соответственно с чем общее значение имеет и взгляд

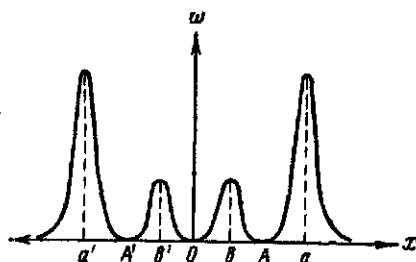


Рис. 4

на движение микротел как на движение без прохождения промежуточных точек. Надо ясно осознать, что в настоящее время подобный взгляд является уже не делом вкуса или интуиции, но неумолимым требованием, которому нельзя не подчиниться, если не хочешь вступить в противоречие со всем развитием физики на протяжении последних

40 лет. Но подобный взгляд, как легко видеть, имеет очень много общего с принципом рекреации.

Отмечая это сходство и тем самым отдавая дань восхищения гениальному провидению древних атомистов, мы, однако, должны признать, что квантовомеханическая картина движения все-таки не точно воспроизводит механизм движения, как он рисуется согласно принципу рекреации: если, согласно этому принципу, тело существует только в отдельных точках, отделенных друг от друга неделимыми интервалами пути, в точках которых тела быть не может, то, согласно квантовой механике, тело способно находиться в любой точке на некоторых отрезках пути и не бывает лишь в отдельных точках, разделяющих эти отрезки. Квантовая механика, можно сказать, не довела до конца идею принципа рекреации, у нее как бы не хватило на это решительности: она ввела запрещения на отдельные точки пространства, дав право частице находиться на пространственных интервалах, тогда как, согласно принципу рекреации, нужно ввести запрещение на интервалы, дав право находиться только в отдельных точках.

Интересно отметить, что на заре квантовой механики картина движения микротел рисовалась мысленному взору пионеров этой науки именно в таком, строго рекреационном виде. «В картине движения микротел,— указывал в 1927 г. Гейзенберг,— место непрерывной траектории должна занять точечная траектория», в графическом изображении, место рис. 5 должен занять рис. 6. Между прочим, отмечал далее Гейзенберг, это делает бессмысленным вопрос о местонахождении частицы в интерва-

²⁵ Аристотель. Физика, 6.1.

лах между точками существования и двусмысленным вопросом о скорости частицы в этих точках, двусмысленным потому, что для определения скорости, наряду с данной точкой, надо рассматривать еще одну точку, соседнюю с данной, а таковых в рекреационной схеме движения две — справа и слева, — причем они, вообще говоря, соответствуют различным приращениям радиуса-вектора²⁶.



Рис. 5

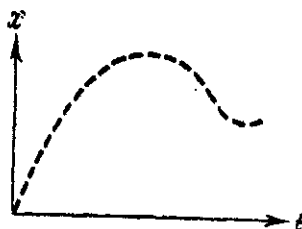


Рис. 6

Основываясь на представлении о точечной траектории, Гейзенберг вывел соотношения неопределенностей, роль которых в современной физике трудно переоценить. Можно надеяться, что и дальнейшая работа в том же направлении окажется плодотворной.

Необходимость такой работы диктуется, кроме того, нынешним состоянием квантовой теории, — состоянием, характерной чертой которого является методологическая незавершенность. Да, это так, современная квантовая теория в своих основах не завершена. Пока существовали только гипотеза Планка и постулаты Бора, все ясно понимали это, все видели, что квантовая теория основывается на произвольных допущениях, единственное оправдание которых состоит в хорошем согласии с опытом тех результатов, к которым они приводят. С появлением квантовой механики видимость стала хуже. В квантовой механике место искусственных аксиом заняли некоторые общие математические принципы. По сравнению с прежними положениями теории новые положения являются более общими, но доля искусственности сохранилась и в них. Мы не можем, например, обосновать ни коммутативные свойства матриц Гейзенберга, ни вид волнового уравнения Шредингера. Ясно, что человеческий ум не может успокоиться на таком уровне общности, он пойдет дальше, будет искать основы основ квантовой механики и остановится не ранее, как достигнув того рубежа, на котором кончается современная наука.

²⁶ W. Heisenberg. Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik (ZPh, 43, 172—198, 1927).

Таковыми рубежами в настоящее время, по-видимому, можно считать вариационные принципы, законы сохранения, свойства инвариантности и тому подобные положения. Формы проявления этих общих положений весьма разнообразны и с каждым годом продолжают множиться. Так, в § 6.2 мы встретимся с методом S -матрицы, который, как теперь уже ясно, уходит своими корнями в такие общие принципы, как инвариантность, унитарность и причинность. Для нас сейчас важно подчеркнуть, что формализм S -матрицы с его отказом рассматривать непрерывные переходы, с его акцентом на систему состояний, разделенных друг от друга конечными промежутками времени, находится в полном согласии с идеями принципа рекреации. В последние годы все большее значение начинают придавать законам симметрии. Так, Гейзенберг видит цель, стоящую перед современными физиками, в том, чтобы «понять атомную структуру материи из простых математических свойств симметрии»²⁷. Это определение цели разумно распространить и на пространство-время. Таким образом, ряд фактов недвусмысленно говорит, с одной стороны, о существующей в современной физике тенденции опереться на более общие принципы, чем принципы волнового уравнения и коммутации, с другой, о существовании глубокой связи между этими общими принципами и концепцией дискретного пространства-времени.

Перед лицом данной ситуации мне кажется уместным обратить внимание читателя на одну возможность развития нынешней квантовой механики в направлении, которое одновременно осуществляет и прогнозы концепции дискретности, и всеобщее стремление к общим принципам.

Рассмотрим снова линейный гармонический осциллятор. Запишем классическое выражение для плотности вероятности местонахождения чиститцы:

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}. \quad (8)$$

Потребуем в качестве принципа новой теории минимума функции распределения, оптимальное или «классическое» значение которой в нашем случае равно 1. Как обнаружил П. Л. Чебышев²⁸ и доказал А. А. Марков²⁹, это имеет место когда непрерывное распределение заменяется дискретным. Значит, дискретность в данной схеме появляется как следствие принципа мини-

²⁷ В. Гейзенберг. Открытие Планка и основные философские вопросы учения об атомах.— ВФ, II, 69, 1958.

²⁸ П. Л. Чебышев. О предельных величинах интегралов (см., например, П. Л. Чебышев. Полное собрание сочинений, т. 3. М., 1948, стр. 63—65).

²⁹ А. А. Марков. О некоторых приложениях алгебраических непрерывных дробей. СПб., 1884.

му, иначе говоря, задача квантования становится задачей на экстремум. В рассматриваемом примере колеблющаяся частица, согласно новой схеме, может находиться только в некоторых, изолированных друг от друга точках своей траектории, причем переход из одной точки в другую связан с изменением энергии частицы. Если величину энергии определить формулой

$$E_k = E_0 \left(k + \frac{1}{2} \right), \quad (9)$$

местоположение частицы выразится формулой

$$x_k = \cos \frac{\pi}{n} \left(k + \frac{1}{2} \right), \quad (10)$$

где $k=0, 1, \dots, n-1$. Тогда, например, значению $n=4$ будет соответствовать график местоположений, изображенный на рис. 7. У этого графика, как легко видеть, есть много общего с рис. 4, но, в отличие от последнего и в согласии с рис. 6, он уже в полной мере соответствует духу принципа рекреации.

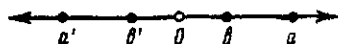


Рис. 7

Независимо от того, насколько удачным окажется применение идей Чебышева — Маркова в области микромира, реализация квантовой механикой многого из того, что содержится в свойстве рекреации, не оставляет сомнений. Это свойство, следовательно, как и два предыдущих, ранее рассмотренных, может ныне считаться экспериментально подтвержденным фактом.

* * *

Свойства изотаксии, кекинемы и реновации, рассмотренные в трех параграфах настоящей главы, следует, по-видимому, считать непререкаемыми элементами всякой теории, описывающей механическое движение в условиях дискретного пространства-времени. Такой теории или, как можно условиться говорить, «механики дискретного мира» еще не существует, хотя создание ее в рамках концепции дискретности представляется одной из самых важных или даже самой важной проблемой. Этой цели нельзя надеяться достигнуть на пути дальнейшего развития тех общих соображений, которые приведены в настоящей главе. Так думать заставляет хотя бы следующий факт: многие из этих общих соображений, как мы могли убедиться, были высказаны

уже древними мыслителями, т. е. они, эти общие соображения, чтобы быть высказанными, не требуют специальной научной базы, а вся история науки показывает, что если и удастся продвинуться вперед в познании природы, то только на базе достигнутого наукой на непосредственно предшествующей стадии развития. Иначе говоря, в науке, как в политике, нельзя решать проблемы сегодняшнего дня, находясь на уровне вчерашнего дня; только используя последние достижения науки, удастся добиться новых научных достижений. Это значит, что если механика дискретного мира и может быть построена, то путь к ней следует видеть не в развитии общих представлений о свойствах изотопии, кекинемы и реновации (что, впрочем, тоже не лишено некоторого интереса), а в анализе с соответствующей точки зрения конкретного содержания современной физики.

Осуществлению этой программы кажется правильным предпослать работу по собиранию и систематизации всего того, что в современной физике имеет некоторое отношение к концепции дискретного пространства-времени. Такая работа, как можно надеяться, позволит лучше ориентироваться в имеющемся материале, яснее понимать суть проблемы и отчетливее видеть возможности для ее решения на данной стадии научного развития. Должно также обнаружиться, в каких областях физики и с каких направлений теоретического развития можно с наибольшими шансами на успех ожидать решения поставленной задачи.

В последующих главах настоящей книги сделана попытка провести такую предварительную работу.

Прежде чем приступить к делу, считаю необходимым, во избежание недоразумений и необоснованной критики со стороны противников концепции дискретности, сделать следующие два замечания.

1. Переход к атомизму пространства-времени в наш век всевозможных атомизмов эквивалентен, очевидно, признанию, что в природе нет ничего, о чем можно было бы говорить в терминах непрерывности. Другими словами сторонник концепции дискретного пространства-времени как будто лишается права применять понятия континуализма. В действительности это не так, и по крайней мере на первых порах ему надо позволить пользоваться этими понятиями. Переход на рельсы универсального атомизма, как следует из сказанного выше, если и возможен, то только через современную физику. А современная физика еще в значительной степени континуалистична. Значит в переходный период, при построении физики дискретного мира на материале физики мира непрерывного по необходимости придется прибегать к понятиям непрерывности даже тому, кто категорически отрицает их адекватность внешнему миру. Полное освобождение от понятий непрерывности и употребление только понятий дискретности можно мыслить лишь как желанную цель науки.

2. В переходные периоды, при рождении новых концепций, кроме чисто логических проблем, всегда возникают терминологические трудности, обусловленные тем, что наш язык отстает от мысли и термины меняются медленнее, чем представления (ср. I, стр. 68). Особенно остро терминологические трудности дали себя знать в 20—30-е годы нашего века, при построении квантовой механики³⁰. При переходе от обычного, непрерывного пространства-времени к дискретному эти трудности, надо думать, проявятся еще острее, так как пространственно-временные представления принадлежат к числу самых коренных и универсальных перцепций человека. В частности, нам, очевидно, придется отказаться в применении к элементарным интервалам пространства-времени от таких первичных терминов, как «где», «когда», «куда» и «откуда», или вкладывать в них какой-то новый смысл. Трудности такого рода надо всегда иметь в виду хотя бы для того, чтобы полемику по существу вопроса не превращать в чисто лингвистические препирательства.

³⁰ Ср. В. Гейзенберг. Физические принципы квантовой теории. М., 1932, стр. 14.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ДЛИНЫ И ВРЕМЕНИ

Убедившись в согласии основных следствий концепции дискретного пространства-времени с развитием научной мысли в последние годы, мы вправе перейти к обсуждению физических гипотез, основанных на этой концепции или приводящих к ней, рассматривая их как вполне разумный и полномочный выход за рамки общепринятого физического мировоззрения. Выполнение этой программы мы начнем с характеристики атомов пространства и времени.

Представление об атомах пространства и времени или об элементарных (минимальных, фундаментальных) интервалах длины и времени является, как можно думать, квинтэссенцией и составной частью концепции дискретного пространства-времени. Трудно представить себе учение о дискретном пространстве-времени, в котором понятие элементарных интервалов длины и времени не играло бы важной роли. Во всяком случае, до сих пор во всех теориях дискретных пространств — фазового, кристаллического и других — разного рода «постоянные» с размерностью величин, характеризующих эти пространства, имели первостепенное значение. А коль скоро это так, исследования, посвященные проблеме элементарных интервалов длины и времени, каким бы образом они ни преломились для физической теории дискретного пространства и времени, представляют для нас живейший и самый непосредственный интерес.

В настоящей главе три параграфа. В первом параграфе элементарные интервалы длины и времени характеризуются снаружи, по экстерьеру, во втором — изнутри, по интерьеру, в третьем параграфе перечислены теоретические схемы, так или иначе связанные с идеей элементарных интервалов.

§ 3.1. Экстерьер элементарных интервалов

В сохранившихся документах древности и средневековья нередко можно встретить мысль о мельчайших, неделимых дальше отрезках пути и промежутках времени —

«амерах», «зеноновых точках», «неделимых линиях», «атомах времени» и т. д. Для всех этих понятий типично сочетание протяженности или длительности с неделимостью, что принципиально отличает их от понятий геометрической точки и мгновения, как границах. Мысль об элементарных интервалах длины и времени естественно приходила в голову, когда пытались проследить процесс многократного последовательного деления вещи, освободиться от возражений Зенона или построить последовательную атомистическую картину мира.

Вот несколько примеров, относящихся к разным векам и выражающих эту мысль в более или менее конкретной форме.

Лукреций, I век до н. э.:

Признать неизбежно

Существование того, что совсем неделимо, являясь,

По существу, наименьшим¹.

Дамаский Диадокх, VI век н. э.: время состоит из конечных «теперь», ограниченных с обоих концов «демиургическими сечениями», в которых время испытывает скачок. Необходимость такого рода представления Дамаский обосновывал следующим образом: прошедшее время создается из «теперь», а будущее в потенции состоит из них; так как и прошедшее, и будущее время обладает длительностью, то и «теперь» должно обладать тем же свойством, ибо невозможно получить протяженную вещь из непротяженной, делимую из неделимой. Значит, заключал Дамаский, «теперь» представляет собой не мгновение, не границу между прошедшим и будущим, как думал, например, Аристотель, а некоторый конечный промежуток времени, некоторую универсальную величину².

Исидор Севильский, VII век н. э.: «Ты, например, делишь год на месяцы, месяцы — на дни, дни — на часы; и дальше части часов допускают деление, пока не дойдешь до столь малой точки времени и до некоей капли момента, что она уже не может растянуться ни на какое протяжение времени, а потому уже не может делиться. Это и есть атом времени»³.

Николай Отрекурийский, середина XIV века: «Реально (in re) имеется некоторая величина, меньшая которой не существует»⁴.

Виклиф и Гус, конец XIV века: «Всякая непрерывная математическая линия состоит из непосредственно следующих одна

¹ Лукреций. О природе вещей, I. 625—626 (перевод Ф. А. Петровского).

² Damascius le Diadoque. Problèmes et solutions touchant les premiers principes, tome 3. Paris, 1898, §§ 389, 394.

³ См., например, В. П. Зубов. Из истории средневековой атомистики. (ТИИЕТ, 1, 287, 1947).

⁴ См., например, В. П. Зубов. Николай из Отрекура и древнегреческие атомисты (ТИИЕТ, 10, 338—383, 1956), стр. 367.

за другой конечных точек. Время есть, было и будет состоять из непосредственно следующих друг за другом конечных мгновений»⁵.

Дальше подобных общих рассуждений древние и средневековые авторы идти не могли; как только они пытались сделать это, они попадали в такие дебри произвольных спекуляций, которые уже не имеют никакого научного интереса.

Возможность для научного обсуждения проблемы открылась только после того, как развитие экспериментальной техники позволило человеку повысить точность своих пространственных и временных измерений до того количественного уровня, который оказался типичным для элементарных интервалов. Такая точность измерений стала достижимой лишь в самые последние десятилетия, соответственно с чем научная дискуссия этой проблемы принадлежит XX веку.

Элементарные интервалы длины и времени, по крайней мере в первом приближении, разумно трактовать как постоянные величины. Но тогда они становятся константами природы — новыми константами природы с размерностью соответственно длины и времени. Идея таких констант пришла в современную физику по трем разным руслам. Она формировалась постепенно и продолжает формироваться до сих пор, так как ни точное значение новых констант, ни полный смысл их еще не известны. Мы проследим в настоящем параграфе процесс формирования этой идеи на всех его трех направлениях.

Интересно и важно подчеркнуть, что число направлений и их общее содержание можно установить априори, путем элементарного логического анализа проблемы. В самом деле, когда речь идет о физическом смысле минимального пространственно-временного объема, естественно задаться такими вопросами:

1) поскольку известные нам законы природы установлены на материале о процессах, протекающих в сравнительно больших объемах пространства-времени, то не имеет ли минимальный пространственно-временной объем смысла той области, в которой эти законы теряют силу;

2) поскольку, далее, наши экспериментальные измерения объемов пространства-времени должны иметь, очевидно, какую-то нижнюю границу, то не является ли минимальный пространственно-временной объем как раз этой самой границей;

3) поскольку, наконец, ясно, что все количественные характеристики отдельных актов природы конечны, то не устанавливает ли минимальный пространственно-временной объем максимума для возможных изменений соответствующих величин,

⁵ См., например, С. Heffele. Conciliengeschichte, Bd. 7, Freiburg, 1874, S. 198.

прежде всего, как это следует из соображений размерности,— частоты колебаний?

Таковы три вопроса, которые представляются нам в данной связи естественными и законными. Знакомство с историей проблемы покажет, что все они, т. е. все перечисленные предположения о физическом смысле минимальных интервалов длины и времени, оправдываются в полной мере: развитие идеи минимальных интервалов в современной физике действительно носило характер, во-первых, обсуждения пространственных границ применимости известных нам законов природы; во-вторых, анализа пространственной ограниченности наших измерительных возможностей; и, в-третьих, определения верхнего предела частоты электромагнитных колебаний.

А. Граница теории

Одним из важных результатов всестороннего обсуждения уравнений электромагнитного поля Максвелла — обсуждения, происходившего с весьма высокой степенью интенсивности в конце XIX — начале XX веков, — явилось открытие того факта, что электромагнитным волнам можно приписать количество движения⁶ или импульс $\vec{\rho}$, причем эта величина с точностью до численного коэффициента совпадает с вектором Пойнтинга \vec{S} (плотности потока энергии поля, т. е. произведения плотности энергии поля ϵ_0 и скорости распространения поля), именно

$$\vec{\rho} = \frac{\vec{S}}{c^2}.$$

Применение понятия импульса, этого старого механического понятия; в новых, электромагнитных условиях оказалось чрезвычайно плодотворным и привело ко многим важным выводам, в частности, к выводу о давлении, производимом световой волной на облучаемое тело, об отдаче, испытываемой излучающим телом, об инертности электромагнитного поля, об электромагнитной природе массы электрона и т. д. Для нас сейчас среди этих результатов важно отметить только одно выражение, непосредственно вытекающее из вышеприведенного и относящееся к случаю, когда импульс поля рассматривается как характеристика самого поля в пустоте: в этом случае для массы поля имеем

$$m = \frac{e}{c^2};$$

и только одну мысль из числа перечисленных, именно мысль об электромагнитной природе массы электрона.

⁶ Н. Poincaré. La théorie de Lorentz et le principe de réaction (Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, 5, 252—278, 1900).

Если признано, что поле обладает массой, то открывается возможность для отождествления массы заряженной частицы с массой созданного этой частицей поля. Правда, данное отождествление кажется довольно странным, так как оно наделяет частицу размером ее поля, т. е. делает частицу бесконечно большой. Однако можно рассуждать иначе, и приписать частице размер не самого поля, а его центра. Простое вычисление показывает, что энергия поля, создаваемого точечным центром, бесконечна. Значит, центр поля и тем самым частицу надо наделять некоторым конечным размером. Интересно, что этот размер по смыслу своему определяет область, в которой поля нет; тем не менее он все-таки считается, начиная с первых лет XX века, размером частицы, масса которой сосредоточена в окружающем эту область поле. Иначе говоря, заряженной частицей, в частности электроном в настоящее время принято считать то, что находится вне электрона.

Вычисление энергии поля⁷, созданного сферическим электроном, показало, что масса поля и, значит, масса электрона зависят от заряда электрона и от радиуса сферы, причем зависимость имеет вид:

$$m = k \frac{e^2}{c^2 r} .$$

Здесь k — численный коэффициент, определяемый законом распределения заряда по электрону. Во всех случаях он близок к единице. Например⁸, при медленном движении электрона в случае равномерного распределения заряда по объему электрона он равен $\frac{4}{3}$, в случае равномерного распределения по поверхности $\frac{2}{3}$. Если вычисляется энергия только электростатического поля, то в первом случае коэффициент равен $\frac{3}{5}$, во втором $-\frac{1}{2}$. Можно отметить еще, что когда заряд распределен по экспоненциальному закону, при дополнительном условии равенства электрических моментов этой модели и электрона-сферы⁹, коэффициент оказывается равным $\frac{15}{32}$. Все это позволяет отвлечься в первом приближении от различия в значениях коэффициента и принять для радиуса электрона выражение

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2} . \quad (11)$$

Численное значение правой части этого равенства равно, примерно, $2,8 \cdot 10^{-13}$ см, ее общепринятое название — «классический радиус электрона».

⁷ H. Lorentz. *Über die scheinbare Masse der Ionen.*— PhZ, 2, 78—79, 1901.

⁸ M. Abraham. *Prinzipien der Dynamik des Elektrons.*— APh, 10, 105—179, 1903.

⁹ F. FÜRTH. *Über einen Zusammenhang zwischen quantenmechanischer Unschärfe und Struktur der Elementarteilchen.*— ZPh, 57, 429—446, 1929.

Наряду с рассмотренной, классической моделью электрона впоследствии предлагалось и обсуждалось много других моделей, но и в них величина порядка классического радиуса электрона всегда играла важную роль. В подтверждение правильности этих слов можно сослаться хотя бы на модель электрона Дирака 1938 г.¹⁰, наиболее кардинально отличающуюся от классической модели.

Дирак в своей теории электрона исходил из представления о точечной частице и, чтобы освободиться от появляющихся здесь бесконечностей, скомпоновал поле электрона из разности запаздывающего и опережающего полей. Трудность с бесконечностями была тем самым устранена, но возникла новая трудность: электрон приходил в движение раньше, чем подвергался действию силы. Чтобы хоть частично завуалировать эту новую трудность, Дирак должен был выделить некоторую особую область пространства, т. е., по существу возвратиться к модели протяженного электрона, причем примерно того же размера, что и классический.

Во всех моделях электрона величина, характеризующая размер электрона, имеет смысл границы, до которой справедливы известные нам законы физики. В случае классической модели таковыми являются законы электромагнетизма, в случае модели Дирака — законы релятивизма (в особой области электрона Дирака сигналы распространяются быстрее света). Мы можем, следовательно, сказать, что вне электрона расположены области пространства, учитываемые современной физикой, а внутри электрона лежит область, в которой законы современной физики теряют силу. Иначе говоря, классический радиус электрона, или, что то же самое, величина порядка 10^{-13} см есть рубеж, на котором существующие теории терпят крах. В этом — суть данной величины с интересующей нас точки зрения.

Электрон — не единственный объект проявления отмеченного свойства величины порядка 10^{-13} см. Та же особенность этой величины обнаружилась еще на одной категории объектов современной физики, причем, кажется, совершенно не связанной с первой.

Экспериментальное изучение картины рассеяния быстрых альфа-частиц на протонах, осуществленное в начале нынешнего века, показало, что наблюдаемая картина рассеяния не соответствует теоретической, созданной на основе данных о рассеянии медленных частиц, по меньшей мере, в двух отношениях: во-первых, число протонов, отброшенных в направлении падающих альфа-лучей, значительно больше, чем давала теория: во-вторых, разброс энергий протонов отдачи значительно

¹⁰ P. Dirac. Classical theory of radiating electrons.— PRS, 167, 148—169. 1938.

меньше, чем следовало из теории. Анализируя это расхождение между теорией и опытом, Резерфорд пришел к выводу, что на расстоянии порядка 10^{-13} см между заряженными частицами закон Кулона утрачивает свою силу и начинает действовать какой-то другой закон, соответствующий какой-то другой силе. Эта новая сила такова, что изображение альфа-частицы как упругого диска радиусом $3 \cdot 10^{-13}$ см значительно улучшает согласие теории с опытом¹¹.

Развитие ядерной физики, начавшееся бурными темпами с 1932 г.—года открытия нейтрона и дейтрона—подтвердило как общее заключение Резерфорда о том, что в области размером 10^{-13} см мы имеем дело существенно с иными законами природы, чем те, которым подчинен внешний по отношению к этой области мир, так и его частное предположение о существовании между ядрами сил нового типа. Главной особенностью этих сил, кстати сказать, представляющих ныне, как и 30 лет назад, одну из основных проблем физики микромира, является очень быстрое убывание их величины с увеличением расстояния между взаимодействующими центрами. Практически, ядерные силы обрываются внезапно,—и это свойство сейчас очень важно подчеркнуть потому, что оно как бы свидетельствует о желании природы самым решительным образом отгородить одну область пространства, внутреннюю, от другой, внешней. Размер внутренней области, т. е. размер ядра, определяемый, как сказано, радиусом действия ядерных сил, по порядку величины одинаков для всех ядер и составляет, примерно, $3 \cdot 10^{-13}$ см, т. е. примерно равен классическому радиусу электрона.

Перечисленные факты приводят к заключению, что в природе действительно имеется область пространства, в которой известные нам законы физики теряют силу, а неизвестные начинают играть решающую роль, причем размер этой области определяется величиной порядка 10^{-13} см. Важно понимать, что к этому заключению нас привело рассмотрение не каких-либо частных объектов, но электрона и атомного ядра—главных компонентов известной нам части материального мира, о которых, учитывая различие их масс, априори никак нельзя было бы утверждать, что они имеют одинаковые геометрические размеры¹².

К сказанному об электронах и атомных ядрах можно было бы добавить, что величина порядка 10^{-13} см появляется также в теории рассеяния и излучения, выступая здесь то как радиус эффективного поперечника рассеяния света на электронах¹³, то

¹¹ E. Rutherford, Collision of α particles with light atoms. I. Hydrogen (PhM, 37, 537—561, 1919).

¹² Ср. P. Jordan и Kernkräfte.—Nw, 25, 273—279, 1937; § 7.

¹³ M. Born. Eine Bemerkung über den Elektronenradius.—Nw, 20, 269, 1932.

как естественная ширина спектральных линий.¹⁴ Едва ли это совпадение численных констант, фигурирующих при описании столь различных явлений, является случайным¹⁵.

Констатация приведенных фактов и их указанная интерпретация уже давно не вызывают сомнений. Например, Паули еще в начале 30-х годов отмечал: «Понятие пространства-времени в малом нуждается в коренном изменении»¹⁶, и ту же мысль совсем недавно, в конце 50-х годов высказал Гейзенберг: «Мы должны быть готовы встретить явления качественно нового типа, когда вступим в область пространства, меньшую размера атомных ядер»¹⁷. Мнения расходятся только по вопросу о том, какие прежние представления и в какой степени терпят крах в указанной области пространства и какие новые представления должны прийти им там на смену. На этот вопрос современная физика еще не дает ответа, и, может быть, именно неумением ответить на него объясняется тщетность всех принятых до сих пор попыток построить теорию атомного ядра и элементарных частиц.

Б. Граница эксперимента

Если до понимания механизма работы нашего точнейшего органа чувств — глаза еще и могла существовать иллюзия возможности абсолютно точных измерений места, то теперь она безнадежно исчезла: после того как было установлено, что для наблюдения за частицей мы должны предварительно облучить ее фотонами и что только по отраженным от нее фотонам, так сказать, с помощью рикошета фотонов, который неизбежно вызывает отброс частицы, мы можем судить о положении частицы, существование естественного предела для точности наших измерений стало опытным фактом. Речь отныне могла идти только о том, каков этот предел и насколько он близок к уже достигнутой точности измерений. Если бы на данной стадии развития измерительной техники предел оказался далеким, его можно было бы вообще не принимать во внимание и считать произведенное измерение вполне точным; в противном случае, т. е. если бы точность измерения вплотную подошла к указанному пределу, неизбежность измерительной ошибки должна была бы, очевидно, стать существенной чертой научного описания мира. Задача, следовательно, заключалась прежде

¹⁴ A. Landé. Finite self-energies in radiation theory.— PhR, 60, 121—127, 1941.

¹⁵ Ср. Д. Д. Иваненко. (А. А. Соколов, Д. Д. Иваненко. Квантовая теория поля. М., 1952, стр. 567).

¹⁶ В. Паули. Общие принципы волновой механики. М., 1947, стр. 329.

¹⁷ W. Heisenberg. Physics and Philosophy. The Revolution in Modern Science. N. Y., 1958, p. 165.

всего в том, чтобы произвести количественную оценку погрешностей измерения, обусловленных спецификой самого акта наблюдения за частицей.

Отброс частицы при облучении ее волнами света, как эффект, требующий затраты некоторой энергии, проявляется в увеличении длины этих волн — в эффекте Комптона, номинальное значение которого определяется формулой

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} . \quad (12)$$

Мы не можем зафиксировать местоположение частицы точнее, чем указанное в этой формуле изменение длины волн — таков, как можно думать, смысл эффекта Комптона с интересующей нас точки зрения¹⁸.

Правильность этого заключения подтверждается рассмотрением мысленного эксперимента с частицей под микроскопом и не нарушается после учета релятивистских соображений¹⁹. Оно сохраняет свою силу и в том случае, когда для облучения рассматриваемой частицы используются не фотоны, а электроны²⁰. Наконец, оценка достижимой точности локализации частицы во времени также согласуется с указанной интерпретацией соотношения (12)²¹. Мы можем, следовательно, смотреть на эту формулу как на количественную меру неизбежной при любом измерении ошибки, так называемой «индивидуальной ошибки».

Важно подчеркнуть, что введенные таким образом индивидуальные ошибки существенно отличаются от ошибок, определяемых соотношением неопределенностей Гейзенберга. Последнее соотношение в его обычном толковании, как уже отмечалось на стр. 11, вообще говоря, допускает измерение любой из сопряженных величин с абсолютной точностью, тогда как соотношение (12) в его указанном толковании исключает возможность абсолютно точного измерения координат частицы при любых обстоятельствах. Отличие индивидуальных ошибок от сопряженных — это отличие меры от полумеры, заключительного этапа от промежуточного; это то отличие, о котором говорилось на стр. 11 как о желанном, с общей точки зрения, и необходимом, с точки зрения концепции дискретного пространства-времени.

¹⁸ A. Ruark. The limits of accuracy in physical measurements (PNAS, 14, 322—328, 1928).

H. Flint, O. Richardson. On a minimum proper time and its applications to some uncertainty relations (PRS, 117, 637—649, 1928).

¹⁹ G. Wataghin. Über die Unbestimmtheitsrelationen der Quantentheorie (ZPh, 65, 285—288, 1930); Über eine Genauigkeitsgrenze der Ortsmessungen (ZPh, 66, 650—651, 1930). Cp. L. Landau, R. Peieris. Erweiterung des Unbestimmtheitsprinzips für die relativistische Quantentheorie.— ZPh, 69, 66, 1931.

²⁰ Руарк. сс. 18.

²¹ Руарк (см. сс. 18), Фюрт (см. сс. 9) и Ватагин (см. сс. 19).

Если вычислить правую часть формулы (12) для нуклонов, имея в виду, что именно из них, а не из каких-либо других частиц состоит основной костяк вещества, для предельной точности линейных измерений мы получим величину, равную, примерно, $1,3 \cdot 10^{-13}$ см, т. е. по порядку величины совпадающую с классическим радиусом электрона. Таким образом, из-за неизбежных индивидуальных ошибок измерения мы не можем проникнуть как раз в ту область, которая принадлежит самим частицам.

Невозможность проникнуть за указанную черту следует также из следующих рассуждений от противного²². Предполагая, что это возможно, мы, с целью рассмотреть структуру частицы, должны осветить частицу волнами, не длиннее 10^{-13} см. Но под действием такого ультракоротковолнового облучения частица придет в движение со скоростью, сравнимой со скоростью света. При таком быстром движении существенным становится лоренцово сокращение частицы. Значит, для того чтобы судить о строении частицы, необходимо учесть это сокращение. Но учесть сокращение — значит точно учесть скорость. Точный же учет скорости, согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, лишает нас возможности знать положение частицы. Не зная же положения частицы, нельзя говорить о структуре частицы. Если мы попробуем зафиксировать положение частицы, то тем самым, по уже указанной причине, лишим себя возможности знать скорость, а следовательно, и лоренцово сокращение частицы. Не зная же лоренцова сокращения, как уже говорилось, нельзя определить структуру частицы.

Эти качественные рассуждения можно подкрепить количественным расчетом²³. Предположим, что измерение времени производится по часам с помощью световых сигналов и имеет точность Δt . Ошибка в определении времени вызовет неопределенность в частоте сигнала, а это, в свою очередь, повлечет за собой неопределенность в импульсе отдачи со стороны часов. В результате часы, вначале по предположению покоившиеся, придут в движение с некоторой, не вполне известной скоростью; поэтому ошибка в определении момента прихода второго сигнала будет уже зависеть от промежутка времени между двумя сигналами. Можно показать, что, если этот промежуток есть t , общая неточность в измерении времени составит

$$\Delta T = \Delta t + (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) t.$$

²² V. Ambarzumian, D. Iwanenko. Zur Frage nach Vermeidung der unendlichen Selbstrückwirkung des Elektrons (ZPh, 64, 563—567, 1930).

²³ E. Schrödinger. Spezielle Relativitätstheorie und Quantenmechanik (SPAW, 12, 238—247, 1931).

Минимальное значение этого выражения,

$$\Delta T_{\min} = \frac{\hbar}{2\mu c^2}. \quad (13)$$

Аналогично, если неточность в определении местоположения некоторой насечки на теле равна Δl , расстояние между двумя насечками равно l , то ошибка в измерении этого расстояния составит

$$\Delta L = \Delta l + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) l,$$

откуда

$$\Delta L_{\min} = \frac{\hbar}{2\mu c}. \quad (14)$$

В формулах (13) и (14) символ μ имеет смысл массы, соответственно, часов и масштаба. Когда измерение времени и расстояний производится для элементарных частиц, под этими массами следует понимать массы этих частиц. В случае частиц средних, мезонных масс минимальная ошибка измерения времени, согласно (13), имеет порядок 10^{-23} сек, минимальная ошибка измерения расстояния, согласно (14), — порядок 10^{-13} см.

Как видим, мы находимся в заколдованном кругу. Подобно двум сказочным существам, лоренцово сокращение и гейзенбергова неопределенность сцепились вокруг области 10^{-13} см, преграждая нам путь к ее тайнам.

Точности ради отметим, что сделанное заключение справедливо только для свободной частицы. Если бы удалось каким-нибудь способом жестко привязать частицу к тяжелому ядру, стало бы возможным, не изгоняя частицу из поля наблюдения, облучать ее волнами более короткими, чем ее радиус, и, значит, открылась бы возможность для изучения внутренней структуры частицы²⁴. В настоящее время нет разумных оснований для надежды на осуществление такой привязи частицы к ядру, но известные в настоящее время эффекты, подобные открытому Мессбауэром, не позволяют утверждать то же самое и для будущего.

Еще одно соображение, говорящее, по-видимому, в пользу экспериментальной недоступности внутризлектронной и внутриядерной областей, состоит в следующем. Из двух главных констант релятивистской квантовой теории, c и \hbar , можно скомбинировать величину с размерностью электрического заряда; это — $\sqrt{c\hbar}$. Численное значение ее, примерно, $5 \cdot 10^{-9}$ единиц заряда CGSE, т. е. на порядок больше заряда электрона. Отсюда можно заключить, что метод релятивистской квантовой тео-

²⁴ Ср. W. Anderson. Einige Bemerkungen zu dem Artikel von V. Ambarzumian und D. Iwanenko (ZPh, 66, 712—720, 1930).

ри слишком груб для того, чтобы с его помощью можно было надеяться изучить интерьер электрона²⁵.

Во всех приведенных примерах эмпирическая недоступность малых областей пространства обуславливалась особенностями нашего эксперимента; совершенно по-новому предстала она в свете релятивистской квантовой теории электрона. Свойство изотаксии дираковых частиц и шредингерово дрожание, совершаемое ими (см. § 2.1), заставили теоретиков, как уже известно нам, предположить, что в данном случае, в исключение из общего правила, наблюдаемыми являются не собственные значения оператора скорости электрона, а средние от них по дрожанию. Но усреднение координат с неизбежностью вносит в результаты измерения их ошибку, величина которой определяется амплитудой дрожания частицы²⁶. Значит, индивидуальные ошибки измерения координат обуславливаются здесь уже не только особенностями человеческого эксперимента, но и поведением подопытных частиц — их высокочастотным дрожанием около некоторого среднего положения, которое только и подложит ведению эксперимента.

Вернемся, наконец, к гипотезе Фюрта, о которой говорилось в конце Введения. В настоящее время уже можно говорить об определенном экспериментальном подтверждении этой гипотезы.

Как показывает количественный анализ, наблюдаемое изменение импульса частицы в процессах рассеяния даже при использовании наиболее энергетических частиц никогда не превышает величины в $2 \cdot 10^{-14}$ г·см/сек. Такова, следовательно, верхняя граница принципиальной неточности импульса в актах рассеяния. По соотношению неопределенностей

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

ей соответствует неточность координаты, равная примерно $0,5 \cdot 10^{-13}$ см. По смыслу, это — верхний предел точности при экспериментальных измерениях местоположения частицы²⁷. Как видим, он имеет порядок той же самой величины, о которой говорилось прежде.

Аналогичное заключение о минимальной неточности временных измерений на основе неравенства

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

требует одного специального предположения, впрочем не чуждого духу современной физики, — предположения о том, что

²⁵ W. Heisenberg, Über die in der Theorie der Elementarteilchen auftretende universelle Länge (APh, 32, 20—33, 1938).

²⁶ D. Iwanenko, Die Beobachtbarkeit in der Diracschen Theorie.— ZPh, 72, 621—624, 1931; а также «Дополнение» к русскому изданию книги В. Гейзенберга «Физические принципы квантовой теории». М., 1932, стр. 133

²⁷ W. Heisenberg, Bohrs Interpretation der Quantentheorie und die Physik der Elementarteilchen (рукопись); перевод см. в сборнике «Развитие современной физики». М., 1964, стр. 65.

частицы типа μ -мезона являются возбужденными состояниями электронов²⁸. Сделав это предположение, легко построить следующую цепочку заключений: толкуя указанное неравенство как соотношение между временем наблюдения за частицей и энергией, переданной частице за это время, приходим к выводу, что о частице имеет смысл говорить только в том случае, когда $\Delta E < c^2(m - m_0)$, где m_0 — масса покоящегося, а m — масса возбужденного электрона; так как по принятому допущению $m - m_0 = 206m_0$ ($207m_0$ — масса покоя μ -мезона), а $206 \approx \frac{3hc}{2e^2}$, то из соотношения неточностей получим

$$\Delta t > \frac{2}{3} \frac{e^2}{m_0 c^3}.$$

Величина, стоящая в правой части этого неравенства, имеет, очевидно, смысл нижнего временного предела, доступного эксперименту. Ее численное значение примерно 10^{-23} сек.²⁹ О величине такого порядка также уже шла речь на предшествующих страницах.

Перечисленные факты убедительно показывают, что человеческие возможности в области пространственно-временных измерений ограничены величинами порядка 10^{-13} см в отношении расстояний и порядка 10^{-23} сек в отношении длительностей. Значит, оба предположенных в начале настоящего параграфа предела — предел применимости наших физических воззрений и предел эффективности наших измерительных средств — не только действительно существуют в природе, но и — что особенно важно — определяются величинами одного и того же порядка. Едва ли это последнее обстоятельство случайно; скорее всего мы имеем здесь проявление какой-то глубокой закономерности, еще не вполне понятой людьми³⁰ (ср. I, стр. 54).

Сочетание объективного и субъективного определений элементарного интервала длины было пророчески намечено уже древними атомистами. Об этом говорят, например, следующие стихи Лукреция:

...есть в каждой вещи предельная точка,

Что представляется нам наименьшей для нашего чувства.

Можешь из этого ты заключить, что предельная точка

В том, что увидеть нельзя, и есть наименьшее нечто³¹.

²⁸ См., например, D. Bohm, M. Weinstein. The self-oscillations of a charged particle.—PhR, 74, 1789—1798, 1948.

²⁹ P. Caldirola. A new model of classical electron.—NC, Suppl., 3, 297—343, 1956, p. 311.

³⁰ Ср. A. Eddington. Space, Time and Gravitation. Cambridge, 1921, p. 200. A. Eddington. Relativity Theory of Protons and Electrons. Cambridge, 1936, p. 329. W. Pauli (vide M. Fierz. Wolfgang Pauli (1900—1958).—NPh, 10, 1—5, 1959, p. 4).

³¹ Лукреций. О природе вещей. I. 749—752.

Содержащееся в этом четверостишии сопоставление двух различных понятий атома возникло, надо думать, в результате слияния в мировоззрении Лукреция субъективного атомизма, свойственного Эпикуру, с объективным атомизмом, к которому, вслед за Демокритом, тяготел сам Лукреций. Но даже если это сопоставление возникло не случайно, Лукреций, прибегая к нему, не мог, конечно, и помышлять о том, что «наименьшая точка для нашего чувства», правда, вооруженного современной измерительной техникой, совпадет по порядку величины с тем «наименьшим нечто», которое существует само по себе. Перед лицом этого совпадения, как уже было отмечено, бессильна пока и современная наука.

Заявив сначала о недействительности некоторых законов в какой-то области и признав затем недоступность этой области для непосредственного экспериментального исследования, не приходим ли мы в противоречие сами с собой — не уподобляемся ли мы человеку, который одной рукой что-то пишет, а другой зачеркивает написанное? Ведь если какая-то область недоступна для нас, то, может быть, и не имеет смысла говорить о законах, действующих или, наоборот, не действующих в этой области?

Надеяться на то, что в действительности дело обстоит не так, позволяют косвенные методы исследования. До сих пор, как учит история науки, они оправдывали себя, помогая составить представление и о тех предметах, которые по каким-либо причинам не могли стать объектами непосредственного изучения. Сохранят ли косвенные методы свою силу и в применении к элементарным областям пространства и времени, никто пока не знает, хотя, например, вся физика атомного ядра строится на этом убеждении: по данным о поведении различных продуктов распада ядер и частиц, рассеянных на ядрах, пытаются построить картину внутриядерных явлений. Подобный метод действий тем более является оправданным, что другого просто не существует.

Не исключено, что аномалия элементарных областей пространства-времени накладывает свой отпечаток даже на гораздо большее число эффектов, чем можно думать в настоящее время. Возьмем, например, известную зависимость массы тела от скорости

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} .$$

Она выведена в предположении строгого релятивизма. Но релятивизм, согласно вышесказанному, нарушается внутри элементарных частиц. Значит эта зависимость, как можно думать, не точно отражает свойства вещей. Кстати, экспериментальное подтверждение этой зависимости на сегодняшний день еще не

настолько строгое, чтобы исключить возможность незначительных модификаций ее на достаточно широком диапазоне скоростей³². Нечто подобное можно сказать и о многих других основных положениях современной физики. Если все они потребуют поправок, которые удастся истолковать как поправки на дискретность пространства-времени, то по характеру этих поправок, возможно, удастся составить некоторое представление и об интерьере пространственно-временных атомов.

В. Потолок частоты

В этой новой области мы сразу же оказываемся перед лицом, на первый взгляд, чрезвычайно простой, но, как выясняется при более близком знакомстве, необычайно трудной проблемы. Речь идет о том, чтобы установить верхний предел какой-либо величины. Опыт и интуиция подсказывают нам, что для многих величин такие пределы существуют, и мы даже в состоянии весьма точно оценить их, но все попытки обосновать это убеждение логически, даже делая непомерно большие накладки, терпят полнейшее фиаско. Никто, например, не сомневается, что не может быть человека, ростом с десятиэтажный дом, но тщетно кто бы то ни было пытался доказать, что такого человека быть не может. В нашем мировоззрении, очевидно, еще отсутствует какой-то важный момент, который бы позволял нам обрезать «хвосты» вероятности, пронизывающие в настоящее время многие области науки: и молекулярно-кинетическую теорию вещества, которая не исключает, что наш письменный стол однажды подпрыгнет до потолка, увлекаемый движением составляющих его молекул; и физику ядра, допускающую возможность внезапного атомного взрыва в результате совместного действия космических частиц; и гражданскую статистику, об одном из нелепых выводов из которой уже упоминалось выше; и многие другие.

Аналогичным образом обстоит дело с частотой электромагнитных волн. Бесконечно большая частота волн невысказана хотя бы уже потому, что ей соответствовал бы квант бесконечно большой энергии. Но установить теоретически верхний предел частоты на современном этапе развития науки не представляется возможным.

Решив, тем не менее, определить эту величину, Покровский в 1928 г. учел ряд процессов, как уже промеренных (тормозное

³² P. F a r a g ó, L. J á n o s s y. Review of the experimental evidence for the law of variation of the electron mass with velocity.—NC, 5, 1411—1436, 1957. См. также E. A r n o u s, W. H e i t t i e r, Y. T a k a h a s h i. On a convergent non-local field theory.—NC, 16, 673, 1960; H. S h i m a z u, K. Y o k o y a m a. A theory of elementary particles with internal degrees of freedom.—PTPh, 29, 279—295, 1963.

излучение частиц, т. е. превращение в излучение кинетической энергии частицы, излучение раскаленных тел и др.), так и предполагаемых (образование ядер с большим дефектом массы и аннигиляция протона и электрона), и рассчитал для каждого из них интересующую нас величину. Результаты вычисления во всех случаях обнаружили хорошую степень согласия; из пяти наиболее надежных результатов было найдено среднее значение; выраженное в секундах, оно получилось равным $4,3 \cdot 10^{-24}$, в хорошем согласии со значениями, наметившимися в ранее рассмотренных потоках исследования³³.

Фотону с такой частотой соответствует энергия порядка одного Бэв. Ясно, следовательно, что аннигиляция даже наиболее тяжелых элементарных частиц не может дать более энергетических фотонов. Но это справедливо только для частиц, движущихся медленно. При аннигиляции же или при распаде на γ -кванты частиц, движущихся быстро, возможно выделение, вообще говоря, сколь угодно большой энергии, так как в этом случае в излучение переходит не только вещество элементарной частицы, но и ее кинетическая энергия. Естественно, что сверхвысокочастотные γ -кванты следовало искать прежде всего среди космических лучей.

Первая оценка данных о космических лучах, произведенная под указанным углом зрения, подтвердила согласие всех известных фактов с гипотезой существования верхнего предела частот, соответствующего времени порядка 10^{-23} сек. Анализу при этом были подвергнуты три наиболее энергетических эффекта — тормозное излучение сверхбыстрых электронов при прохождении их через металлическую пластинку, потери энергии электронами при прохождении их через атмосферу и образование частиц ливня³⁴.

В последние годы появились сообщения о возможном присутствии среди космических лучей γ -квантов с энергией, даже на много порядков превышающей указанную выше предельную величину³⁵. К подобному заключению пришли в связи с наблюдением среди космических лучей интенсивных атмосферных ливней, содержащих высокопроникающих частиц меньше, чем их обычно встречается в ливнях, порожденных столкновением космических протонов с атомными ядрами земной атмосферы: было предположено, что эти аномальные ливни созданы

³³ G. Pokrowski. Zur Frage nach einer oberen Grenze für die Energiedichte.— ZPh, 51, 730—736, 1928.

³⁴ A. March. Die Frage nach der Existenz einer kleinsten Wellenlänge.— ZPh, 108, 128—136, 1937.

³⁵ R. Maze, A. Zawadzki. On an attempt of detection of primary cosmic photons of very high energy.— NC, 17, 625—633, 1960. R. Firkowski, J. Gawin, R. Maze, A. Zawadzki. Indications nouvelles sur l'existence de grandes gerbes de l'air attribuables à des photons primaires.— CR, 255, 2411—2413, 1962.

высокоэнергетическими фотонами, пришедшими из космоса или образовавшимися в результате распада сверхбыстрых космических частиц. Подтверждение данного заключения было бы чревато для концепции дискретности самыми далеко идущими последствиями. Но пока для веры в его справедливость нет веских оснований: кроме того, что гипотетические фотонные ливни лишь значительно отличаются от протонных ливней, существование аномальных ливней может быть объяснено и без помощи гипотезы об аномальных фотонах. Все это позволяет надеяться на то, что результаты новых исследований не поколеблют концепцию дискретного пространства-времени, а скорее, наоборот, эта концепция поможет дать им правильное истолкование.

ж * *

С чувством глубокого удовлетворения воспринимаем мы итоги рассмотренных трех групп исследований. И проблема границ справедливости наших теоретических представлений, и проблема границ наших экспериментальных возможностей, и, наконец, проблема максимальной частоты колебаний — все тяготеет к длине порядка 10^{-13} см и длительность порядка 10^{-23} сек, все указывает на эти величины как на важные естественные характеристики. Существование констант природы с размерностью длины и времени становится, тем самым, весьма правдоподобным фактом. Одновременно это означает существование между ними связи, определяемой соотношением

$$\rho = ct.$$

В связи с констатированным утверждением невольно возникает следующий вопрос: чем объяснить столь важную роль в проблеме пространственно-временной дискретности частоты колебаний? Почему предел именно этой частоты физической величины попал в один разряд с пределами таких фундаментальных величин, как область применимости наших представлений о мире и уровень наших экспериментальных возможностей? Тавтологический ответ на эти вопросы состоит, очевидно, в том, что частота колебаний является обратной величиной периода колебаний, т. е. времени, и, следовательно, принципиальная важность частоты есть просто следствие принципиальной важности времени; другого же ответа, как мы склонны думать, вообще не существует. Можно лишь отметить, что с установлением корпускулярно-волнового дуализма понятие частоты стало играть решающую роль не только для колебательных и волновых движений, но и вообще для всякого движения материального тела. Наконец, можно указать еще на одну форму проявления той же закономерности. Известно, что энергия может быть выражена через массу, через теплоту и через частоту. Выбрав

систему единиц, в которой скорость света, механический эквивалент тепла и постоянная действия равны единице, мы получим следующее тройное равенство перечисленных четырех величин:

$$\varepsilon = \mu = q = v.$$

Как видим, частота фигурирует в этом равенстве на одинаковых правах с такими важнейшими понятиями, как энергия, масса и теплота³⁶.

Нет сомнения, что, если бы существовала простая физическая величина с размерностью обратной длины, ее верхний предел также играл бы важную роль в нашей проблеме.

Идея новых констант с размерностью длины и времени пользуется в настоящее время весьма широким признанием, причем с ней связываются далеко идущие надежды. Эти надежды легко понять. Ведь речь идет о важнейших категориях физического мировоззрения — о категориях пространства и времени. Не кажется даже чрезмерным предполагать, что константы с размерностью длины и времени будут играть в будущей науке не менее фундаментальную роль, чем та, которую играют в современной физике постоянная действия и скорость света в пустоте. В пользу этого можно привести ряд доводов.

Обратим, например, внимание на тот факт, что обе последние константы дают начало теориям, соответственно, квантовой и релятивистской, которые при $\hbar \rightarrow 0$ и $c \rightarrow \infty$ переходят в теории предшествующего научного этапа; и что в областях, где эти предельные переходы недопустимы, старые теории утрачивают свою силу. Но именно так же, как мы только что видели, обстоит дело с существующими теориями в областях, где недопустим переход $p \rightarrow 0$.

Далее, обратим внимание еще на то, что константы c и \hbar ограничивают возможности наблюдения: если в дорелятивистской теории считалось возможным констатировать одновременность событий, то в релятивистской теории это стало невозможным; если в доквантовой теории считалось возможным одновременно характеризовать сопряженные величины с любой степенью точности, то в квантовой теории это стало невозможным. Но и константы с размерностью длины и времени, как мы только что видели, имеют смысл величин, ограничивающих возможности измерения пространственных и временных интервалов³⁷.

Припомним, наконец, что константы c и \hbar завоевали всеоб-

³⁶ A. E. v. e. The growing importance of frequency (N, 125, 454—455, 1930).

³⁷ A. M. a. r. c. h. Quantum Mechanics of Particles and Wave Fields, ch. 10, NY, 1951. См. также A. M. a. r. c. h. Die physikalische Erkenntnis und ihre Grenzen. §§ 8.3—8.5; Braunschweig, 1960.

щее признание после того, как с их помощью удалось преодолеть ряд принципиальных трудностей, с помощью c — в электродинамике движущихся сред, с помощью h — в теории излучения абсолютно черного тела. Но и наши новые константы, как мы убедимся в пятой главе, уже довольно явно зарекомендовали себя в качестве эффективных средств преодоления некоторых затруднений современной физики.

Итак, между константами c и h , с одной стороны, и константой ρ или τ , с другой стороны, действительно имеется много общего. Быть может, наиболее существенное различие между ними, с точки зрения исторических судеб, состоит только в том, что первые две уже общепризнаны, а время двух последних еще не пришло. Все это наводит на мысль рассматривать современное состояние физики подобным ее состоянию накануне возникновения теории относительности и квантовой теории и связывать следующий этап в развитии физики с идеей наших новых констант⁸⁸.

В порядке продолжения дискуссии выясним те соотношения, которые можно установить между новыми константами, с одной стороны, и старыми, уже известными константами, — с другой. Метод размерностей позволяет без труда решить эту задачу и дает, например для константы с размерностью длины, следующие, по крайней мере, шесть комбинаций старых констант:

$$r = k \frac{e^2}{\mu c^2},$$

$$r = k^I \frac{h}{\mu c},$$

$$r = k^{II} \frac{h}{\mu e^2},$$

$$r = k^{III} \frac{ch^3}{\mu e^4},$$

$$r = k^{IV} \sqrt[3]{\frac{g}{\mu c^2}},$$

$$r = k^V \frac{G\mu}{c^2}.$$

Здесь k , k^I и т. д. — безразмерные коэффициенты, введенные для общности формул; смысл остальных символов указан в «Условных обозначениях» (см. стр. 4).

⁸⁸ W. Heisenberg. Zur Theorie der «Schauer» in der Höhenstrahlung. — Z.Ph., 101, 533—540, 1936, S. 540. D. Iwanenko. Bemerkungen zu einer einheitlichen nichtlinearen Theorie der Materie. — Max — Planck — Festschrift, 1958. Berlin, 1959, S. 369.

Считая, для начала, численные коэффициенты во всех шести формулах, равными единице, мы обнаружим, что длину порядка 10^{-13} см первая формула дает при $\mu=m$, вторая — при $\mu=M$; остальные — при таких значениях массы, которые не соответствуют ни одной из числа известных в настоящее время элементарных частиц. Это побуждает нас сосредоточить внимание на первых двух формулах и переписать их в виде:

$$\rho = k \frac{e^2}{mc^2}, \quad (15)$$

$$\rho = k' \frac{h}{Mc}. \quad (16)$$

Правые части этих формул, с точностью до коэффициента, имеют смысл, соответственно, классического радиуса электрона и комптоновой длины волны протона. Их численные значения суть $2,8 \cdot 10^{-13}$ см и $1,3 \cdot 10^{-13}$ см. Числа достаточно близки друг другу, чтобы внушать надежду, что, акцентировав внимание на формулах (15) и (16), мы находимся на верном и плодотворном пути; в то же время они достаточно разноречивы, чтобы не оставлять сомнения в различии, хотя, может быть, и небольшом, коэффициентов k и k' .

Формулы (15) и (16) играли весьма важную роль в развитии концепции дискретного пространства и времени; соответственно, они будут играть важную роль и в нашем обзоре. В частности, мы неоднократно будем иметь случай отметить численное значение коэффициента k , как оно определяется в той или иной теоретической расчетной схеме.

Соответствующие формулы для константы с размерностью времени имеют вид:

$$\tau = k \frac{e^2}{mc^3}, \quad (17)$$

$$\tau = k' \frac{h}{Mc^2}. \quad (18)$$

Их правые части, без учета коэффициентов, равны $9,3 \cdot 10^{-24}$ сек и $4,3 \cdot 10^{-24}$ сек, соответственно.

Третья комбинация констант из числа приведенных на стр. 78 играет важную роль в атомной физике, где она, с коэффициентом $\frac{1}{4} \pi^2$ имеет смысл первой боровской орбиты атома водорода и значение $0,5 \cdot 10^{-8}$ см; четвертая комбинация обратна постоянной Ридберга из теории линейчатых спектров и имеет порядок длины волн видимого света, 10^{-5} см. Обе эти комбинации, судя по всему, не имеют никакого отношения к обсуждаемой нами проблеме.

Пятая и шестая комбинации, типичные, соответственно, для радиоактивных и гравитационных явлений, выраженные через

главные константы природы, имеют следующий вид и значение:

$$\sqrt{\frac{g}{ch}} \approx 10^{-17} \text{ см},$$

$$\sqrt{\frac{Gh}{c^3}} \approx 10^{-33} \text{ см}.$$

Обе величины во много раз меньше того минимального интервала длины, который намечался из предыдущего рассмотрения. Физический смысл этих величин, а также их роль в будущей науке в настоящее время трудно предвидеть. Можно, однако, утверждать, что, если величина порядка 10^{-13} см действительно означает границу применимости наших воззрений и предел точности наших измерений, то величина порядка 10^{-17} см и тем более порядка 10^{-33} см должны третироваться как фикции. Если же, наоборот, последние величины имеют какой-то определенный смысл в рамках современного мировоззрения, то наши предыдущие заключения о величине порядка 10^{-13} см должны быть признаны или неверными, или, по меньшей мере, применимыми только в области электромагнитных явлений.

Независимо от того, в каком смысле решится последний вопрос в ходе дальнейшего изучения проблемы, кажется маловероятным, чтобы в этом решении не нашли какого-то отражения те доводы в пользу особой роли величины порядка 10^{-13} см, которые были изложены в настоящем параграфе. Разумеется, у нас нет никаких оснований настаивать на фундаментальном значении именно этой последней величины; всякая другая конечная величина была бы для концепции дискретности не менее подходящей; но, повторяю, аргументы в пользу 10^{-13} см таковы, что их нельзя сбросить со счета. В данных условиях, когда не исключена возможность появления различных по величине атомов длины и времени, кажется правильным отметить уже намечившиеся значения специальными терминами. Я приму для отрезка длины порядка 10^{-13} см, вслед за Бекком³⁹, и для промежутка длительности порядка 10^{-23} сек, вслед за Леви⁴⁰, названия, соответственно, «одон» (от греческого *ὁδός* — путь) и «хронон» (от греческого *χρόνος* — время). Одон и хронон, в силу данного определения, это или сами атомы пространства-времени, или какие-то конгломераты атомов, уже ставшие достоянием науки. Будущее развитие должно окончательно определить их роль и, в частности, показать, какой из возможных в настоящее время взглядов на них является более правильным.

³⁹ G. Beck. Die zeitliche Quantelung der Bewegung (ZPh, 53, 675—682; 1929).

⁴⁰ R. Lévi. Théorie de l'action universelle et discontinue (CR, 183, 865—867, 1926).

Вернемся теперь к предположению, выставленному в начале настоящего параграфа, о постоянстве элементарных интервалов длины и времени и обсудим его в применении к одону и хронону.

Отказ известных нам физических закономерностей и доступных нам экспериментальных средств по характеру своему принадлежит к числу тех явлений, которые не обязательно должны происходить внезапно, на каком-то строго определенном пространственно-временном рубеже. Вполне мыслимо такое положение, когда теории теряют свою силу не все вдруг и не сразу в применении ко всем физическим явлениям, а постепенно и по частям и точно так же, экспериментальные возможности человека обнаруживают известную ступенчатость. Если в природе реализуется такой вариант, законно говорить о некотором переходном диапазоне длин и длительностей, о некоторой промежуточной области пространства-времени, которая лежит между обычным пространством-временем и неведомым еще нечто, обладающим существенно иными свойствами. В данной связи интересно обратить внимание на тот факт, что всюду до сих пор мы характеризовали элементарные интервалы длины и времени лишь по порядку величин (различные вычисления приводят, конечно, к каким-то определенным цифрам, но поскольку вычисления носят всегда полукачественный, ориентировочный характер, приближенными являются и их результаты). Задача установления точных значений новых констант пока еще не стоит на повестке дня. В дальнейшем по-видимому придется поставить такую задачу, и в процессе обсуждения ее должно выясниться, идет ли речь об одном единственном значении, о многих различных значениях или о нескольких коэффициентах порядка единицы при множителях 10^{-13} см и 10^{-23} сек.

Предположение о переменных атомах пространства и времени не только не может вызвать возражений, но имеет за собой и определенное преимущество, ибо зависимость какой-бы то ни было величины от условий места и времени и с философской и с физической точки зрения представляется более удовлетворительной презумпцией, чем застывшее, безжизненное постоянство⁴¹. Правда, существование в физике таких несомненно постоянных величин, как скорость света в пустоте, постоянная Планка и т. п., умаляет и ограничивает это общее положение. Вопрос, очевидно, должен решаться и может быть решен только на экспериментальной основе. До тех пор наиболее разумный вывод из перечисленных соображений заключается, по-видимому, в том, чтобы и впредь сохранять величины порядка 10^{-13} см

⁴¹ Cp. E. Biser. Discrete real space (JPh, 38, 518—525, 1941). D. Bloch in zew. Ober die Struktur der Elementarteilchen.— Max — Planck — Festschrift, 1958. Berlin, 1959, S. 291—296.

и 10^{-23} сек в качестве количественных характеристик элементарных интервалов длины и времени, но смотреть на них как на первое приближение, как на первые рубежи на пути к еще ведомой цели.

В заключение параграфа сделаем еще одно замечание, относящееся ко всему семейству формул, выписанных на стр. 78. Каждой из этих формул можно приписать своего рода дату рождения, определяемую временем появления в науке наиболее поздней из входящих в нее констант. Тогда все эти формулы расположатся в определенной хронологической последовательности. Откроет ее последняя формула нашего списка. Записать эту формулу стало возможным уже после того, как были установлены закон всемирного тяготения, атомистическая теория вещества и электромагнитная теория света, т. е. уже в середине прошлого века. Однако соответствующая ей длина при любых значениях массы порядка атомных масс настолько мала, что фактически она не играла в теории атома никакой роли⁴². Нечто аналогичное имело место и со второй по времени и первой в нашем списке формулой: хотя запись этой формулы стала возможна уже в конце прошлого века, соответствующая ей длина не играла практически никакой роли вплоть до построения теории атомного ядра. Учитывая эти замечания, можно сказать, что первой формулой, введшей в теорию шкалу естественных длин, была третья формула нашего списка. Дата ее рождения совпадает с датой рождения квантовой теории. Значит, только с появлением в науке постоянной Планка теория физических явлений стала строиться не на «свободной», а на «фиксированной» шкале⁴³.

Из приведенных замечаний как будто следует, что существование практически реализуемой фиксированной шкалы определенного масштаба является необходимым, хотя, конечно, недостаточным условием для процветания соответствующей теории⁴⁴. Отсюда далее можно сделать такой вывод: после того, как точность пространственных измерений поднимется до 10^{-17} см и затем до 10^{-33} см, т. е. на много порядков выше уровня, уже достигнутого современной измерительной техникой, перед теориями радиоактивности и гравитации откроются новые большие возможности. До тех пор, пока не будет достигнута последняя из указанных точность, может быть, тщетно пытаться включить гравитацию в схему, охватывающую электромагнетизм⁴⁵, или, как это имеет место в новое время, стремиться объединить гравитационные и электромагнитные явления в рам-

⁴² Cp. J. Thomson. The Electron in Chemistry, London, 1923, p. 5.

⁴³ Cp. L. Whyte. Fundamental physical theory, p. 315 (BJPhS, I, 303—327, 1951).

⁴⁴ Cp. Уайт. сс. 43, стр. 315.

⁴⁵ Cp. J. Larmor. Aether and Matter, Cambridge, 1900, p. 192.

ках единой теории поля⁴⁶. Но отсюда же, с другой стороны, можно сделать и такой вывод: так как точность пространственных измерений, судя по всему, не может подняться выше уровня 10^{-13} см, теория радиоактивности и теория гравитации в их современных формах обречены на прозябание. Какой из двух выводов больше соответствует действительности — это можно будет, по-видимому, решить, самое раннее, после того, как более отчетливо, чем сейчас, наметятся результаты попыток перенести исследование в области, хотя бы на один-два порядка меньшие одона и хронона. В данной связи исключительное значение приобретают работы по изучению структуры нуклонов. Этих работ мы коснемся в следующем параграфе.

Наличие твердых шкал для измерения пространственных и временных дистанций, когда, как в данном случае, речь идет, по-видимому, о минимальных значениях шкал, может решающим образом сказаться и на некоторых других сторонах будущего развития науки. В этой связи на память приходят следующие три проблемы, уже давно ждущие своего решения.

1. Если учесть, что наиболее точным методом измерений является оптический метод, а наиболее точно измеряемыми объектами в оптике являются спектральные линии, то проверка концепции дискретности прежде всего на материале о спектрах покажется естественной и обоснованной. В этой области явление требование дискретности преломляется в следующие два ограничения: период электромагнитных колебаний должен выражаться формулой

$$T = n \tau,$$

а длина электромагнитной волны — формулой

$$\lambda = n \rho,$$

где n — любое целое число. Это значит, что спектры всех излучений, независимо от природы излучателей и характера спектральных линий, должны обнаруживать определенную дискретную структуру, должны быть, так сказать, вышитыми по заданной дискретной канве. Экспериментальную проверку данного вывода разумно начать со случая малых n , т. е. со случая высокочастотных волн⁴⁷.

Не исключено, что те эксперименты, о которых упоминалось в конце пункта В настоящего параграфа, вплотную подводят нас к выяснению закономерностей подобного рода.

2. Среди проблем современной теоретической физики сравнительно незаметное место занимает проблема числа простейших

⁴⁶ Ср. Гейзенберг, сс. 25, стр. 26. См. также его же «Замечания к эйнштейновскому наброску единой теории поля». — Сборник статей «Эйнштейн и развитие физико-математической мысли», М., 1952, стр. 63.

⁴⁷ G. Pokrowski. Zur Frage nach der Struktur der Zeit. — ZPh, 51, 737—739, 1928.

материальных формаций, реализующихся в природе. В настоящее время она даже еще не стоит на повестке дня — все еще продолжающиеся открытия новых элементарных частиц, новых атомных ядер и новых трансурановых элементов мобилизуют усилия исследователей на увеличение указанного числа, а не на его объяснение, — но совершенно ясно, что движение вширь вскоре должно прекратиться и тогда во весь рост встанет вопрос: почему элементарных частиц, атомных ядер и химических элементов в природе столько-то, а не больше или меньше? Концепция пространственно-временной дискретности, как кажется, позволяет наметить подход к решению подобных вопросов. Например, в случае атомов в предположении полуклассической модели соответствующие рассуждения можно мыслить примерно в следующем виде: в условиях дискретного времени период обращения электрона вокруг ядра не может быть меньше элементарного интервала длительности, откуда следует, что число электронов в атоме не может быть больше некоторого максимального числа, которое, очевидно, и означает верхний предел для числа химических элементов⁴⁸.

3. В настоящее время мы, как известно, пользуемся случайными единицами измерения; рекомендованная недавно интернациональная система единиц СИ в этом отношении не содержит ничего нового; достаточно сказать, что основными единицами по-прежнему остаются не имеющие никакого глубокого смысла метр, секунда и килограмм. В то же время почти несомненно, что употребление при изучении природы системы единиц, не навязанной природе, а, так сказать, взятой из самой природы, отражающей какие-то количественные связи природы, не только доставляло бы внутреннее удовлетворение, но и способствовало научному прогрессу, может быть даже в ряде случаев служило мощным эвристическим началом. Потому-то мечта об естественных эталонах никогда не оставляла любознательные умы. Между прочим, упомянутые основные единицы тоже были установлены с надеждой, что они составляют какие-то определенные доли определенного меридиана, определенных суток и определенной порции вещества. Теперь, когда эта надежда развеялась как дым и, например, метр определяется не иначе, как расстояние между двумя рисками на одном из предметов, хранящемся в одной из палат одной из стран мира при некоторых определенных условиях влажности, давления и температуры, желание заменить существующие единицы естественными должно быть особенно законным и горячим. Концепция пространственно-временной дискретности с ее идеей эле-

⁴⁸ H. Flint, O. Richardson. On a minimum proper time and its applications to the number of the chemical elements.— PRS, 117, 637—649, 1928. Cp. R. Lévi. L'atome dans la théorie de l'action universelle et discontinue.— CR, 183, 1026—1028, 1926.

ментарных интервалов длины и времени дает благодатный материал для построения такой системы⁴⁹.

Любопытный исторический прецедент упомянутых построений содержится в работе Стонея от 1881 г.⁵⁰ Заменяв тройку метрических фундаментальных единиц единицами, заимствованными из электромагнитных, электролитических и гравитационных явлений, и выразив свои новые, естественные единицы длины и времени через некоторый, сравнительно менее надежно установленный коэффициент k , Стоней получил:

$$l = k \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

$$t = k \cdot 3 \cdot 10^{-24} \text{ сек.}$$

В этих формулах интересно то, что отношение единиц длины и времени точно такое же, как в концепции дискретного пространства-времени; если же положить $k=1$, в поразительном согласии с наиболее вероятными значениями одона и хронона окажется не только отношение, но и абсолютное значение естественных единиц Стонея. В действительности коэффициент k далек от единицы: по вычислению Стонея он равен 10^{-22} .

Решение трех названных проблем, если его удастся дать в духе концепции дискретности и на ее основе, будет, очевидно, крупнейшим достижением науки и уже ни у кого не оставит сомнения в том, что элементарные интервалы длины и времени действительно существуют в природе.

§ 3.2. Интерьер элементарных интервалов

Итак, мы знаем теперь, что элементарные интервалы длины и времени вошли в современную физику как величины, полагающие границы установленным закономерностям природы и экспериментальным возможностям человека. По ту сторону этих границ рушатся законы электродинамики, теряют силу законы теории относительности, бездействуют законы квантовой теории. Перед лицом этого великого фиаско легко может возникнуть вопрос: а сохраняются ли там, внутри элементарных интервалов, сами понятия пространства и времени?, не теряют ли и они своего значения, подобно другим основным представлениям физики, т. е., конкретнее говоря, не есть ли интервал ρ — протяженность, где нет протяженности, и интервал τ — длительность, где нет длительности?

Постановка подобных вопросов не только выводит нас за пределы науки, но и ставит в затруднительное положение нашу фантазию. Понятия пространства и времени принадлежат к числу тех категорий разума, с которыми человек сжился всеми

⁴⁹ Г. Бек, сс. 39.

⁵⁰ G. Stoney. On the physical units of nature.— PhM, 11, 381—390, 1881.

фибрами своего духовного существа и вне которых для него невозможно никакое образное мышление. Стоит только на минуту отказаться от пространственных или временных представлений — и наши рассуждения тотчас же потеряют всякую связь с чувственным миром. Мыслители всех эпох были единодушны в отрицании какого бы то ни было смысла за бытием вещей вне времени и пространства; эстафета этого убеждения пронесена от древности до наших дней. «И в мыслях даже не вмещается, чтобы было когда-нибудь время, когда никакого времени не было»¹, говорил Цицерон; «невозможно в разумных словах определить, что означает фраза: время было создано»², говорит Гейзенберг. Идея пространства-времени необходима человеку для его мышления о мире, так же как хлеб насущный необходим ему для его существования в этом мире. Люди всех эпох равны друг другу перед этой потребностью духа, подобно тому как они равны перед этой потребностью тела.

И тем не менее, как это после сказанных слов ни кажется странным, мысль о внепространственном и вневременном бытии неоднократно по разным поводам возникала в головах людей и обсуждалась ими с различной степенью основательности. Вот несколько особенно ярких примеров из истории идеи вневременного бытия.

Пытаясь вскрыть природу времени, Аристотель ввел понятие неделимого «теперь» и высказал в связи с ним ряд замечаний, которые с известным правом могут быть перенесены на область неделимого времени. В частности, он утверждал, что в «теперь» нет ни движения, ни покоя, ни прошлого, ни будущего. Что там есть, Аристотель, конечно, сказать не мог, но из сказанного им уже ясно, какого коренного пересмотра наших привычных представлений потребует от нас переход к обсуждению областей вневременного бытия³.

Примерно тысячелетие спустя Августин, рассматривая вопрос, задаваемый, по его словам, более любопытными, чем здоровымыслящими людьми: что делал бог до создания мира?, и не довольствуясь ответом одного хитреца: «Бог угрожал вечными муками тем, которые будут испытывать глубины непостижимых тайн»⁴, высказал убеждение, что до создания мира не было и времени. «Прежде сотворения неба и земли, не было и времени <...> Никакого времени не могло быть прежде творения, с творением явились и самые времена»⁵. Поскольку, по определению Августина, время есть некоторое свойство духа⁶ и, значит, от-

¹ М. Цицерон. О природе богов, 1.9 (Харьков, 1817—стр. 18; Ревель, 1892—стр. 27, в сборнике «Древнеримские мыслители», Киев, 1958—стр. 6).

² W. Heisenberg. Physics and Philosophy, N. Y., 1958, p. 125.

³ Аристотель. Физика, 6.3 и 6.8.

⁴ Августин. Исповедь, II.12.

⁵ Там же, II.13 и II.30.

⁶ Там же, II.26.

сутствие времени есть отсутствие этого свойства, Августин еще менее, чем Аристотель мог сказать что-нибудь конструктивное о том времени, когда времени не было. Кстати, он не справился с решением и той задачи, которую ставил, так как, признав невременной характер предыстории мира, лишил тем самым смысла самый акт творения⁷.

Еще полтора тысячелетия спустя Больцман в поисках выхода из тупика, в который завело философию второе начало термодинамики, высказал свою знаменитую флюктуационную гипотезу, согласно которой вселенная в большей своей части — вселенная как Эон — существует вне времени; понятие времени возникает лишь в отдельных частях вселенной, испытавших флюктуации, и ничем принципиально не отличается от таких, например, понятий, как верх и низ на поверхности Земли, т. е. в одних частях вселенной время течет в одном направлении, а в других — в противоположном. Что-нибудь конкретнее сказать о времени в рамках этой гипотезы не удалось, за исключением указания на весьма прозрачную здесь связь между временем и статистическими закономерностями природы⁸.

После проделанного экскурса в историю вопроса нас не могут удивить предпринятые в новое время попытки усвоить по существу тот же, нигилистический взгляд на время и на пространство в применении к внутренней области микроскопических интервалов.

Первые признаки указанного взгляда появились в новое время почти одновременно с появлением квантовой теории. Вскоре же после констатации у света волновых и корпускулярных свойств, совмещающих казалось бы несовместимые признаки протяженности и локализации, Ричардсон отметил, что наше представление о распространении света содержит внутреннее противоречие и, по-видимому, не может быть описано в понятиях обычной геометрии⁹. После того как Бор развил квантовую теорию атома, Штарк обратил внимание на одну особенность этой теории, состоящую в том, что квантовые переходы атома, согласно этой теории, совершаются вне времени¹⁰. К замечанию Штарка Кэмпбелл добавил, что многие законы квантовой теории выражаются без помощи производных по времени, употребление которых следует, по-видимому, считать непременным условием временного описания событий¹¹. Бор резюмировал эти наблюдения, заявив: «Понятие стационарного состояния в квантовой

⁷ Ср. Гейзенберг, сс. 2, стр. 124.

⁸ L. Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie, T. 2, § 90, Leipzig, 1912.

⁹ O. Richardson, The Electron Theory of Matter, Cambridge, 1916, p. 507—508.

¹⁰ Например, J. Stark, Die Axialität der Lichtemission und Atomstruktur, Berlin, 1927, S. 15.

¹¹ N. Campbell, Atomic structure (N, 107, 170, 1921).

теории требует полного отказа от временного описания процессов»¹².

Данный взгляд, родившись в недрах квантовой физики, получил с течением времени признание и со стороны представителей других отраслей науки. «Охватывает ли пространство-время всю научную реальность, или могут быть научно охвачены и есть явления вне времени и вне пространства?» — спрашивал В. И. Вернадский и, имея в виду вторую часть вопроса, отвечал: «В квантовой теории мы имеем, мне кажется, дело с такого рода научными представлениями»¹³.

Приведенные аргументы против временного характера внутриаомных процессов как будто потеряли силу с построением волновой механики, фундаментальное уравнение которой — уравнение Шредингера — содержит производную по времени¹⁴. Но в действительности и здесь, как подчеркнул сам Шредингер¹⁵, понятие времени глубоко отличается от его макроскопического содержания. В макроскопической картине мира время не играет никакой роли только для статических систем; в волномеханической же картине вне времени оказываются все стационарные процессы, например, движение электронов вокруг атомного ядра, истечение электронов из металла и т. п. «Рассматривая консервативную систему, мы не замечаем хода времени, так же как, например, не замечаем смещения этой системы в пространстве; все, что мы наблюдаем, это лишь последовательность дискретных переходов, в некотором роде, кинематографическую картину, но без всякой возможности оценить продолжительность интервалов между последовательными переходами»¹⁶.

Но если есть такие промежутки времени, в течение которых время не течет, то что же и как в этих промежутках происходит? Временные представления так глубоко проникли в наш мозг и в наш язык, что, отказавшись от них, мы чувствуем себя не в состоянии даже правильно поставить вопрос, на который хотим ответить¹⁷. Что же можно сказать о трудности самого ответа!? И можно ли вообще пытаться понять смысл отсутствия времени, если нам неясен смысл самого времени? «С одной стороны, явления времени самые обыкновенные, но, вместе с

¹² N. Bohr. Das Quantenpostulat und die neuere Entwicklung der Atomistik (Nw, 16, 245—257, 1928), § 6.

¹³ В. И. Вернадский. Проблема времени в современной науке (ИАН, 4, 511—541, 1932), стр. 525. Cp. L. de Broglie. L'espace et le temps dans la physique quantique.—Library of the Tenth International Congress of philosophy. Vol. I. Proceedings, Amsterdam, 1949, p. 806 et 808.

¹⁴ Cp. H. Margenau. The Nature of Physical Reality, N. Y., 1950, p. 156.

¹⁵ E. Schrödinger. La mécanique des ondes (Electrons et photons. Rapports et discussions du V Conseil de physique, P., 1928, pp. 185—206).

¹⁶ Там же, стр. 189.

¹⁷ Cp. N. Campbell. Time and chance (PhM, 1, 1106—1117, 1926).

тем, не только непонятные для нас, но и в существе своем непостижимые <...>. У нас постоянно на языке слова: время и время, времена и времена <...>. Так мы говорим другим и то же слышим от других и понимаем друг друга. Кажется, ничего нет яснее и обыкновеннее, а между тем в сущности нет ничего непонятнее и сокровеннее и более вызывающего на размышления»¹⁸. Попытаться в данных условиях ответить на вопрос о том, что есть отсутствие времени, значит в каком-то роде решать двойную задачу.

Обсуждение интерьера хронона, в силу указанной причины, началось и происходило в тесной связи с обсуждением проблемы времени. Замечания о природе времени позволяли бросить свет на свойства внутренней области хронона, а предположение о свойствах этой области давало пищу для суждений о природе времени.

Направление для дискуссии задал Кэмпбелл в 1926 г. с помощью следующего ряда рассуждений. Видя повсюду смену событий, человек выработал себе определенное представление об их последовательности во времени — об их режиме. Так, свободное падение камня представляется нам как непрерывный ряд состояний камня с постоянно увеличивающейся по определенному закону скоростью. Однако стоит в этот причинно-следственный ряд включиться какому-нибудь неучтенному, случайному фактору, и привычный для нас режим будет нарушен. Случай меняет режим. Строго говоря, мы и не можем составить сколько-нибудь правильное представление о каком-либо режиме, не исключая влияния случая. Значит, время и случай — два аспекта единой сущности, значит, время, как и случай, имеет статистическую природу¹⁹.

Статистическая сущность времени, постулированная в приведенном рассуждении Кэмпбелла, довольно отчетливо проглядывает, как уже отмечалось на стр. 87, во флюктуационной гипотезе Больцмана; ту же сущность можно уловить и просто в том факте, что из всех законов физики только второй закон термодинамики, определяющий изменение энтропии, требует одностороннего течения времени²⁰. Особенно же важно и интересно подчеркнуть, как это сделали впервые Волластон и Миллер в 1931 г., что статистическая сущность времени, с одной стороны содержится в концепции дискретного времени, а с другой стороны, приводит к ней. В самом деле, если время статистично, то большие числа, необходимые для выполнения статистических законов, могут быть получены из конечного отрезка времени только путем деления этого отрезка на очень малые части,

¹⁸ Августин, цит. соч., II.22.

¹⁹ См. сс. 17.

²⁰ F. Wollaston, K. Miller. The nature of time (N, 127, 163, 1931).

т. е. в рамках концепции дискретности²¹, и, наоборот, если мы исходим из этой концепции, отрицаем понятие времени на малых интервалах и не отрицаем его на больших, мы тем самым приписываем времени свойство величины, справедливой только в области больших чисел, т. е. величины вероятностной, статистической. Первое влечет за собой второе и второе предполагает первое; идея дискретности времени и идея статистической природы времени гармонично дополняют друг друга.

Признав статистическую природу времени, кажется правильным утверждать то же самое и для пространства²². Это тем более необходимо, что к такому заключению относительно пространства можно прийти и другим, непосредственным путем. Припомним одну из интерпретаций элемента длины — как предела экспериментальных возможностей человека. Согласно этой интерпретации, измерение пространственной структуры тел, а следовательно, и вообще пространства, не может быть проведено с точностью до точек. Но как же тогда понимать длину какой-либо линии, которая всегда ограничена двумя точками? Под расстоянием между двумя точками, отвечает на этот вопрос Марх, следует понимать среднее большого числа измерений. Каждая линия, с точки зрения измерителя, как бы окаймлена сферами неопределенности радиуса ρ . Точки, заключенные внутри этих сфер, метрически неразличимы. Поэтому разные замеры расстояния между сферами будут давать нам разные результаты. Среднее из них, как уже сказано, и есть то, что мы привыкли называть расстоянием между двумя точками. Значит, наша геометрия реального мира носит существенно статистический характер²³.

Необходимость однотипного толкования природы пространства и времени может быть доказана еще следующим образом. Для измерения времени надо иметь часы. Часы — система сложная, в простейшем случае, состоящая из двух элементарных частиц. Такая система, очевидно, не может поместиться в объеме, занимаемом одной частицей. Определять время для этих объемов мы можем только с помощью часов, расположенных где-то в другом месте. Но любое положение часов, в силу существования метрически неопределенных элементов длины, неопределенно в той же мере. Следовательно, и показания таких часов неопределенны. Иначе говоря, статистичность пространства влечет за собой статистичность времени, и, наоборот, статистичность времени требует статистичности пространства²⁴.

²¹ F. Wollaston, K. Miller. The nature of time (N, 127, 163, 1931).

²² Ср. Н. Бор, сс. 12, § 6.

²³ A. March. Die Geometrie kleinster Räume.— ZPh, 104, 93—99, 161—168, 1937. См. также E. Foradori. Das Raumbild der Physik.— ZPh, 111, 537—558, 1939; A. March, E. Foradori. Ganzzahligkeit im Raum und Zeit.— ZPh, 114, 215—226, 653—666, 1939 и др.

²⁴ Там же.

Статистический взгляд на природу пространства и времени, будучи впервые высказанным в 20-х годах текущего века, с каждым годом находил все более широкое признание среди представителей самых различных отраслей науки. В настоящее время он является, пожалуй, единственным достойным упоминания подходом к проблеме пространства-времени. Нынешнее состояние мнений в этой области хорошо характеризуется одним недавним высказыванием П. К. Рашевского: «Трудно сомневаться в том, что наши пространственно-временные представления уходят своими корнями в микромир. Когда-нибудь они должны быть раскрыты как некоторый статистический итог, вытекающий из закономерностей этого мира — далеко еще не разгаданных — при суммарном наблюдении огромного числа микроявлений <...> Возможно, что и сам четырехмерный пространственно-временной континуум с его геометрическими свойствами окажется в конечном счете образованием, имеющим статистический характер и возникающим на основе большого числа простейших физических взаимодействий элементарных частиц»²⁵.

Статистический взгляд на пространство-время возник в значительной степени на негативной основе — из отрицания пространственных и временных свойств на достаточно малых интервалах пути и времени. Для конструктивного развития любого научного мнения негативной основы недостаточно. Необходима позитивная основа. В данном случае такая основа, как можно думать, эквивалентна вопросу о свойствах внутренних областей одона и хронона. Иначе говоря, необходимо попытаться выяснить, что представляет собой та физическая реальность, статистическим обобщением которой является столь близкое и знакомое нам пространство-время.

Об интересе элементарных интервалов длины и времени в разные годы и по разным поводам было высказано много различных догадок. Вот некоторые из них в хронологической последовательности: внутри элементарных областей отсутствует точечная локализация частиц и событий: точка здесь находится и везде, и нигде,²⁶ разные точки неотличимы друг от друга,²⁷ мгновения не образуют временной последовательности, а сосуществоют наподобие пространственных точек;²⁸ здесь нет причинно-следственной связи между событиями, а существуют своего рода «комки событий», которые взаимно друг друга

²⁵ П. К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. М., 1964, стр. 258 и 658. Изд. 4. М.: УРСС, 2003

²⁶ A. March. Zur Grundlegung und Anwendung einer statistischen Metrik.— ZPh, 105, 620—632, 1937.

²⁷ H. Flint. The ratio of the masses of the fundamental particles.— PPhS, 50, 90—93, 1938.

²⁸ D. Bohm, M. Weinstein. The self-oscillations of a charged particle.— PhR, 74, 1789—1798, 1948.

обуславливают, но не следуют друг за другом²⁹, так что, например, сначала может родиться несколько элементарных частиц, а затем только поступит необходимая для этого энергия;³⁰ геометрия элементарных областей в той же мере необычна: здесь невозможно зеркальное отражение пространства, т. е. не существует правого и левого,³¹ нарушена метричность пространства³² и т. д. Все догадки, как легко видеть, носят отрицательный характер; они, следовательно, не создают для познания новой основы; все их, очевидно, можно объединить следующей единой формулой: внутренность элементарных интервалов есть область, в которой возможна любая аномалия.

Ярко отрицательная форма суждений о возможных свойствах элементарного пространственно-временного интерьера чрезвычайно метко характеризует современный уровень знаний в этой области — уровень первого изумления, когда уже ясно, какими свойствами новый объект исследования не обладает, но еще совершенно неясно, какими свойствами он обладает. Наука подошла к порогу нового мира. И он своеобразно открылся перед ней: как мир, не похожий на все то, с чем до сих пор она имела дело. Хотя еще ничего конструктивного об этом новом мире неизвестно, уже укрепилось мнение, что никакая самая странная догадка о его свойствах не является чрезмерной.

Единственными конструктивными предположениями о свойствах интерьера пространственно-временных атомов являются пока замечания, основанные на аналогии. Так, можно предположить, что для описания интерьера вместо пространственных и временных координат надо ввести некоторый параметр, который бы характеризовал интерьер так же, как масса или спин характеризуют элементарную частицу³³ или как температура характеризует некоторый макроскопический объем газа³⁴. Насколько удачны подобные догадки, сказать еще нельзя.

Наиболее перспективным подходом к проблеме интерьера элементарной области пространства-времени являются широко развернувшиеся в последние годы работы по исследованию внутренней структуры элементарных частиц, главным образом нуклонов. Число таких работ непрерывно увеличивается. Быстро нарастающие мощности ускорителей заряженных частиц, позволяя реализовать все более близкие дистанции между частицами, создают необходимые предпосылки для успеха. В настоящее

²⁹ Д. Блохинцев. Нелокальные и нелинейные теории поля.—УФН, 61, 147, 1957.

³⁰ В. Гейзенберг. Физика и философия. М., 1963, стр. 134 и 137.

³¹ И. Шапиро. О несохранении четности при β -распаде.—УФН, 61, 328, 1957.

³² М. А. Марков. Гипероны и К-мезоны. М., 1958, стр. 301.

³³ L. W. H. Fundamental physical theory.—VJPhS, 1, 325—326, 1951.

³⁴ Б. Г. Кузнецов. Принцип относительности в аяичной, классической и квантовой физике. М., 1959, стр. 216.

время обсуждению подвергаются уже такие вопросы, как строение ядер нуклонов, т. е. пространственных областей, лежащих на порядке ниже уровня, принятого нами для одона.

Исследование внутренней структуры элементарных частиц должно в конечном счете показать, существует в природе пространственная граница, непреодолимая ни для современной теории, ни для эксперимента,—некая «черная сфера» радиусом порядка 10^{-13} см,—или такой границы не существует и наши теоретические представления, равно как наша измерительная техника, сохраняют свою силу и эффективность дальше указанного рубежа. Попутно должно выясниться, отличается чем-нибудь или нет внутреннее пространство элементарных частиц, т. е. то пространство, которое занимают частицы, от внешнего, т. е. от того, в котором они движутся. Современное состояние науки еще не позволяет дать определенный ответ на эти вопросы. «Мозаика из физических идей, опытных данных и расчетов в данной области знания еще далека от того, чтобы сложиться в стройную и законченную картину».³⁵

Сложность задачи особенно усугубляется имеющим здесь место наложением друг на друга различных по своей природе факторов—частных, чисто физических и общих, пространственно-временных. При любом затруднении теории в применении к сверхмалым масштабам пространства и времени возникает вопрос о том, чем оно вызвано: тем ли, что перестали действовать конкретные физические законы, или тем, что действовать перестали сами пространственно-временные понятия, служившие основой при выводе этих законов. В частности, при интерпретации данных о рассеянии быстрых электронов на протонах отказ электродинамики может быть объяснен как выходом за границы применимости этой теории³⁶, так и выходом за границы пространства-времени³⁷.

Разобраться во всей этой сложной гамме вариантов можно надеяться только в итоге большой и кропотливой работы. Эта работа уже началась, но еще далеко не закончена. С окончательными заключениями здесь тем более нельзя спешить, что некоторое начальное продвижение вперед, некоторая видимость успешного решения проблемы без каких-либо заметных отклонений от существующих представлений возможна и на ложном пути, на пути применения пространственно-временных катего-

³⁵ Д. Блохинцев, В. Барашенков, Б. Барбашов. Структура нуклонов.—УФН, 68, 418, 1959.

³⁶ См., например, R. Hofstadter, F. Bumiller, M. Yearian. Electromagnetic structure of the proton and neutron.—RMPH, 30, 482—497, 1958. S. Drell. Quantum electrodynamics at small distances.—Annals of Physics, 4, 75—86, 1958.

³⁷ См., например, D. Blohincev, V. Barašenkov, V. Grišin. Elastic scattering and intrinsic structure of elementary particles.—NC, 9, 249—257, 1958.

рий там, где они не адекватны природе, где они суть иллюзии и фикции³⁸. Ведь и рыба некоторое время живет вне родной стихии, но ошибся бы тот, кто поспешил бы на этом основании причислить рыб к классу земноводных. Для окончательного решения вопроса нужен более продолжительный опыт, необходим более обстоятельный анализ, требуется более глубокое проникновение в природу исследуемых явлений, чем осуществленные на сегодняшний день.

В ожидании того часа, когда хоровод звезд выведет на небосклон науки перечисленные деяния, интересно задаться вопросом: какое решение проблемы показалось бы нам более привлекательным — то, которое предполагается гипотезой одона и хронона, или то, на котором настаивают континуалисты, не признающие никаких рубежей для пространственно-временных представлений. Согласно этой последней точке зрения, внутри любого пространственно-временного объема все в принципе происходит так же, как в известной нам части мира, в частности, внутри областей протяженностью 10^{-13} см явления протекают примерно по тем же законам, которые справедливы для атомов, областей протяженностью 10^{-8} см³⁹. Континуалисты вынуждены, далее, считать, что элементарные частицы состоят из сверхэлементарных частиц, которые в свою очередь состоят из еще более элементарных частиц, и т. д., до бесконечности, т. е. вынуждены принимать атомистическую систему вложенных разнообразий, ничем по существу не отличающуюся от концепции бесконечной делимости вещей: там мы имеем все меньшие и меньшие части вещи, здесь — все более и более простые частицы.

Главный аргумент против атомистической системы такого рода заключается, на мой взгляд, в неизбежной монотонности процесса ее познания. В самом деле, такая система, когда вглядываешься в ее перспективу, навевает страшную скуку: идти по пути вложенных разнообразий и знать, что это будет продолжаться бесконечно, — какое это безрадостное занятие! Гораздо приятнее думать, что теми подразделениями вещества, которые мы уже прошли, т. е. рядом «тело — молекула — атом — ядро — элементарная частица», последовательность вложенных разнообразий исчерпывается и далее начинается нечто, принципиально новое и неожиданное.

Против возможности такого исхода нет принципиальных возражений: ведь еще столько тайн мира остаются нераскрытыми, столько жизненно важных связей непонятыми, и не исключено, что ключи от них помещаются не только «между небом и землей», но и внутри элементарных областей пространства и вре-

³⁸ Cp. W. Heisenberg. Bohrs Interpretation der Quantentheorie und die Physik der Elementarteilchen (рукопись статьи).

³⁹ См., например, L. de Broglie et al. Space-time model of relativistic extended particles.— PhR, 129, 438—466, 1963.

мени. Более того, может быть, именно в таком смысле оправдаются те большие ожидания, которые возлагали на микрообласти пространства и времени многие крупные мыслители, включая Лейбница с его тезисом «Каждая монада — зеркало всего мира»⁴⁰, Ленина с его идеей неисчерпаемости электрона⁴¹ и Вернадского, который говорил: «Для мгновения, для точки времени вскрывается реальное содержание, не менее богатое, чем то, которое сознается нами в безбрежности пространства-времени космоса». ⁴² Наконец, только к такому решению достойной прелюдией является тот букет догадок о свойствах элементарного интерьера, который был приведен на стр. 91—92.

Приняв изложенный взгляд на характер будущей теории микромира, естественно попытаться наметить пути подхода к созданию этой теории. Данному вопросу посвящена вся последняя, шестая глава нашей книги, а также значительная часть пятой главы. Поэтому здесь я ограничусь одним единственным замечанием.

В связи с констатацией странных свойств пространственно-временного интерьера на память невольно приходят некоторые новые свойства электрического заряда. Еще сравнительно недавно казалось, что между электрическим зарядом, с одной стороны, и пространством-временем, с другой, нет ничего общего. Теперь приходится думать иначе: электрический заряд (точнее: зарядовая сопряженность) оказался подчиненным одному и тому же закону симметрии вместе с отражениями в пространстве и во времени; кроме того, электрический заряд (точнее: изобарический спин) подчинен тем же законам преобразования, которые имеют место для обычного, пространственно-временного спина. ⁴³ Эти странные ассоциации заставляют задуматься над вопросом, не имеют ли пространство-время, с одной стороны, и электричество, с другой, общее происхождение или по меньшей мере, не поможет ли изучение этих странных связей бросить новый свет на проблему пространственно-временного интерьера?

Поскольку отмеченное сходство носит теоретикогрупповой характер, изучение его по необходимости сводится к анализу различных свойств симметрии в применении к сверхмалым областям пространства и времени. В направлении такого анализа уже делаются первые шаги. Интересно подчеркнуть, что шаги эти делаются из двух диаметрально противоположных исходных позиций: одни исследователи в отмеченном сходстве свойств

⁴⁰ Монадология, 56 (см., например, Г. Лейбниц. Избранные философские сочинения. М., 1908, стр. 353).

⁴¹ В. И. Ленин. Материализм и эмпириокритицизм. М., 1951, стр. 244.

⁴² Сс. 13, стр. 538.

⁴³ Ср. E. Zimmetman. The macroscopic nature of space-time.— AJP, 30, 102, 1962.

пространства-времени и имманентных характеристик элементарных частиц видят указание на применимость к элементарному интерьеру обычных пространственно-временных представлений (отсюда, например, идея некоторого первичного ротатора, различным внутренним квантовым состояниям которого соответствуют различные сорта элементарных частиц⁴⁴); другие исследователи, напротив, на том же самом основании считают правильным предполагать для малых областей пространства-времени совершенно новые представления, отличные от обычных и лишь переходящие в них по мере увеличения масштабов (например, рассматривать пространство-время в малом как кривую четырехмерную поверхность в некотором многомерном спинорном пространстве, обладающем свойствами электромагнитного и четырехфермионного взаимодействий⁴⁵). Первое направление соответствует, очевидно, духу концепции непрерывности, второе, наоборот, находится в согласии с концепцией дискретности. Так как речь идет о совершенно новой и еще не изученной области исследования, сторонники того и другого подхода, формально говоря, находятся в полностью равноправных положениях. Следовательно, успех работы в этой области будет иметь не только тактическое, но и принципиальное значение.

Независимо от того, какое направление победит в этой борьбе, полученные здесь результаты могут иметь решающее значение для всей концепции дискретного пространства-времени. Думать так позволяет аналогия с судьбой вещественного атомизма. Как известно, уже в XIX веке вещественный атомизм был поставлен на научную базу как в химии (теория валентности), так и в физике (молекулярно-кинетическая теория газа), тем не менее и в XX веке еще имелось некоторое основание для сомнений в реальности атомов. Такое основание окончательно исчезло лишь после того, как наука вступила внутрь атомов — была создана планетарная модель атома, сформулированы законы внутриатомных процессов и т. д. Другими словами, атомизм вещества получил всеобщее признание, когда объектом научного исследования стала структура атомов. Применяя тот же принцип к пространству-времени, мы можем предположить, что и здесь вопрос о принятии или непринятии новой концепции решится окончательно не ранее, как после проникновения науки в тайны элементарного пространственно-временного интерьера.

Произведем, далее, сравнение результатов настоящего параграфа с выводами предыдущего. Там мы характеризовали одон определенной протяженностью, а хронон — определенной дли-

⁴⁴ L. de Broglie, D. Bohm, P. Hillion, F. Halbwachs, T. Takabayasi. Rotator model of elementary particles considered as relativistic extended structures in Minkowski space.— *PhR*, 129, 438—450, 1963.

⁴⁵ Б. Арбузов. О возможности геометрической интерпретации слабых взаимодействий лептонов.— *ЖЭТФ*, 46, 1285—1294, 1964.

тельностью, здесь же отказываемся применять к одному и хронону понятия протяженности и длительности. Возможно ли такое? Ведь речь в обоих случаях идет об одних и тех же элементарных интервалах! Действительно, в рамках формальной логики, где в посылках должно заключаться все, что затем появляется в выводах, подобное было бы невозможно, но в системе наук о природе нечто подобное встречается на каждом шагу. Оно встречается всюду, где мы вынуждены констатировать появление нового качества. Правда, сделав такую констатацию, мы надеемся в последующем подвести под нее теоретическую базу, понять происхождение нового качества из каких-то более общих положений, которые тем самым в свою очередь начинают играть роль первичных констатаций и, значит, требуют по отношению к себе применения того же приема, инструментом которого по отношению к другим они явились сами. Но это не уничтожает того факта, что всегда в чем-то наука о природе находится в состоянии, не укладывающемся в рамки формальной логики. В рассматриваемом случае эта специфическая черта процесса познания чувствуется отчетливее потому, что речь идет о таких всеобщих категориях, как пространство и время. Мы отказались от пространственно-временных представлений в некоторых малых областях, но, разумеется, не отказываемся от них в больших областях; значит где-то между малым и большим они должны возникнуть. По предположению, это и происходит на границах одона и хронона. С одной стороны этих границ, с внутренней, пространства-времени еще нет, с другой, с внешней, оно уже есть. Конечно, оно из чего-то и как-то возникает. Когда мы поймем, из чего и как, существующая ныне противоречивость между свойствами интерьера и экстерьера элементарных интервалов должна исчезнуть.

В заключение параграфа и в свете его выводов попробуем взглянуть на константы природы с размерностью длины и времени с точки зрения аналогии между ними и другими константами природы. Среди последних некоторые, например, элементарный электрический заряд и постоянная действия, суть минимальные порции: заряд любого тела и действие любого процесса всегда больше, соответственно, e и h ; другие, например, тот же электрический заряд e и половинный спин $h/2$ представляют собой своеобразные первичные кирпичи в том смысле, что число их в любой соответствующей величине, если только они там имеются, — целое, т. е. они складываются друг с другом по простому, аддитивному закону; наконец, третьи, например, масса мезона и магнетон Бора, не обладают ни тем, ни другим свойством. К какому же разряду констант — первому, второму или третьему — принадлежат константы с размерностью длины и времени?

Если, отвечая на этот вопрос, учесть не только сказанное в

настоящем параграфе, но и свойство реновации; надо будет отрицать существование в природе как протяженностей и длительностей, меньших, соответственно, 10^{-18} см и 10^{-23} сек, так и протяженностей и длительностей, содержащих дробное, а тем более иррациональное число элементарных интервалов. Короче говоря, новые мировые константы, подобно элементарному электрическому заряду и половинному спину, принадлежат одновременно к первому и второму разрядам констант.

§ 3.3. Идея элементарных интервалов в теоретической физике

Здесь, не мудрствуя лукаво, я рассказываю, где, как и в какой связи рождалось в современной физике понятие элементарных интервалов длины и времени. Родственные по своему характеру работы я расположил по сериям, а серии поместил в хронологическом порядке их кульминационных пунктов.

Серия первая

Начиная с 1911 г.— года опубликования Резерфордом ядерной модели атома— в атомной физике создалась критическая ситуация: с одной стороны, предполагалась установленная определенная модель атома; с другой стороны, были известны многие свойства атомов; в то же время законы классической физики не позволяли получить эти свойства из этой модели. Приходилось предполагать действие в атомной области иных законов, справедливость иных представлений, наличие иных свойств. Выражением этой потребности явились, в частности, квантовые постулаты Бора. Вначале они были приняты с энтузиазмом, но их необычность и искусственность, а также выяснившаяся с годами неспособность справиться с решением ряда вопросов, порождали сомнение в их справедливости и стимулировали продолжение поисков новых путей.

Одним из результатов таких поисков была гипотеза Томсона¹ о временном атомизме электрического поля, точнее, о том, что электрические силы действуют не непрерывно, как мы привыкли думать на основании своего макроскопического опыта, но прерывисто, через некоторый интервал времени T , который, впрочем, настолько мал, что имеет существенное значение только для процессов в масштабе атома. Аналогом нового механизма действия электрической силы может служить действие молекул газа на стенку сосуда: прерывистое в действительности, оно воспринимается нами как непрерывное. Томсон предположил далее, что постулированный им временной интервал, имеющий, как

¹ J. Thomson. The intermittence of electric force (PRSE, 46, 90—115, 1925).

сказано, смысл среднего времени между двумя последовательными проявлениями силы, зависит от напряженности поля, именно, увеличивается с уменьшением напряженности. На такой основе были рассчитаны движение электронов в атоме, возникновение рентгеновых лучей, рассеяние этих лучей и рассеяние электронов. Во всех случаях получились удовлетворительные результаты. Между прочим, выяснилось, что стационарным орбитам Бора соответствуют круговые орбиты новой теории, нестационарным — эллиптические. Было показано также, что идея прерывистой силы внутренним образом связана с квантовой теорией света и приводит к определенному механизму распространения электромагнитных волн.

В дальнейшем идея прерывистой силы как альтернатива квантовой теории не получила развития: триумфальные успехи квантовой механики заставили исследователей отказаться в области атома от всех идей, не являющихся развитием принципов этой науки.

Зато, примерно одновременно с Томсоном, была выполнена еще одна работа аналогичного содержания. Навеяна она была уже не затруднениями, а успехами теории, именно теории относительности. В связи с этими успехами среди ряда физиков распространилось убеждение, что, подобно тому как физического смысла не имеет понятие привилегированной системы отсчета, не имеет его и понятие действия, противопоставляемое понятию противодействия, реакции, ответу на действие. Казалось правильным говорить не о действии и противодействии, но об универсальном действии, о действии «всего на все», и объяснить существующее различие действий различием не сил, как это делает классическая механика, а времен приложения универсальной силы, зависящих, по предположению, от массы тела². Приняв этот взгляд, Леви предположил, кроме того, что электроны подвергаются универсальному действию через каждые τ сек, а всякая другая частица, масса которой в N раз больше массы электрона, — через каждые $N\tau$ сек. Леви попытался развить математический аппарат своей гипотезы, учитывая действия, обусловленные только электронами и протонами вселенной, и с его помощью объяснил такие факты, как существование верхнего предела атомных весов и радиоактивный распад ядер с большим атомным весом³. Для минимального периода он получил формулу

$$\tau = \frac{2\pi e^2}{3 mc^3},$$

² R. Lévi. Théorie de l'action universelle et discontinue (CR, 183, 865—867, 1926).

³ R. Lévi. L'atome dans la théorie de l'action universelle et discontinue (CR, 183, 1026—1028, 1926).

сравнение которой с формулой (17) дает для коэффициента k , примерно, 2,1.

Четверть века спустя после Томсона и Леви к идее периодически действующей силы вернулся Кальдирола⁴. На этот раз побудительным мотивом служили трудности классической релятивистской теории электрона. Подобно своим предшественникам, Кальдирола предположил, что сила действует на электрон только в мгновения, разделенные некоторым интервалом τ , который он, однако, считал, в отличие от Томсона, не зависящим от напряженности поля, и, в отличие от Леви,— не зависящим от массы, т. е. постоянным для всех частиц при всех условиях. При этом предполагалось, что, действуя в момент t , сила обуславливает быстрый переход электрона из состояния движения в момент $t - \tau$ в состояние движения в момент t , соответственно с чем, например, ускорение электрона записывалось в виде

$$\omega = \frac{v(t) - v(t - \tau)}{\tau} . \quad (19)$$

На основе этой последней формулы было найдено, методом аналогии, соответствующее, т. е. тоже в конечных разностях, релятивистское уравнение движения точечного электрона, которое, в отличие от классического уравнения Дирака, оказалось свободным от трудностей с выбором параметров⁵.

Анализ релятивистского уравнения Кальдиролы для случая движения электрона под действием прерывистой электромагнитной силы показал, что новая теория полностью перекрывает старую, причем импульсу старой теории в новой соответствует произведение напряженности поля и элементарного времени

$$P = E\tau,$$

а в пределе больших импульсов скорость электрона, так же как у Дирака, стремится к скорости света, но акаузальных эффектов, типичных для теории Дирака, не возникает⁶.

В нерелятивистском приближении уравнение Кальдиролы совпадает с уравнением движения протяженного электрона-сферы⁷, рассматриваемым обычно в связи с математическими моделями Шредингера дрожания дираковых частиц.

Рассмотренными работами Томсона и Леви и работами Кальдиролы с учениками исчерпывается, насколько мне известно,

⁴ P. Caldirola. Sull'equazione del moto dell'elettrone nell'elettrodinamica classica (NC, 10, 1747—1752, 1953).

⁵ Там же.

⁶ R. Cirelli. Sul moto di un elettrone investito da un impulso elettromagnetico istantaneo.— NC, 1, 260—262, 1955.

⁷ F. Duimio. Su un'equazione alle differenze finite per l'elettrone classico.— NC, 11, 326—329, 1954.

обсуждение идеи принципиальной периодичности явлений природы вне связи с трудностями теории поля и проблемой элементарных частиц — вопросами, обсуждению которых посвящена специальная, пятая глава настоящей книги.

Серия вторая

В начале XX века, осуществляя грандиозную программу сведения всех явлений природы к игре электрического и магнитного полей, Густав Ми сделал попытку построить теорию единого поля — «эфиродинамику», — которая, по замыслу автора, должна была объяснить элементарные частицы как сингулярности мирового эфира. В основу своей теории⁸ Ми положил максвелл-лоренцовы уравнения электромагнитного поля, содержащие временные производные, придав этим уравнениям новый смысл: во-первых, рассматривая потенциалы, наряду с напряженностями, однозначно определенными функциями координат; во-вторых, предполагая функциональную зависимость одних характеристик поля от других. В результате он получил систему десяти нелинейных уравнений с двадцатью неизвестными:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{d}}{\partial t} &= \text{rot } \vec{h} - \vec{j} \\ \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} &= -\text{rot } \vec{e} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\text{div } \vec{j} \\ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} &= -\text{grad } \varphi - \vec{e}.\end{aligned}$$

Задачу отыскания других десяти уравнений, необходимых для однозначного решения системы, Ми свел к отысканию некоторой универсальной величины — «мировой функции» $\Phi = \Phi(\vec{e}, b, \varphi, \vec{A})$. В определении явного вида этой функции, согласно Ми, и заключается главная проблема теории материи.

Понятно, что эта проблема не могла быть решена сразу. Ми рассмотрел⁹ только одно частное выражение мировой функции, справедливое для случая электростатистического поля, именно

$$\Phi = -\frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{6} k \varphi^6,$$

⁸ G. Mie. Grundlagen einer Theorie der Materie (APh, 37, 511—534, 1912).

⁹ Он же — APh, 39, 1—40, 1912.

где k — новый параметр теории. Это выражение было выбрано, по существу, совершенно произвольно. Единственное оправдание его — в удовлетворительном качестве полученных с его помощью результатов; а некоторое обоснование ему Ми пытался дать анализом его возможных модификаций. Исходя из указанного вида мировой функции и рассматривая уравнение

$$\operatorname{div} \vec{d} = \rho$$

как уравнение для узла или сингулярности эфира, которая по предположению означала электрический заряд, Ми нашел для скалярного потенциала выражение:

$$\varphi = \sqrt[4]{\frac{3}{k}} \sqrt{\frac{r_0}{r^2 + r_0^2}}, \quad (20)$$

где r_0 — еще один параметр теории, с размерностью длины.

Последняя формула замечательна тем, что при $r=0$ она свободна от бесконечности, а при $r \rightarrow \infty$ переходит в закон Кулона. Значению $r=r_0$ соответствует сфера, внутри которой находится $1/3$ часть электрического заряда электрона. Остальной заряд распределен по всему пространству вне сферы. Поскольку, однако, убывание плотности заряда на больших расстояниях от центра сингулярности происходит, согласно теории, по закону r^{-5} , т. е. довольно быстро, величине порядка $3-4 r_0$ можно придавать смысл классического радиуса электрона. Теория обобщенного поля Ми содержит, таким образом, идею линейного параметра, близкого по смыслу элементарному интервалу длины.

Интересной особенностью теории Ми является также прямая связь между этим параметром и зарядом сингулярной области. Связь эта выражается формулой

$$e = 4\pi \sqrt[4]{\frac{3}{k}} \sqrt{r_0}$$

и означает, что атомизм электричества и атомизм пространства представляют, в рамках теории, разные проявления одного и того же эффекта. К сожалению, наличие в формуле неизвестного параметра k лишает нас возможности воспользоваться ею для вычисления величины элементарного интервала¹⁰.

Рассмотренная теория Ми не выдержала строгой критики¹¹, и потому ее главное значение состоит не в конкретных результатах, к которым она привела, а в прецеденте, которым она явилась для целой серии последующих попыток произвести то или иное обобщение классических уравнений электромагнитного

¹⁰ G. Mie. — APh, 39, 1—40, 1912.

¹¹ В. Паули. Теория относительности. М., 1947, стр. 278.

поля. Для всех этих последующих попыток типична их большая, по сравнению с попыткой Ми, умеренность: авторы их уже не решаются на столь коренные отступления от теории Максвелла, на которые решился Ми, в частности, ни один из них уже не лишает потенциалы поля свойства градиентной или калибровочной инвариантности. Последователи Ми, настороженные неудачей своего предшественника, как бы прониклись повышенным пизтизмом к классической электродинамике и признали, что уравнения этой теории, некогда вдохновившие Больцмана на его знаменитое восклицание «Не сам ли бог начертал эти знаки?!», заслуживают большего уважения, чем думал Ми, и, если и могут быть изменены, то только самым осторожным образом.

Под таким умеренным девизом через 20—25 лет после Ми были проведены два в значительной степени идентичных обобщения максвелловых уравнений электромагнитного поля. Оба имели главной целью освобождение электродинамики от трудностей с бесконечными интегралами, появляющимися при вычислении собственной энергии частиц и других аналогичных эффектов; для обоих по этой причине характерно введение в теорию нового параметра, который имеет смысл или которому может быть придан смысл фундаментальной длины. Суть этих двух попыток состоит в следующем.

Электродинамика Максвелла может быть выведена с помощью известных методов вариационного исчисления из лагранжиана весьма простого вида:

$$L = \frac{1}{4} \Sigma f_{\mu\nu}^2. \quad (21)$$

Всякое нетривиальное изменение вида этой функции неизбежно влечет за собой изменение формы уравнений поля, и наоборот. Лагранжиан, таким образом, является для теории поля тем же, чем считал себя Людовик XIV для Франции: теория поля — это он. Соответственно, задачу обобщения теории поля можно определить как задачу изменения, фактически — усложнения вида лагранжиана (21).

В 30-е годы, как уже говорилось, были испробованы два рода усложнений: Борн¹² заключил тензор поля под радикал, именно, принял для лагранжиана выражение

$$L = \frac{1}{b_1} \sqrt{1 + \frac{b_1}{2} \Sigma f_{\mu\nu}^2}; \quad (22)$$

Бопп¹³ ввел в лагранжиан наряду с тензором поля его произ-

¹² M. Born. Modified field equations with a finite radius of the electron (N, 132, 282, 1933); On the quantum theory of the electromagnetic field (PRS, 143, 410—437, 1934).

¹³ F. Bopp. Eine lineare Theorie des Elektrons (Aph, 38, 345—348, 1940) См. также В. Podolsky. A generalized electrodynamics (PhR, 62, 68—71, 1942).

водные по координатам:

$$L = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \Sigma f_{\mu\nu}^2 + b_2 \Sigma \left(\frac{\partial f_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha} \right)^2 \right\}. \quad (23)$$

Здесь b_1 и b_2 — параметры обобщенных теорий. Параметр b_1 имеет размерность обратного корня квадратного из напряженности поля; параметр b_2 — размерность квадрата длины. С целью оперировать, когда это будет нужно, с параметрами, имеющими размерность длины, заменим b_1 выражением

$$\rho_1 = \sqrt[4]{b_1 e^2}; \quad (24)$$

а b_2 — выражением

$$\rho_2 = \sqrt{b_2}. \quad (25)$$

Когда b_1 мало, вместо (22) можно взять

$$L = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{4} \Sigma f_{\mu\nu}^2,$$

откуда видно, что при $b_1 \rightarrow 0$ вариант Борна переходит в теорию Максвелла плюс бесконечный добавок. Не надо обладать большой прозорливостью, чтобы понять, что таким обобщением теории создается надежда устранить те бесконечности, которые встречаются в необобщенной теории. Вариант Борна переходит в теорию Максвелла без каких-либо добавок в случае слабых полей; он является, следовательно, обобщением классической схемы на случай сильных полей, причем величина b_1 означает верхний предел для напряженности поля, соответственно с чем ее можно назвать «естественным», или «абсолютным», или, наконец, «максимальным полем»¹⁴.

Вариант Боппа при $b_2 \rightarrow 0$ переходит непосредственно в теорию Максвелла; его можно, следовательно, назвать обобщением теории на новый параметр с размерностью длины.

Физический смысл параметров ρ_1 и ρ_2 выясняется при вычислении, на основе обобщенных теорий, потенциала и энергии электростатического поля одиночного заряда.

В теории Борна такое вычисление приводит к потенциалу

$$\varphi = \frac{e}{\rho_1} \int_{r/\rho_1}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}},$$

¹⁴ M. Born, E. Schrödinger. The absolute field constant in the new field theory (N, 135, 342, 1935).

который при $r = 0$ дает конечное выражение:

$$\varphi_0 = \frac{1,854e}{\rho_1},$$

а при $r \gg \rho_1$ переходит в закон Кулона:

$$\varphi_\infty = \frac{e}{r}.$$

Для энергии электрона находим:

$$e = 1,236 \frac{e^2}{\rho_1^2},$$

откуда видно, что параметр ρ_1 почти в точности совпадает с классическим радиусом электрона¹⁶.

В теории Боппа потенциал поля точечного заряда определяется уравнением

$$\Delta (b_2 \Delta - 1) \varphi = \frac{4\pi}{c} e, \quad (26)$$

которое можно записать в форме обычного уравнения Лапласа—Пуассона,

$$\Delta \varphi = \frac{4\pi}{c} \delta, \quad (27)$$

для заряда, определяемого выражением

$$\delta = \frac{e}{b_2 \Delta - 1},$$

или, в раскрытом виде,¹⁶

$$\delta = \frac{e}{\rho_1^2} \frac{e^{-r/\rho_1}}{r}. \quad (28)$$

Такому распределению заряда соответствует протяженный заряд причем величину протяжения характеризует параметр ρ_1 . Значит, обобщение теории поля на производные высшего порядка эквивалентно замене точечного заряда зарядом, размазанным по пространству¹⁷.

¹⁶ M. Born, L. Infeld. Electromagnetic mass (N, 132, 970, 1933); Foundations of the new field theory (N, 132, 1004, 1933; PRS, 144, 425—451, 1934).

¹⁶ J. Kvasnica. Замечание к электродинамике Боппа и Подольского (ЧФЖ, 10, 81—90, 1960).

¹⁷ Д. Иваненко. Введение в теорию элементарных частиц (в книге А. А. Соколов, Д. Д. Иваненко. Квантовая теория поля. М., 1952, стр. 571).

Решение уравнения (26) или, что то же самое, уравнений (27) и (28) дает для потенциала формулу

$$\varphi = \frac{e}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{\rho_2}}\right), \quad (29)$$

которая, как легко видеть, имеет конечное значение, равное $\frac{e}{\rho_2}$ при $r=0$, и переходит в закон Кулона при $r \gg \rho_2$ ¹⁸.

Для вычисления параметра ρ_2 можно воспользоваться любым из тех эффектов, которые, как можно думать, обусловлены пространственной протяженностью источника поля. В число таких эффектов предположительно можно включить разницу между экспериментальным значением лэмбова сдвига уровней атомных электронов в водороде, $2S_{1/2}$ и $2P_{1/2}$, и его теоретическим значением, вычисленным из поляризации вакуума. В 1960 г. эта разница оценивалась в 0,2 МГц. Соответствующее ей значение параметра ρ_2 было найдено равным $0,1 \cdot 10^{-13}$ см¹⁹. Это — величина уже знакомого нам рода. Тот факт, что она на порядок меньше классического радиуса электрона, не может внушать серьезного беспокойства, хотя бы потому, что исходная разница в 0,2 МГц из-за неточности экспериментального результата сама не свободна от значительной неопределенности.

Рассмотренные обобщения уравнений электродинамики на нелинейность и на высшие производные в последующие годы упорно и всесторонне изучались как инициаторами этих обобщений, Борном и Боппом, так и многими другими исследователями, в том числе Подольским, Инфельдом, Бехертом, Пэйсом, Уленбеком, Шиффом, Гейзенбергом. В настоящее время эти два типа обобщений принадлежат к числу наиболее популярных и наилучшим образом разработанных попыток выйти за рамки классической теории поля. С их помощью удалось получить много ценных результатов; в то же время законченной теории с высшими производными или с нелинейными членами еще не существует. Интересно отметить, что методологические основы этих двух обобщений не равноценны: если нелинейность диктуется некоторыми естественными процессами, например, рассеянием света на свете, то введение высших производных представляется в значительной степени произвольным²⁰. Может быть

¹⁸ Квасница; сс. 16.

¹⁹ J. Kvasnica. A possible estimate of the elementary length in electromagnetic interaction (ЧФЖ, 10, 625—627, 1960). См. также W. Porter. Hydrogen energy levels: perturbation caused by proton structure.— Science, 143, 1324—1325, 1964.

²⁰ Д. Д. Иваненко. А. А. Соколов. Классическая теория поля. М., 1949, стр. 213.

именно по этой причине в последние годы преимущественное развитие получило обобщение на нелинейность, особенно в работах Гейзенберга и его школы (см. § 5.3); хотя, с другой стороны, несомненно и то, что оба эти обобщения внутренне связаны друг с другом (см. § 5.2).

Отношение рассмотренных типов обобщения электродинамики к гипотезе элементарных интервалов длины и времени было подчеркнуто выше, как мне кажется, достаточно четко. Тем не менее, в подтверждение реальности этой связи даже в случае обобщения на нелинейность, где эта связь проявляется менее явно, я сошлюсь на авторитет Д. Д. Иваненко, который говорит: «В нелинейных обобщениях электродинамики, мезодинамики или спинорного диракова уравнения возникает новая константа самодействия или связи поля «самого с собой», которой можно придать размерность длины $\langle \dots \rangle$. Тем самым нелинейные обобщения примыкают к числу тех модификаций современной теории, которые придают существенное значение наличию константы минимальной длины»²¹.

Обобщения максвелловых уравнений на нелинейность и на высшие производные представляются наиболее естественными, но далеко не единственными в своем роде. Среди менее естественных и более, так сказать, неожиданных обобщений, связанных с гипотезой элементарных интервалов, упомянем лишь одно, предложенное в последнее время.

За независимые переменные поля были приняты все четыре пространственно-временные координаты (в классической электродинамике независимой переменной считается только одна координата, временная). В результате такого обобщения, место «одномерной» максвелловой теории заняла «многомерная» теория с «многомерным» лагранжианом, «многомерным» потенциалом, «многомерными» уравнениями поля и т. д. Так как в обычной теории гамильтониан имеет размерность энергии и ему при квантовании поля соответствует постоянная Планка \hbar , то в новой теории гамильтониан приобретает размерность пространственной плотности энергии и ему, как можно думать, должна соответствовать при квантовании постоянная

$$\hbar = \frac{h}{\rho^3}.$$

Как видим, обобщение данного типа действительно предполагает существование в природе константы с размерностью длины²².

²¹ Сс. 17, стр. 581.

²² Н. М а г х. *Mehrdimensionaler Hamiltonscher Formalismus* (ZPh, 164, 129—138, 1961; 165, 322—333, 1961).

Серия третья

В конце 20-х годов Флинт с сотрудниками, рассматривая квантовые законы под углом законов метрики, пришел к представлению о мировой линии, обладающей структурой. Как возникла эта мысль, из первого сообщения, сделанного при корректуре статьи, посвященной другой теме, и состоящего всего из одной фразы: «мы нашли возможным расширить развитую точку зрения в направлении, которое ведет к концепции мировой линии, обладающей структурой»²³, — понять нельзя, но вскоре Флинт дал другое, уже обстоятельное и, может быть, модифицированное обоснование своей идеи. Рассуждения его на этот раз состояли в следующем²⁴.

Подобно тому как путем перехода от метрического закона евклидовой геометрии

$$ds^2 = \Sigma dx_n dx_n$$

к метрическому закону римановой геометрии

$$ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Эйнштейну удалось учесть гравитационное поле, Вейль пытался, путем перехода от формулы для постоянного вектора смещения

$$A^2 = \Sigma g_{\mu\nu} A^\mu A^\nu$$

к формуле для переменного вектора смещения

$$A^2(x) = \Sigma g_{\mu\nu} A^\mu A^\nu, \quad (30)$$

учесть электромагнитное поле. Хотя это Вейлю и не удалось, Флинт воспользовался идеей переменного вектора для установления связи между квантовой теорией и метрикой пространства. Он принял в качестве метрического закона выражение

$$ds^2 = B^2 \Sigma g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (31)$$

в котором B — функция положения. Вместе с (30) это дало уравнение

$$\frac{\delta A^2}{A^2} + \frac{\delta B^2}{B^2} = 0,$$

анализ которого, произведенный в предположении определенной зависимости приращения вектора смещения от электромагнитных потенциалов и с соблюдением согласия его с уравнением Шредингера для электрона в гравитационном поле, после длинного ряда преобразований привел автора к квантовому условию вида

$$\int p_s dx^s = nh.$$

²³ H. Flint, J. Fischer (PRS, 115, 210, 1927).

²⁴ H. Flint. Relativity and quantum theory (PRS, 117, 630—637, 1928).

В отличие от квантового условия в теории Бора — Зоммерфельда, эта формула справедлива не для каждой компоненты импульса по отдельности, но для суммы их; соответственно с чем интегрирование приводит к следующей формуле для пути электрона:

$$s = n \frac{h}{mc}. \quad (32)$$

Как видим, мировая линия электрона действительно обнаружила дискретную структуру, или, другими словами, путь, проходимый электроном, оказался состоящим из целого числа элементарных длин, $\frac{h}{mc}$.

После того как был получен этот результат, удалось показать, что его можно получить и независимо от того или иного предположения относительно метрики, путем учета некоторых релятивистских формул, связывающих импульс и действие. Например, если производную от действия по мировой дуге электрона выразить формулой

$$\frac{\partial W}{\partial s} = mc,$$

то, учитывая квантующийся характер действия, немедленно получим

$$s = n \frac{h}{mc},$$

т. е. прежний результат²⁵.

В конце 30-х годов Флинт построил еще одну квантово-релятивистскую схему, органически включавшую в себя понятие элементарных интервалов. Он исходил при этом из следующих рассуждений²⁶. Известно, что траектория фотона представляет собою нулевую геодезическую линию. Известно также, что корпускулярно-волновая теория фотона, в отличие от таковой частиц, обладающих конечной массой покоя, свободна от трудностей с бесконечностями. Не следует ли в этих фактах видеть указание на желательность построить и для частиц с конечной массой покоя, в частности для электрона, теорию, в которой уравнение движения частицы было бы уравнением нулевой геодезической линии; и далее, поскольку фотон обладает отмеченными свойствами в четырехмерном мире, не будут ли другие частицы обладать теми же свойствами в пятимерном мире? Положительный ответ на эти вопросы и был тем предположением, которое служило Флинту руководством к действию при осуществлении им своей новой программы.

²⁵ H. Flint, O. Richardson. On a minimum proper time and its applications (PRS, 117, 637—649, 1928).

²⁶ H. Flint. The theory of the electric charge and the quantum theory (PhM, 29, 330—343, 1940).

В основу математической части своей теории Флинт положил уравнение геодезической линии в пятимерном континууме

$$\frac{d}{d\tau} \left(\gamma_{\mu\nu} \frac{dx^\nu}{d\tau} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{\alpha\beta}}{\partial x^\mu} \cdot \frac{dx^\alpha}{d\tau} \cdot \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

и следующие формулы связи между пятимерным метрическим тензором $\gamma_{\mu\nu}$, и четырехмерными потенциалами гравитационного g_{mn} , и электромагнитного Φ_m полей:

$$\gamma_{mn} = g_{mn} + \alpha^2 \Phi_m \Phi_n,$$

$$\gamma_{m5} = \gamma_{5m} = \alpha \Phi_m,$$

$$\gamma_{55} = 1.$$

Здесь α — постоянная величина, весьма важная для теории. Смысл ее должен выясниться позже.

Подставив приведенные формулы в исходное уравнение, получим для $\mu=m$ новое уравнение:

$$\frac{d}{d\tau} \left(g_{mn} \frac{dx^n}{d\tau} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{ab}}{\partial x^m} \frac{dx^a}{d\tau} \cdot \frac{dx^b}{d\tau} = \alpha \gamma_{5m} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} \left(\frac{\partial \Phi_n}{\partial x^m} - \frac{\partial \Phi_m}{\partial x^n} \right). \quad (33)$$

Обратившись затем к классическому уравнению движения частицы с зарядом q и массой μ_0 во внешнем электромагнитном поле

$$\frac{d^2(\mu_0 x)}{dt^2} = F,$$

Флинт подверг его ряду преобразований (раскрыл выражение для силы Лоренца через векторный и скалярный потенциалы поля, перешел к собственному времени, главное же — произвел релятивистское обобщение уравнения), в результате чего получил уравнение такого вида:

$$\frac{d}{d\tau} \left(g_{mn} \frac{dx^n}{d\tau} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{ab}}{\partial x^m} \frac{\partial x^a}{d\tau} \cdot \frac{\partial x^b}{d\tau} = \frac{q}{\mu_0 c} \frac{dx^\mu}{d\tau} \left(\frac{\partial \Phi_n}{\partial x^m} - \frac{\partial \Phi_m}{\partial x^n} \right). \quad (34)$$

Уравнения (33) и (34) достаточно однотипны, чтобы не сомневаться, что мы имеем в них математическое изображение одного и того же процесса. Предположим, что этот процесс — движение электрона. Тогда $q=e$, $\mu_0=m_0$; кроме того, в силу сделанного вначале предположения о мировой линии электрона в пятимерном пространстве,

$$\gamma_{5\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau} = c.$$

Сравнение уравнений, при учете перечисленных равенств, дает для основного параметра теории:

$$\alpha = \frac{e}{m_0 c^2}.$$

Предположим теперь, что уравнение (33) или (34) описывает движение произвольной заряженной частицы. Анализируя этот случай, Флинт делает целый ряд более или менее обоснованных допущений, например, считает пятую координату x_5 величиной, сопряженной импульсу π_5 в форме

$$\pi_5 = \frac{q}{\alpha c};$$

накладывает на эту пару сопряженных величин обычное условие квантования

$$\int \pi_5 dx^5 = nh;$$

считает пятую координату периодической величиной, типа угла, с периодом r_0 . В результате он находит для заряда частицы следующее выражение:

$$q = n \frac{\alpha c h}{r_0}.$$

Поскольку все известные нам электрические заряды кратны элементарному заряду e , выражение при коэффициенте n в правой части последнего равенства разумно считать равным этой величине. Но тогда, учитывая найденное ранее значение для α , получим для периода пятой координаты

$$r_0 = \frac{h}{m_0 c}.$$

Так, «естественным образом»²⁷, в теории Флинта появляется элементарная длина, $\frac{h}{m_0 c}$, равная $\sim 10^{-10}$ см.

Серия четвертая

Еще две теории, оригинально вводящие в рассмотрение идею элементарного интервала длины, причем уже нужного нам порядка величины, появились почти одновременно, в середине 30-х годов, и имеют общий источник — теорию радиоактивного бета-распада Ферми. Эти две теории суть теория множественного рождения частиц Гейзенберга и мезонная теория ядерных сил Юкавы. Познакомимся с логикой рождения этих теорий.

²⁷ H. Flint. The theory of the electric charge and the quantum theory (PhM, 29, 330—343, 1940).

После того как мысль Паули о существовании гипотетической частицы — нейтрино — восстановила в правах закона сохранения энергии, спина и других величин, характеризующих имманентные свойства объектов ядерной области, создалась почва для количественной теории атомного ядра. Возможность недолго оставалась нереализованной: вскоре появилась первая ласточка — нейтринная теория радиоактивного бета-распада или теория Ферми. Существенной чертой этой теории является представление о распаде нейтрона на протон, электрон и нейтрино и о превращении нейтрона в протон путем поглощения позитрона и антинейтрино. Это представление оказалось чреватых далеко идущими последствиями.

Сосредоточим внимание на первой стороне данного представления — на спонтанном превращении тяжелой ядерной частицы в другую тяжелую частицу и два лептона. Если мы теперь учтем, что незадолго перед тем экспериментальное изучение космических лучей обнаружило способность быстро движущихся частиц образовывать при столкновении с другими частицами большое количество новых элементарных частиц (так называемые «ливни») и что существовавшие теории оказались не в состоянии дать объяснение этому факту, то нас не удивит возникшая тогда же мысль применить теорию радиоактивного распада ядер к множественному рождению частиц в космических лучах. Действительно, теория Ферми, как показал Гейзенберг, позволяет произвести расчет этого последнего процесса²⁸.

Вычисление эффективного поперечника ливня методом теории возмущений в рамках обычной квантовой электродинамики в случае рождения n пар новых частиц приводит к выражению

$$Q \sim \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^n,$$

в котором в скобках мы видим постоянную тонкой структуры — безразмерную величину, по которой производится разложение в обычной теории возмущений. Из-за малости этой величины поперечник множественного рождения получается ничтожно малым. В этом и заключается трудность теории. Но в этом же можно усмотреть и путь, по которому следует идти, для того чтобы, не отказываясь от теории возмущений, получить удовлетворительный результат. Путь этот, как можно предполагать, состоит в следующем: разложение поперечника надо производить не по постоянной тонкой структуры, а по такой безразмерной величине, которая, оставаясь малой для частиц низких энергий, в случае высокоэнергетических частиц принимала бы достаточно

²⁸ W. Heisenberg. Zur Theorie der Schauer in der Höhenstrahlung (ZPh, 101, 533—540, 1936).

большие значения. Если энергию частиц характеризовать волновым числом k , то в качестве такой величины разумно взять произведение ρk , в котором ρ — постоянная с размерностью длины. Данное произведение обладает нужным свойством, т. е. оно мало для частиц с низкой энергией и становится значительным для высокоэнергетических частиц. Формализм теории Ферми дал возможность произвести нужное разложение, и для поперечника распада протона на протон, n электронов, n позитронов и $2n$ нейтрино, с помощью приближенного метода Борна, было найдено:

$$Q \sim \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \rho^{2n} k^{2n-2},$$

где k — среднее волновое число вновь рожденных частиц.

Приведенная формула в принципе решает проблему: при k порядка ρ^{-1} образование ливней становится вполне реальным процессом, а при еще более высоких энергиях оно даже превалирует над простыми актами распада. Если, однако, учесть, что наша новая константа связана определенным образом с ядерным зарядом, фигурирующим в теории Ферми, и принять для этого последнего его значение, наметившееся из данных о радиоактивном бета-распаде, то энергия, при которой становится существенным образование ливней, получится равной, примерно, 580 МэВ . Это в две тысячи с лишним раз больше, чем требует опыт. Согласие теории с опытом можно получить, если ввести в гамильтониан взаимодействия, вместо волновых функций лептонов, их производные, причем, как показал Гейзенберг, надо взять вторые или третьи производные. Соответственно, изменится величина нашей новой константы, и — к вящему торжеству теории — так, что окажется порядка 10^{-13} см^2 .

Сосредоточим теперь внимание на обеих сторонах исходного представления теории Ферми, т. е. на способности нуклонов к взаимным превращениям, и сформулируем его в такой, более короткой и более общей форме: нуклоны способны обмениваться парой легких частиц. Если мы теперь вспомним, что к моменту появления теории Ферми самой злостнейшей проблемой теоретической физики была проблема ядерных сил и что, с другой стороны, уже давно было известно, что обмен псевдофотонами между электронами проявляется в электрическом взаимодействии между этими частицами, то нам покажется понятным и естественным возникшее тогда же намерение объяснить ядерное взаимодействие нуклонов обменом между ними парой лептонов. Соответствующий расчет, однако, показал, что лептонная теория ядерных сил далека от количественного согласия с опытом. Причиной разногласия была кровная связь новой теории с

²⁰ См. сс. 28.

теорией Ферми: в силу этой связи в теорию ядерных сил — теорию сильного взаимодействия — автоматически переносилась константа теории радиоактивного распада — теории слабых взаимодействий. Для приведения теории ядерных сил в согласие с опытом надо было, очевидно, разорвать эту связь двух теорий. Именно по такому пути и пошел Юкава³⁰, заменивший лептоны в роли посредников между нуклонами частицей, которая, вообще говоря, не имела к радиоактивному распаду никакого отношения. Статический ядерный потенциал в теории Юкавы удовлетворяет уравнению

$$(\rho^2 \Delta - 1) \varphi = 0, \quad (35)$$

где ρ — линейный параметр, связанный с массой гипотетической частицы μ соотношением:

$$\rho = \frac{\hbar}{\mu c}. \quad (36)$$

Из решения уравнения (35), имеющего форму

$$\varphi \sim \frac{e^{-r/\rho}}{r},$$

следует, что, начиная с расстояний $r = \rho$ от центра ядра, потенциал ядерных сил убывает настолько быстро, что величину можно считать радиусом действия ядерных сил. Численное значение этой величины, как следует из формулы (36), зависит от массы гипотетической частицы Юкавы. Когда, после открытия в космических лучах мезонов, выяснилось, что частицы Юкавы должны быть отождествлены с π -мезонами, масса которых, примерно, 270 электронных единиц, ρ получилось равным $1,4 \cdot 10^{-18}$ см. Открытие мезонов было, таким образом, кроме всего прочего, новым триумфом идеи фундаментальной длины.

Несмотря на происхождение двух рассмотренных теорий из одного корня, их ожидали существенно различные будущности: если теория Юкавы получила всестороннее развитие, то теория Гейзенберга не получила никакого. Это объясняется, главным образом, тем, что объяснение радиоактивного распада, так же как и некоторых других явлений ядерной области, удалось дать на базе мезонной теории ядерных сил, которая, таким образом, начав с отчуждения от теории радиоактивности, затем сама дала эту теорию, как результат одного из своих расширений; тем самым теория радиоактивности Ферми, а вместе с ней и теория множественного рождения частиц Гейзенберга, оказалась в стороне от столбовой дороги развития. Неудача теории

³⁰ H. Yukawa. On the interaction of elementary particles (Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan, 17, 48—57, 1935, 19, 1084—1093, 1937).

Гейзенберга, конечно, не означает неудачу идеи фундаментальной длины, тогда как успех теории Юкавы с полным основанием можно считать успехом и этой идеи.

Серия пятая

Еще одна система построений, приведшая к идее элементарных интервалов, имела поводом то обстоятельство, что многие выражения квантовой механики симметричны относительно координат и импульсов. Действительно, таким свойством явно обладают: перестановочное соотношение

$$x_i p_k - p_k x_i = i\hbar \delta_{ik};$$

формулы для операторов импульса в координатном представлении и координаты в импульсном представлении

$$p_k = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_k},$$

$$x_k = i\hbar \frac{\partial}{\partial p_k},$$

уравнение плоской волны, выражающее свободное движение частицы,

$$\psi = Ce^{\frac{i}{\hbar} p_k x^k};$$

закон преобразования волновых функций от p — пространства к x — пространству, и обратно,

$$\varphi(p) = \int \psi(x) e^{\frac{i}{\hbar} p_k x^k} dx,$$

$$\psi(x) = \int \varphi(p) e^{-\frac{i}{\hbar} p_k x^k} dp;$$

и некоторые другие выражения. Данное обстоятельство легко может навести на мысль, что симметрия между координатой и импульсом имеет глубокий смысл, выражая какой-то пока еще неизвестный принцип природы, и что этому принципу, может быть, суждено играть важную роль в будущем развитии теории.

Такой взгляд на симметрию между координатой и импульсом принял в 1938 г. Борн³¹. Он же предложил называть это свойство принципом обратимости координаты и импульса, по аналогии со смыслом термина «обратная решетка» в теории

³¹ M. Born. A suggestion for unifying quantum theory and relativity.—
PRS, 165, 291—303, 1938.

кристаллов, и показал, что оно имеет место только в евклидовом пространстве³².

Борн прежде всего попытался воспользоваться новым принципом для объединения квантовой теории и общей теории относительности. Он рассуждал так. Подобно тому как в x -пространстве имеет место гравитационное уравнение Эйнштейна, должно существовать аналогичное уравнение в p -пространстве, и так же как статическому решению первого уравнения соответствует вселенная с конечным радиусом, второе должно давать замкнутое p -пространство, т. е. должен существовать верхний предел возможных значений импульса. Это предположение внесло изменение в подсчет числа квантовых состояний замкнутых систем, что, в свою очередь, освободило теорию от бесконечных выражений для собственной энергии электрона и для нулевых колебаний поля.

Применение нового способа счета состояний в теории атомного ядра привело³³ к следующим интересным результатам: радиус ядер и кинетическая энергия нуклонов получились в пределе красном согласии с экспериментальными значениями; поперечник кулонового рассеяния ядер на ядрах совпал с результатом, получаемым в обычной теории путем учета наряду с кулоновым, специфического ядерного взаимодействия; мезон оказалось возможным интерпретировать как частицу, обладающую максимальным импульсом и движущуюся со скоростью света.

Вычислить численное значение элементарного максимального импульса независимым способом не удалось. Естественно, однако, было считать, что он равен частному от деления постоянной Планка на минимальную длину

$$p_{\max} = \frac{h}{\rho}.$$

Еще одним следствием постулата о существовании максимального импульса явилась возможность развить представление о зернистой структуре пространства-времени. В целях реализации этой возможности Борн предположил, что принцип обратимости выражается, в частности, в том, что наряду с релятивистским соотношением между энергией, импульсом и собственной энергией свободно движущейся частицы

$$E^2 - c^2 p^2 = e^2 \quad (37)$$

имеет место аналогичное соотношение для координат времени и пространства

$$t^2 - \frac{r^2}{c^2} = \tau^2,$$

³² M. B o r n. Some remarks on reciprocity.—Proceedings of the Indian Academy of Sciences, Section A, 8, 309—314, 1938.

³³ M. B o r n. Application of reciprocity to nuclei.—PRS, 166, 552—557, 1938, N, 141, 327, 1938.

где τ — характеристическое время частицы. Выбирая, далее, определенные выражения для волновых пакетов покоящейся частицы в x - и p -представлениях, Борн получил интегральное уравнение типа Фредгольма, ядро которого имело характер размазанной δ -функции — обстоятельство, типичное для любой теории, работающей с протяженными частицами.³⁴

Вскоре, однако, обратили внимание на то, что 4-векторы (\vec{r}, t) и (\vec{p}, E) различны по своему характеру: первый является пространственно-подобным, второй — времени-подобным. В соответствии с этим различием пространственно-временным аналогом импульсно-энергетического соотношения (37) следует считать соотношение

$$r^2 - c^2 t^2 = \rho^2, \quad (38)$$

где ρ — характеристическая длина частицы. Так как, кроме того, уравнения (37) и (38) квадратичные, казалось правильным учитывать оба знака для энергии в первом случае и для времени во втором. Иначе говоря, наряду с положительной и отрицательной энергиями в теорию были введены опережающие и запаздывающие времена. Для развития релятивистского варианта такой теории потребовалось обобщить обычные определения Фурье-разложения и скалярного произведения векторов. Все это сильно усложнило теорию, затруднив, в частности, отыскание связи между обратными волновыми функциями, т. е. между решениями характеристических уравнений для операторов (37) и (38).³⁵ Теория значительно упрощается, если отказаться от требования положительной определенности операторов (37) и (38), т. е. наряду с вещественными значениями параметров ϵ и ρ допустить существование мнимых значений этих параметров. Тогда оказывается возможным найти обратные волновые функции, а также построить трансцендентное уравнение для определения $\epsilon\rho$.³⁶ В таком виде теория допускает обобщение на случай спинорного поля, причем выясняется, что вид трансцендентного уравнения зависит от величины спина частиц³⁷.

В последующие годы Борн неоднократно возвращался к принципу обратимости импульсов и координат,³⁸ подчеркивая

³⁴ M. Born. Reciprocity and the number 137.— PRSE, 59, 219—223, 1939. Cp. A. Landé, Sommerfeld's fine structure constant and Born's reciprocity.— PhR, 56, 482—483, 1939.

³⁵ M. Born, K. Fuchs. Reciprocity. Part II. Scalar wave functions.— PRSE, 60, 100—116, 1941.

³⁶ M. Born, K. Fuchs. Reciprocity. Part III. Reciprocal wave functions.— PRSE, 60, 141—146, 1941.

³⁷ K. Fuchs. Reciprocity. Part IV. Spinor wave functions.— PRSE, 60, 147—163, 1941.

³⁸ См., например, M. Born. Relativistic quantum mechanics and the principle of reciprocity.— Report, p. 14—21; Reciprocity theory of elementary particles.— RMPH, 21, 463—473, 1949.

его привлекательные стороны и обращая внимание на трудности, с которыми связано его последовательное проведение в жизнь. Среди новых результатов, полученных на этом пути, можно упомянуть бесконечный спектр масс элементарных частиц, явившийся следствием соответствующего обобщения функции Лагранжа, теории поля и метода квантования.³⁹ Идея замкнутого пространства импульсов также привлекала впоследствии внимание теоретиков. Она, например, была использована для получения конечной собственной энергии фермионов и бозонов и обобщения диаграммной техники Фейнмана, этого весьма важного инструмента современной теории элементарных частиц.⁴⁰

Более важные результаты принцип обратности позволил получить после того, как было осуществлено оригинальное сочетание его с другим принципом — с операторным истолкованием координат — в теории нелокального поля Юкавы (см. § 6.1).

Серия шестая

Из сочетания различных констант природы, в том числе констант с размерностью длины и времени, можно построить большое количество всевозможных безразмерных величин. В атомной области наиболее известными среди них являются зоммерфельдова постоянная тонкой структуры

$$\frac{e^2}{c\hbar} = \frac{1}{137}$$

и отношение масс протона и электрона

$$\frac{m_p}{m_e} = 1836.$$

Если наряду с атомными константами привлечь на помощь космологические константы, такие, как радиус вселенной R , возраст вселенной T и массу вселенной M , то можно будет построить следующие безразмерные величины: радиус вселенной, выраженный в элементарных единицах расстояния,

$$\frac{R}{\rho} \sim 10^{40},$$

³⁹ M. Born. Elementary particles and the principle of reciprocity.— N, 163, 207—208, 1949; H. Green. Quantized field theories and the principle of reciprocity.— N, 163, 208—209, 1949.

⁴⁰ Ю. Гольфанд. О введении элементарной длины в релятивистскую теорию элементарных частиц.— ЖЭТФ, 37, 504—509, 1959; Квантовая теория поля в ρ -пространстве постоянной кривизны.— ЖЭТФ, 43, 256—267, 1962.

возраст вселенной, выраженный в элементарных единицах времени,

$$\frac{T}{\tau} \sim 10^{40},$$

и массу вселенной, выраженную в протонных массах, т. е. величину, имеющую смысл числа нуклонов во вселенной,

$$\frac{M}{m_p} \approx 10^{79}.$$

Уже в тех безразмерных величинах, которые в качестве примеров приведены выше, можно уловить определенные закономерности. Так, последние три величины отличаются от двух предыдущих своей колоссальностью; среди них две равны между собой, а третья примерно равна их квадрату. Последняя закономерность покажется еще более замечательной, если учесть, что существует еще одно сочетание констант, дающих величину типа 10^{40} , именно отношение электрической и гравитационной сил элементарных частиц. Например, для пары протон — электрон это соотношение равно

$$\frac{e^2}{Gm_p m_e} = 2,3 \cdot 10^{39}.$$

Таким образом, допустимо записать следующее приближенное четверное равенство ⁴¹

$$\frac{M}{m_p} \approx \left(\frac{R}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 \approx \left(\frac{e^2}{Gm_p m_e}\right)^2. \quad (39)$$

Если считать, что это численное совпадение нескольких существенно различных по своему характеру величин не случайно, то объяснение данного равенства придется признать одной из важных задач будущего развития в области космофизики.

В настоящее время по этому вопросу можно сделать лишь ряд отдельных более или менее правдоподобных замечаний.

Обратим внимание, например, на возможность из равенства (39) с помощью соотношения (16) получить равенство

$$Mc^2 T = McR \approx h \frac{R^3}{\rho^3}.$$

Первые два члена здесь разумно определить как полное действие мира и полный момент количества движения мира, соответственно. Тогда суть всего равенства можно будет выразить следующим образом: полное действие или полный момент количе-

⁴¹ См., например, A. Eddington. Relativity Theory of Protons and Electrons, Cambridge, 1936.

ства движения мира равны элементарному кванту действия, умноженному на число элементарных объемов в мире⁴².

Обратим, далее, внимание на тот факт, что возраст вселенной по самому смыслу этого понятия есть величина переменная, непрерывно и монотонно увеличивающаяся с течением времени. Тогда, считая элементарную единицу времени неизменной, мы придем к мысли, что величина типа 10^{40} , а значит, по-видимому, и вообще все колоссальные безразмерные величины являются величинами переменными, непрерывно и монотонно растущими с течением времени. Появление в теории таких величин выступит при этом как тривиальный симптом значительной старости нашего мира. Предполагая неизменными и такие атомные константы, как ρ и m_p , мы получим возможность в рамках той же гипотезы учесть идею расширяющейся вселенной и придем к представлению о непрерывном рождении материи. Среди других результатов, к которым приводит та же гипотеза, можно назвать вывод о временной зависимости гравитационной постоянной: эту постоянную приходится считать в действительности переменной, именно уменьшающейся с течением времени, т. е. приходится считать, что силы связи в нашем мире постепенно ослабевают и, значит, мир наш постепенно разваливается⁴³.

Конечно, можно поступить и наоборот — предполагать уменьшение со временем атомных констант, возраст же и радиус вселенной считать постоянными⁴⁴, но в данной связи это, очевидно, не дает ничего нового⁴⁵.

Из приведенных примеров естественно сделать вывод, что космологические явления, как это ни кажется странно, теснейшим образом связаны с явлениями микромира. Следовательно, успешного решения проблем космологии и микрофизики можно надеяться достичь только при совместном изучении их. Данный вывод находится в полном согласии с концепцией дискретности: ведь отказавшись от применимости пространственно-временных представлений в малом, мы вынуждены сделать то же самое и в применении к большим масштабам, т. е. вынуждены считать, что, начиная с некоторых достаточно больших расстояний и сроков, пространство и время теряют свой обычный смысл. В соответствии с цифрами, приведенными выше, верхнюю границу пространства следует оценивать величинами типа 10^{27} см, а верхнюю границу времени — величиной типа 10^{17} сек. Именно таков в рамках концепции дискретности истинный

⁴² A. Неев. Zur Frage der physikalischen Weltkonstanten.— Nw, 25, 733—734, 1937.

⁴³ P. Dirac. The cosmological constants.— N, 139, 323, 1001—1002, 1937; A new basis for cosmology.— PRS, 165, 199—208, 1938.

⁴⁴ S. Sambrsky. Static universe and nebular red shift.— PhR, 52, 335—338, 1937.

⁴⁵ P. Jordan. Zur empirischen Kosmologie.— Nw, 26, 417—421, 1938.

смысл радиуса и возраста вселенной. Отметим, наконец, что эти две величины в современной космологии связаны тем же соотношением, которое имеет место для элементарных интервалов длины и времени:

$$R = cT.$$

Попытку теоретически связать космос и микромир на базе эмпирических закономерностей, намечающихся в области констант природы, предпринял Иордан в середине 40-х годов. Побудительным мотивом для его деятельности в этом направлении явилось открытие звезд очень юного возраста (порядка 10 миллионов лет)⁴⁶, явлением же, которое привлекло его внимание, было необычное поведение цефеид: эти звезды достигают максимальной яркости в период расширения и уменьшают свой блеск в период сжатия. Поскольку расширение и сжатие цефеид происходит очень быстро, иногда в течение всего нескольких часов, эти процессы приходится считать адиабатическими, а для адиабатических процессов в земных условиях имеет место как раз противоположная зависимость: тело нагревается при сжатии и охлаждается при расширении. Следовательно, для цефеид и, возможно, вообще для тел ядерной плотности приходилось предполагать нарушение известных законов термодинамики. Иордан предположил, что это нарушение обусловлено существованием новой константы природы, равной по порядку величины 10^{-13} см⁴⁷.

Трем законам термодинамики можно поставить в соответствие три константы природы — скорость света c , постоянную Больцмана k и постоянную Планка h . Значит, гипотетическому четвертому закону термодинамики, ответственному, как можно думать, за аномалию цефеид, должна соответствовать четвертая константа природы. Предполагая, что таковой является элементарная длина ρ , легко составить из всех четырех констант величину с размерностью температуры:

$$T_m = \frac{ch}{k\rho}. \quad (40)$$

Численное значение этой величины лежит около 10^{12} градусов Кельвина. Такой температурой не обладает ни одно из известных нам тел. Можно думать, что это — некоторая характеристическая температура, которая ограничивает допустимые температуры сверху в том же смысле, в каком по третьему закону термодинамики они ограничиваются снизу. По той же аналогии можно, далее, предположить, что эта максимальная температура

⁴⁶ A. Unsöld (см. P. Jordan. *Über die Entstehung der Sterne. I. Grundlagen der Theorie.* — PhZ, 45, 183—190, 1944).

⁴⁷ P. Jordan. *Über die Entstehung der Sterne. II. Veränderliche Sterne.* — PhZ, 45, 233—244, 1945.

так же недостижима, как недостижим абсолютный нуль, и что если при нуле энтропия системы равна нулю, то при T_m она равна бесконечности.

Как показал Иордан, изложенные соображения действительно позволяют изменить характер адиабатических процессов в условиях очень высоких температуры и давления и получить нагревание при расширении и охлаждение при сжатии звезды.⁴⁸

Иордан попытался также в рамках своей термодинамики сверхнагретых тел объяснить происхождение космических лучей. Банально предполагать, что космические лучи, отличительным признаком которых является колоссальная энергия, возникают при сверхвысоких температурах. Что касается механизма этого процесса, то приблизиться к пониманию его Иордан попытался с помощью следующих рассуждений. Нам известен закон излучения Планка

$$\rho_\nu = \frac{C \nu^3}{e^{kT} - 1},$$

который имеет под собой теоретическую базу, но не дает наблюдаемого спектра космических лучей; и известно правило Эйлера,

$$\rho_E \approx \frac{C}{E^{1.95}},$$

которое дает наблюдаемый спектр космических лучей, но не имеет под собой теоретической базы. Закон, удовлетворяющий обоим требованиям, по всей видимости, должен быть обобщением закона Планка и правила Эйлера. Такой закон можно сформулировать. Как установил Иордан, он имеет вид

$$\rho_\nu = \frac{C\nu^3}{(1 + \tau\nu) T_m \pm 1},$$

где T_m определяется формулой (40), знак плюс отвечает космическим фермионам, а знак минус — космическим бозонам. Действительно, это выражение при низких температурах переходит в закон Планка, при температурах, близких к характеристической, — в правило Эйлера.⁴⁹

Объяснение аномалии цефеид и происхождения космических лучей является, разумеется, большим достижением теории Иордана. Хотя особенности цефеид могут быть объяснены и другим способом,⁵⁰ а объяснение космических лучей дается в десятке других, не менее убедительных схем, синтез свойств космоса и микроструктуры пространства-времени, на котором основыва-

⁴⁸ См. сс. 47.

⁴⁹ P. Jordan. Zur Deutung der Höhenstrahlung.— ZN, 1, 301—304, 1946.

⁵⁰ См., например, F. Sauter (цит. по P. Jordan. Die Herkunft der Sterne, Stuttgart, 1947, S. 61).

ется интерпретация этих явлений в рамках теории Иордана, не потерял своего значения до наших дней и, может быть, станет еще более актуальным в будущем.⁶¹

Серия седьмая

Излагаемое ниже направление теоретической мысли я склонен рассматривать как некий завершающий этап на том пути формирования идеи элементарных интервалов, который был предметом нашего обсуждения в предшествующих шести сериях поисковых работ.

Логические корни этого нового направления восходят к истокам квантовой механики. Среди обескураживающих следствий, к которым привело квантовомеханическое описание микромира, одно из первых мест долгое время принадлежало так называемой нулевой энергии колебаний. Идея нулевой энергии содержится в самом математическом аппарате квантовой механики, по каковой причине ни избавиться от нее, ни обойти ее не представляется возможным: вы решаете уравнение Шредингера для осциллятора и обнаруживаете, что оно имеет разумные решения только при условии, что энергия осциллятора удовлетворяет условию

$$E_n = h\nu \left(n + \frac{1}{2} \right),$$

откуда, при $n=0$, получаете «нулевую энергию», $\frac{1}{2} h\nu$. В ряде случаев, например, в теории теплоемкостей, существование нулевой энергии не влечет за собой никаких осложнений, но в некоторых других случаях, именно в теории полей, оно приводит к настоящей катастрофе: самые важные результаты теории оказываются из-за нее бесконечно большими, т. е. физически бессмысленными. Для того, чтобы избавиться от этого недостатка, обычно прибегают к тактике замалчивания — считают, что нулевой энергии как бы не существует⁵². Но тактика замалчивания — это тактика внутреннего напряжения, которое не может сохраняться очень долго. К тому же некоторые эксперименты, например рассеяние рентгеновых лучей на кристаллах каменной соли, довольно недвусмысленно указывали на реальность нулевой энергии⁵³. Поэтому о нулевой энергии можно было сказать

⁶¹ Ср. Yu Shirokov. On microcovariance and microcausality.— NPh, 46, 618, 1963.

⁵² См., например, E. Fermi. Quantum theory of radiation, § 7 (RMP, 4, 87—132, 1932).

⁵³ R. James, I. Waller, D. Hartree. An investigation into the existence of zero-point energy in the rock-salt lattice by an X-ray diffraction method (PRS, 118, 334—350, 1928).

то же самое, что будущий историк скажет об атомной бомбе наших дней: она все время находилась в боевом резерве и каждую минуту можно было ожидать, что вот, наконец, наступит ее час.

Час нулевой энергии наступил в 1947 г., после опытов Лэмба и Резерфорда, с несомненностью установивших наличие расхождения между теорией и опытом в области линейчатого спектра водорода⁵⁴. Расхождение оказалось таким, что взаимодействие электрона с полем излучения, если бы таковое можно было постулировать, привело бы к желанному примирению экспериментальных и теоретических данных⁵⁵. Но где взять это поле? В поисках ответа на последний вопрос и естественно было вспомнить о нулевых колебаниях квантов поля. Вспомнил о них Велтон⁵⁶. По гипотезе Велтона, нулевой фон или вакуум электромагнитного поля, соответствующий таким колебаниям, непрерывно взаимодействует с каждым данным электроном, в результате чего электрон испытывает флюктуационные изменения своего положения. Средний радиус флюктуаций, как показало вычисление, равен по порядку величины классическому радиусу электрона. Таким образом, гипотеза Велтона действительно содержит идею фундаментальной длины, причем дает ей конкретное физическое выражение; тем самым старый эффект нулевой энергии оказывается поставленным на службу идее элементарных интервалов длины и времени.

* * *

Проведенный обзор показывает, что идея элементарных интервалов длины и времени в последние десятилетия неоднократно и настойчиво появлялась на горизонте теоретической физики. Многообразны проявления этой идеи, заманчивы и обещающи многие результаты, к которым она привела. Если бросить ретроспективный взгляд на те обобщения, схемы, варианты и гипотезы, которые были рассмотрены в настоящем параграфе, то невольно создается впечатление, что между ними нет и не может быть ничего общего — до такой степени они разнохарактерны и разнообразны; но, как мы знаем теперь, общее у них в действительности есть и это общее — идея элементарных интервалов. Как волшебный корень, она скрывается где-то в глубине нашего физического мировоззрения, давая начало многочисленным и прихотливым побегам.

⁵⁴ W. Lamb, R. Retherford. *Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method* (PhR, 72, 241—243, 1947).

⁵⁵ H. Bethe. *The electromagnetic shift of energy levels* (PhR, 72, 339—341, 1947). Перевод в сборнике «Сдвиг уровней атомных электронов». М., 1950, стр. 82—85.

⁵⁶ T. Welton. *Some observable effects of the quantum-mechanical fluctuations of the electromagnetic field* (PhR, 74, 1157—1167, 1948).

Те попытки реализовать идею элементарных интервалов, которые были обсуждены в настоящем параграфе, не образуют единой теории и даже неясно, все ли они окажутся составными частями такой теории, когда она, наконец, будет создана. Тем не менее уже сейчас в них можно видеть зарницы этой будущей теории и, может быть, начальные этапы путей, ведущих к желанной цели. Иначе говоря, мы обладаем пока в данной области отдельными камешками, не будучи в состоянии сложить их в законченную и стройную мозаичную картину. Некоторые из намеченных путей уже получили развитие в интересующем нас направлении, и вновь встретятся нам в ходе дальнейшего изучения под углом концепции дискретности наличного материала современной физики: обобщение уравнений на нелинейность и на высшие производные — в §§ 5.2 и 5.3, принцип обратимости — в § 6.1, идеи теории вакуума — в § 6.2. Хотя ни одно из перечисленных направлений еще не привело к тем результатам, которые предполагалось получить на них, перспективность их, как мы будем иметь возможность убедиться сами, не оставляет сомнений.

В связи с впечатляющим действием всего комплекса рассмотренных попыток ввести в теорию идею элементарных интервалов, нельзя не вспомнить об одном внутреннем убеждении Гейзенберга, которое он не устает повторять вот уже более четверти века. Как некогда Катон Старший все свои выступления в Римском сенате заканчивал требованием разрушить Карфаген, так Гейзенберг почти все свои работы по теоретической физике начинает словами: «Будущая физическая теория будет иметь в своей основе новую фундаментальную константу с размерностью длины». ⁵⁷ До знакомства с историей вопроса подобная уверенность могла показаться опрометчивой, теперь она кажется пророческой. С течением времени *idée fixe* Гейзенберга не только не теряла своего значения, но, наоборот, становилась все более актуальной и популярной. Кроме того, что наряду с Гейзенбергом ей остаются верны (или оставались до своего последнего дня) многие другие ветераны той же идеи (А. Марх, Г. Флинт, П. Иордан, Д. Иваненко и др.), в последние годы она приобрела новых сторонников даже среди физиков старшего поколения. ⁵⁸ Все это доказывает, что в наши дни, как и 30 лет назад, когда Гейзенберг впервые провозгласил свое кредо, идея элементарных интервалов остается живой и прогрессирующей силой.

⁵⁷ См., например, статьи: ZPh, 65, 4—13, 1930; APh, 32, 20—33, 1938; ZPh, 110, 251—266, 1938; ZPh, 120, 513—538, 1943; ZN, 1, 608—622, 1946; Nw, 45, 227—234, 1958; книги: Two Lectures, Cambridge, 1949; Physics and Philosophy, NY, 1958.

⁵⁸ Например, И. Тамм (см. УФН, 59, 9, 1950), J. Rayski (vide APhP 15, 94, 1956).

Констатировав этот факт, уместно задаться следующим вопросом: в каком отношении идея элементарных интервалов длины и времени, вообще, и работы, изложенные в настоящей главе, в частности, находятся к концепции дискретного пространства-времени? И попутно: можно ли констатированную выше уверенность ряда современных физиков в реальности и плодотворности идеи новых мировых констант с размерностью длины и времени интерпретировать как аргумент в пользу справедливости этой концепции?

О том, что поставленные вопросы не являются беспредметными, говорят, например, следующие факты. Кальдиrolа главное отличие своей работы, охарактеризованной в первой серии настоящего параграфа, от аналогичной работы пятнадцатилетней давности Мёглиха — Ромпе (о ней см. в § 5. 1) видел в том, что он, предполагая принципиальную периодичность электромагнитных явлений, «не пользовался гипотезой о зернистой структуре времени»⁵⁹; Дарлинг, о работах которого будет сказано в §§ 5.1 и 5.3, видел прогресс своего мировоззрения в приписывании зернистого характера не пространству, как делал это первоначально, а процессам, протекающим в пространстве⁶⁰; Маргенау, книга которого «Природа физической реальности» цитировалась уже неоднократно, различие между «дискретностью в структуре пространства-времени» и «дискретностью процессов на непрерывном фоне пространства-времени» положил в основу классификации различных гипотез в этой области⁶¹. Перед лицом подобных фактов не только становится ясной целесообразность обсуждения поставленных вопросов, но может даже возникнуть сомнение в целесообразности включения работ, рассмотренных в настоящей главе, в монографию, посвященную проблеме пространственно-временной дискретности.

Я не хочу простым указанием на необоснованность подобного рода сомнений уклониться от обсуждения предмета по существу, но обсужу его, поставив под вопрос правильность не своего, а противоположного мнения.

Отделяя идею элементарных интервалов длины и времени от концепции дискретного пространства-времени, перечисленные авторы и те, кто придерживается их точки зрения, приписывают атомизм не пространству и времени, как таковым, а объектам и процессам, существующим и протекающим в пространстве и времени. Элементарный интервал длины трактуется ими обычно как радиус частицы, существующей в непрерывном пространстве; элементарный интервал времени — как период процесса, протекающего в непрерывном времени. Это значит, что названные ав-

⁵⁹ Сс. 4, стр. 1752. См. также NC 12, 707, 1954; NC, Supp., 3, 305, 1956.

⁶⁰ B. Darling. The irreducible volume character of events.— PhR, 80, 460—466, 1950.

⁶¹ H. Margenau. The Nature of Physical Reality, 7.10.NY, 1950.

торы, с одной стороны, остаются на почве традиционного континуализма и тем самым оказываются под гнетом всех тех трудностей, с которыми связана последовательная защита этой концепции, а с другой стороны, поскольку они держатся ее не твердо, вводят элемент атомизма, — вызывают к жизни новые, дополнительные трудности. Об одной из них, обусловленной неразрывной связью вещества, пространства и времени, уже упоминалось; на другую, имеющую метрический характер, впервые обратил внимание Лармор⁶².

Суть этой последней трудности и способ, которым она определена, состоит в следующем. Применяя принцип динамического подобия, Лармор показал, что в непрерывной среде изменения шкал длины, времени и электрической и магнитной индукций не вносят изменений в наблюдаемые явления, если источники сил предполагаются точечными; если же эти источники предполагаются протяженными, возникает метрическая трудность, которую Лармор, в одном из «самых глубоких замечаний, которые когда-либо делались естествоиспытателем»⁶³ — (Уайт), определил следующим образом: «Частицы, обладающие определенным размером, не могут быть образованы из сингулярностей однородного континуума»⁶⁴. Иначе говоря, нельзя приписывать меру протяженности организованному веществу, не внося ее предварительно в первовещество или в само пространство.

Уже из приведенных общих замечаний ясно видно, что отрывать идею элементарных интервалов от концепции дискретности, значит погрязать в трудностях, из которых нет выхода. Следовательно, не нужно этого делать, причем не столько в интересах последней, сколько ради первой⁶⁵.

Кроме приведенных общих замечаний, есть и конкретное обстоятельство, говорящее в пользу органической связи данной идеи и данной концепции. Это обстоятельство наметилось в последней из рассмотренных выше, в седьмой серии поисковых работ, что, между прочим, и дает право рассматривать эту серию работ как известное завершение всего цикла.

Мы уже знаем, что учет взаимодействия электрона с вакуумом приводит к представлению о некотором среднем радиусе флуктуаций, который имеет порядок классического радиуса электрона и тем самым позволяет предвидеть общность корней теории вакуума и тех феноменологических обобщений теории поля, которые в явном или скрытом виде используют представ-

⁶² J. Larmor. *Aether and Matter*, Cambridge, 1900, pp. 189—193.

⁶³ L. Whyte. *On the history of natural lengths* (AS, 10, 20—27, 1954, p. 23—24).

⁶⁴ Цит. соч., стр. 192.

⁶⁵ Cp. B. Wenzlaff. *Die physikalischen Eigenschaften von Raum und Zeit.*— *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*. 11, 838—850, 1963, S. 847.

ление о фундаментальной длине⁶⁶. Далее. Флюктуации в местоположении электрона, обусловленные взаимодействием электрона с вакуумом электромагнитного поля, имеют нечто общее с дрожанием электрона по Шредингеру. Не исключено, что именно под действием вакуума начинается и происходит это движение, необходимое для совмещения свойства изотаксии с наблюдаемым разнообразием скоростей и, сверх того, приводящее к размыванию плотности распределения электронного заряда⁶⁷. Таким образом, намечается реализация в рамках единой теории всех основных аспектов концепции дискретности — свойства изотаксии, дрожания пертоел по Эпикуру — Шредингеру, идеи элементарных интервалов длины и времени и образа протяженной элементарной частицы. Существенно при этом, что теория, о которой идет речь, — теория вакуума — по современным представлениям принадлежит к числу наиболее фундаментальных и перспективных теорий. Все это, на мой взгляд, и предопределяет решение обсуждаемого вопроса.

Итак, есть основания не только предполагать существование в природе констант с размерностью длины и времени, но и воспринимать их в духе концепции пространственно-временного атомизма⁶⁸.

Впрочем, может быть никакой иной взгляд на мировые константы и невозможен, может быть, все мировые константы суть численные характеристики «атомов», т. е. неделимых первоначал, а если мы в настоящее время и склонны думать иначе, то только потому, что принимаем за мировые константы многое из того, что в действительности ими не является. Например, мы относим к числу мировых констант массы покоя элементарных частиц. Численные значения их не поддаются интерпретации в рамках простого, аддитивного закона. Мы заключаем отсюда о существовании материального атомизма без существования материальной единицы. Нерешенность проблемы элементарных частиц не позволяет, однако, спешить с окончательными заключениями. Тем более что, если мы возьмем некоторые другие свойства, именно электрический заряд и спин, то здесь обнаружится полное согласие между идеей констант и принципом атомизма: константа с размерностью заряда является единствен-

⁶⁶ В. Григорьев. К вопросу о сдвиге уровней связанных электронов.— ВМУ, 3, 29, 1951. Ср. F. Wopp. Quantentheorie der Feldmechanik.— ZN, 1, 196—203, 1946.

⁶⁷ F. Wopp. Elektronentheoretische Untersuchung des Massenspektrums der Elementarteilchen.— ZPh, 125, 615—628, 1949.

⁶⁸ Cp. D. van Dantzig. Some possibilities of the future development of the notions of space and time.— Erkenntnis, 7, 145—146, 1938.

Д. И в а н е н к о. Развитие физики элементарных частиц.— ВФ, 5, 86, 1958.
E. Zimmerman. The macroscopic nature of space-time.— AJPh, 30, 98, 1962.

ной единицей заряда, константа с размерностью действия является единственной единицей действия и спина. Предположение аналогичного согласия и для констант с размерностью длины и времени, в свете настоящего параграфа, отнюдь не кажется неразумным. Иначе говоря, сходство между ρ и τ , с одной стороны, и e и $\frac{\hbar}{2}$, с другой, констатированное в конце § 3.2, по внутренним свойствам, дополняется теперь сходством по роли, которую играют эти пары констант в современной физике. Единственное различие между ними, допустимое с априорной точки зрения, может состоять только в большей сложности пространственно-временного атомизма по сравнению с атомизмом электричества и действия. Например, как уже отмечалось в конце § 3.1, может оказаться несколько различных по величине атомов пространства и времени или эти атомы могут оказаться переменными величинами. Тогда пространственно-временной атомизм обнаружит нечто общее с материальным и магнитным атомизмом и это, в свою очередь, может помочь решению всей проблемы.

Наконец, еще одно, последнее замечание об аналогии между постоянной Планка \hbar и элементарной областью пространства-времени $\omega = \rho^3 \tau$. Когда Планк ввел в науку новую константу $\hbar \approx 10^{-27}$ эрг-сек, ее, вообще говоря, можно было толковать и как объем, выделяемый в непрерывном фазовом пространстве, и как элементарную ячейку дискретного по своей природе фазового пространства. Теперь мы знаем, что только последнее толкование является правильным. По аналогии можно заключить, что и введение постоянной $\omega \approx 10^{-62}$ см³-сек, когда оно будет осуществлено удовлетворительным образом, сделает излишним или даже неверным представление о непрерывном пространстве-времени, потребовав заменить его представлением о пространстве-времени как о множестве элементарных ячеек, т. е. представлением о дискретном пространстве-времени.

МАТЕМАТИКА ДИСКРЕТНОГО МИРА

Научное описание природы нельзя мыслить без применения математики, и на успешное решение этой задачи можно, очевидно, надеяться лишь при условии, что применяемый для описания математический аппарат адекватен природе. Признав универсальный атомизм природы, мы должны, следовательно, потребовать аналогичной идеи и от математики. Но здесь мы оказываемся перед лицом поразительного факта: вся существующая математика пронизана идеей непрерывности. Понятия непрерывной линии, непрерывной функции, непрерывного множества лежат в ее основе, оставляя дискретности роль исключения из общего правила. Положение такое, что, имея в виду задачу математики служить физике, так и хочется воскликнуть, перефразируя известное изречение Руссо о человеке, который родится быть свободным, а живет рабом: «Математика! Призвана быть дискретной, и вся — непрерывная!»

Ясно, что на такую математику физик, стоящий на почве универсальной дискретности, может смотреть лишь как на предварительную опору в деле научного описания действительности, пригодную для выражения только тех закономерностей природы, в которых атомизм вещества, пространства и времени не имеет существенного значения, и в каждой попытке выйти за рамки этой математики путем учета элемента дискретности видеть шаг в направлении к настоящей, истинной, физической математике, к математике дискретного мира.

Сомневаться в пригодности классической математики для описания микромира — не значит отрицать за этой математикой научную ценность. Отрицание ее было бы равносильно, если воспользоваться манерой аргументации Зенона, отказу от услуг автомобиля только потому, что мы не можем понять, как он опережает пешехода. Кто знает, быть может классическая математика, этот, говоря словами поэта, «независимый мир мысли» является необходимым пьедесталом для дискретной

математики — мира мысли, зависящего от мира вещей, — единственным, имеющимся в распоряжении человека мостом к ней. Именно так, между прочим, представлялось соотношение между старым и новым математическими методами мысленному взору Н. В. Бугаева, когда он говорил в 1898 г. на X съезде естествоиспытателей в Киеве и затем в собрании Психологического общества в Москве: «На почве метода бесконечно-малых создано, развилось и окончательно сложилось грандиозное здание математического анализа <...> Рядом с анализом воздвигается мало-помалу другое грандиозное здание чистой математики — теория прерывных функций, или аритмология <...> Для развития аритмологии не только нужны все средства анализа, но еще и целый ряд совершенно новых способов и приемов исследования»¹.

С другой стороны, признавать научную ценность классической математики — не значит отрицать наличие в ней внутренних противоречий: они могут жить в ней, но скрываться так глубоко, что нескольких веков весьма интенсивного развития оказалось недостаточно для их отчетливого проявления. Я, впрочем, оставлю в данной монографии открытым этот последний вопрос, сосредоточив внимание исключительно на конструктивной стороне дела — на попытках противопоставить непрерывной математике математику дискретную, — причем прослежу развитие ее ростков на материале двух главных разделов этой науки — геометрии и математического анализа.

§ 4.1. Геометрия

Все существующие геометрии, независимо от того, признают или не признают пятый постулат Евклида, учитывают или не учитывают постулат Архимеда, ограничиваются или не ограничиваются трехмерным пространством, существенно опираются на представление о математической точке. Достаточно сказать, что определением точки как нечто такого, что не имеет частей (следовало бы добавить: даже в мыслях), открываются «Начала» Евклида, и что это понятие становится затем исходным для определения линии, которое, в свою очередь, является исходным для определения плоскости, от которой, далее, переходят к объемным фигурам. В четырехмерной геометрии Минковского понятие точки в пространстве дополняется понятием мгновения — точки во времени. Точка, таким образом, является общим источником всех основных геометрических понятий, и в этом смысле все существующие геометрии с полным правом можно определить как геометрии «точечные». Понятно, что, принципиально отрицая существование в природе

¹ Н. Бугаев. Математика и научно-философское мировоззрение (ВФП, 5, 700, 1898).

каких бы то ни было точек и рассматривая математику как служанку физики, мы должны отказать всем точечным геометриям в справедливости их основы или, во всяком случае, отрицать какое-либо соответствие в области малого между этими геометриями и реально существующим пространством-временем.

Факт несоответствия точечных геометрий материальному миру в малом не подлежит сомнению. «Ведь мы знаем, например, что как бы мы ни шлифовали, скажем, поверхность металлической пластинки, мы никогда не можем придать ей форму идеальной плоскости в силу неизбежных погрешностей в инструменте и в самой операции. Более того: не только нельзя достичь идеальной плоской формы, но вследствие атомного строения материи нельзя даже к ней неограниченно приближаться»². И если мы, тем не менее, распространяем представления точечных геометрий вплоть до самых малых областей, то только ценой предположения, что это соответствует абстракции от несущественных свойств реальных вещей. Ну, а если пренебрегаемые свойства в действительности являются не только не несущественными, но, напротив того, принципиальными и определяющими, если абстрагирование от них противоречит самой природе вещей, так что, совершая его, мы теряем самую главную нить естественных закономерностей и попадаем в область, которая заведомо не имеет ничего общего с действительностью? Тогда, очевидно, наша экстраполяция понятий точечных геометрий на малые области будет признана глубоко ошибочной и недопустимой.

Геометрию дискретного пространства справедливо назвать дискретной геометрией. Существенно противостоя точечным, или непрерывным геометриям, дискретная геометрия должна, без сомнения, в то же время находиться по отношению к ним в самом близком и непосредственном родстве. Во-первых, точечные геометрии должны служить вспомогательным инструментом и арсеналом наводящих идей при построении дискретной геометрии; во-вторых, едва ли можно сомневаться, что дискретная геометрия, если ее удастся когда-либо построить, будет при определенных условиях, именно при $\rho \rightarrow 0$ переходить в какую-то из точечных геометрий. Вопрос о том, в какую именно, пока не может быть решен определенно, хотя тот факт, что из всех формальных геометрических схем только эллиптическая или риманова нашла до сих пор применение при описании реальных полей, уже позволяет произвести предварительную оценку ценностей. Впрочем, будущее развитие может принести столько неожиданных откровений, что нам, может быть, не раз придется менять свои взгляды, прежде чем мы доберемся до цели.

² П. К. Рашевский. «Основания геометрии» Гильберта и их место в историческом развитии вопроса (вступительная статья к книге Д. Гильберта. Основания геометрии. М., 1948, стр. 7).

Попытки противопоставить точечным геометриям геометрию, основанную на концепции дискретности, имеют уже многовековую историю. В то же время достижения в этой области еще очень и очень малы. Причина тому лежит, без сомнения, в отсутствии объективных условий, необходимых для успешного развития научной идеи. Как показывает история науки, одного энтузиазма ученых недостаточно для решения поставленной задачи: сколько бы ни атаковали проблему, но если условия для ее решения еще не созрели, она остается нерешенной (см. I, стр. 43, 52 и 88). Поскольку, с другой стороны, неизвестно, когда и где наступит благоприятный момент для решения проблемы, человек пробует всегда и всюду. Он пытается идти к цели, надеясь, что путь к ней уже открыт, и только безуспешность многочисленных попыток убеждает его в противном. Но то, что не удалось сегодня, может удасться завтра. Поэтому попытки возобновляются вновь и вновь. Потому-то, в частности, и насчитывает уже много веков предыстория еще несозданной дискретной геометрии.

Я старался собрать и привожу ниже в хронологическом порядке все, что, как мне кажется, имеет непосредственное отношение к данной проблеме. Скучность коллекции объясняется, надо думать, не только бедностью моей эрудиции, но и действительным положением на соответствующей литературной полке. Главные силы математического гения всегда направлялись на математику непрерывного. Просторы, открывшиеся здесь перед разумом, оказались настолько широкими и привлекательными, а выход на них — настолько плодотворным, что дискретная геометрия совершенно померкла перед лицом своей счастливой соперницы.

Первый значительный вклад в геометрию дискретного мира естественно было бы ожидать от Демокрита — первого блестящего представителя концепции универсального атомизма и к тому же одного из самых всеобъемлющих умов древности, в частности, «крупного математика»^{2а}, впервые, между прочим, установившего тот факт, что конус и пирамида составляют по объему $\frac{1}{3}$ часть цилиндра и призмы, соответственно, когда у них общее основание и равные высоты³. Это ожидание в известной степени оправдывается.

Внимание историка, подходящего к творчеству Демокрита под указанным углом зрения, привлекают главным образом два фрагмента из сочинений древних писателей.

В одном из них — в списке математических трудов Демокрита, составленном Диогеном Лаертским на основании данных Тразилла, — Демокриту приписывается сочинение под названием

^{2а} Т. Heath. A History of Greek Mathematics. Vol. I. Oxford, 1921, p. 176.

³ Архимед. Письмо к Эратосфену (см., например, И. Гейберг. Новое учение Архимеда. Одесса, 1909).

«О различии способов познания или о касании круга и шара»⁴. По одному заголовку труда, разумеется, нельзя судить о его содержании; но данный заголовок хорошо согласуется с мнением, что Демокрит различал три рода познаний — чувственное, для которого мир кажется непрерывным, научное, которое требует дискретной природы мира, и умозрительное, допускающее бесконечную делимость вещей⁵. В указанном сочинении Демокрит, как можно думать, иллюстрировал это различие способов познания на примере математической задачи о касании кривых поверхностей, решая ее в том смысле, что в рамках умозрительной геометрии кривая поверхность, например круг, касается прямой линии в одной точке; в рамках жизненного опыта кривая поверхность, например шар, касается плоскости во многих точках; а в рамках научного мировоззрения любая кривая поверхность, в частности круг или шар, касается другой поверхности не менее как на площади одного атома пространства.

Другой интересующий нас фрагмент принадлежит Плутарху и содержит сообщение о полемике между Демокритом и стойком Хризиппом по вопросу о том, равны или не равны друг другу фигуры, образующиеся при пересечении конуса параллельно его основанию плоскостями, очень близко прилегающими друг к другу⁶. Плутарх не дает явного ответа Демокрита на этот вопрос, но уже по постановке вопроса видно, какой ответ надо считать правильным. В самом деле, вопрос носит характер дилеммы: если фигуры сечения не равны, мы получаем не конус, а ступенчатую пирамиду; если равны — получаем цилиндр. Ответ в духе атомизма является поэтому единственным разумным ответом на поставленный вопрос. Что касается ступенчатости, утверждаемой этим ответом, то она не может служить для него препятствием, так как ее всегда можно считать лежащей за пределами остроты наших чувств⁷.

Наиболее серьезное из числа известных мне возражений против предложенного истолкования математических работ Демокрита содержится в схолии к трактату Аристотеля «О небе». Здесь сказано: «Из дающих учение о неделимых одни, как Левкипп и Демокрит, говорят, что существуют неделимые тела, другие, как Ксенократ, принимают неделимые линии, а Платон допускает неделимые плоскости»⁸. Из этого свидетельства как будто следует, что Демокрит не принимал неделимых линий и

⁴ Перевод Р. Филиппсона (R. Philipps on. Democritea (Hermes, 64, 167—183, 1929), S. 182).

⁵ О. А. Маковельский. Древнегреческие атомисты. Баку, 1946, стр. 92.

⁶ См., например, сборник «Материалисты древней Греции». М., 1955, стр. 107.

⁷ Ср. E. Frank. Plato und die sogenannten Pythagoreen, Halle, 1923, S. 53.

⁸ Цит. по сс. 5, гл. 2, № 126.

неделимых плоскостей. Но такой вывод не является неизбежным: можно допустить, что автор отрывка имел в виду дать здесь не исчерпывающую характеристику систем, которые он, может быть, и не понимал как следует, а лишь те положения, которые выдвигались творцами систем на первый план и защищались ими с наибольшей силой. Собственные слова Аристотеля в том же трактате подтверждают это мнение. Аристотель, уже не проводя различия между Демокритом и Платоном, говорит: «По мнению атомистов и платоников <...> тела различаются формами, все же формы состоят из пирамид»⁹. «Именно, — разъясняет Симпликий, — подобно тому как на плоскостях всякая прямолинейная поверхность разлагается на треугольники и состоит из треугольников, точно так же и всякое тело, ограниченное прямолинейными плоскими фигурами, разлагается на пирамиды, и пирамида есть самое элементарное и самое первоначальное из всех тел»¹⁰.

Еще более плодотворным оказывается знакомство с сочинениями Платона, младшего современника Демокрита. К несчастью, Платон своим построениям в данной области придал, с одной стороны, крайне загадочный, с другой стороны, крайне спекулятивный характер. По общему мнению специалистов, диалог, в котором изложены интересующие нас рассуждения Платона — «Тимей», — принадлежит к числу наиболее темных и наименее изученных сочинений первого академика, хотя ему и посвящено большое число исследований¹¹. Содержащееся здесь учение, по словам Цицерона, «таково, что больше соответствует, как кажется, желанием его автора, чем действительности»¹². В силу этих причин наш анализ атомистических воззрений Платона будет в значительной степени проблематичным.

Мы примем, хотя сам Платон этого не говорит, что исходным пунктом для его рассуждений в этой области было представление об элементарном интервале длины — о «неделимой линии».

Отношение Платона к неделимым линиям образует целую психологическую проблему. Сам Платон, как уже отмечено, нигде в «Тимее» о неделимых линиях не говорит, а вне «Тимея» он нигде не говорит даже о вещах, хоть сколько-нибудь близких к атомизму. В то же время Аристотель ясно свидетельствует и об отказе Платона от понятия точки и о признании им идеи неделимых линий. Аристотель говорит: «Против понятия о непротяженных точках выступал Платон, считая это понятие геометрической догмой»¹³. Он

⁹ Цит. по сс. 5, гл. 2, № 134.

¹⁰ Там же.

¹¹ В. Н. Карпов. Введение к «Тимею» Платона (Платон. Сочинения, часть 6. М., 1879, стр. 329).

¹² Цицерон. О природе богов, 1,8 (Харьков, 1817 — стр. 16; Ревель, 1892 — стр. 26).

¹³ Аристотель. Метафизика, 1,9 (перевод Маковельского, см. сс. 5, стр. 248).

часто указывал на это — на неделимые линии»¹⁴ (или: «Началом линии он называл неделимые линии»¹⁵). На несоответствие между этим свидетельством Аристотеля и содержанием сочинений Платона обратили внимание уже давно. Еще Филопон отмечал: «Платон нигде не говорит, что существуют неделимые величины, но Аристотель рассказывает это или на основании устных бесед с ним, или, что более вероятно, на основании того, что некоторые из тех, которые считают себя платониками, пустили этот рассказ в обращение»¹⁶. Существующую ситуацию в данном вопросе можно было бы определить словами: понятия неделимых линий в явном виде в «Тимее» нет, но в неявном виде оно там имеется. Иначе говоря, есть дух идеи, но нет соответствующего термина. Платон как бы не досказал или не захотел сказать этих двух слов: неделимая линия. Сделать это за него при указанном положении вещей могли, разумеется, как его ученики, так и его критики, так что, собственно, предположение Филопона об устных беседах Аристотеля с Платоном на данную тему является даже излишним.

Отношение историков к рассматриваемой проблеме, в общем, подтверждает нашу характеристику ситуации. Например, Целлер признает, что геометрические воззрения Платона вплотную подвели его к идее неделимых линий¹⁷; Апелът соглашается с Целлером и отношение Платона к учению о неделимых линиях характеризует такими словами: «Гипс в его руках, кажется, был еще мягким и пластичным, и только Ксенократ придал ему твердую форму»¹⁸.

Несколько ниже, на стр. 139, я выскажу свои соображения о причинах столь странной позиции Платона в области атомизма.

Всякая прямая линия состоит из некоторого конечного числа таких отрезков; линия, которая нам кажется кривой, в действительности является ломаной.

Этого тоже нет в диалоге Платона, но нечто подобное есть в комментариях к нему Плутарха. Доказывая приоритет прямой перед кривой, Плутарх ссылается на Платона и утверждает, что тот будто бы доказал, что прямое предшествует кривому, почему, между прочим, и составил круглую землю из плоскогранных кубиков; и далее Плутарх говорит: прямизна прямой линии не зависит, а кривизна окружности зависит от размера соответствующей фигуры, в результате чего большой круг касается плоскости уже не в одной точке, т. е. он как бы состоит из большого числа очень маленьких прямых линий¹⁹. Именно такое заключение и делает Плутарх, заявляя: «Множество маленьких отрезков прямой, сложенных вместе, дает кривую линию»²⁰. Хотя эти рассуждения, как замечает Апелът²¹, Плутарх вычитывает скорее между строк «Тимея», чем непосредственно из текста, но и нахождение их между строк рассматриваемого сочинения Платона является для наших целей вполне достаточным.

Итак, оба исходных положения нашего анализа платонова «Тимея» — идея неделимых линий и простой способ конструирования из них геометрических фигур — находят подтверждение в сочинениях учеников Платона. Последующие, дискурсивные положения своего анализа мы будем в состоянии подтверждать ссылками уже на самого учителя.

¹⁴ Аристотель. *Метафизика*. М., 1934, стр. 37 (перевод Кубицкого).

¹⁵ Там же (перевод Росса, см. предыдущее издание, стр. 275).

¹⁶ См., например, С. Я. Лурье. *Теория бесконечно малых у древних атомистов*. М., 1935, стр. 169.

¹⁷ E. Zeller. *Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwicklung*. Leipzig, 1875, T. 2, Abt. 1, S. 807.

¹⁸ O. Apelt. *Beiträge zur Geschichte der griechischen Philosophie*. Leipzig, 1891, S. 264.

¹⁹ См. сс. 18, стр. 268.

²⁰ См. сс. 16, стр. 169.

²¹ Сс. 18, стр. 268.

Из трех элементарных интервалов длины можно составить элемент поверхности — элементарный равносторонний треугольник. Одномерное множество таких треугольников образует поверхность; многослойный набор поверхностей — тело. Таким образом, мы можем сказать: «Всякое тело имеет толщину, всякая толщина необходимо включает в себе природу поверхности, а построенная на прямых линиях поверхность состоит из треугольников»²².

Переходя к рассмотрению пространственных тел, Платон, понятным причинам, сосредоточил внимание на правильных многогранниках, незадолго перед тем изученных Тезтетом²³. Три из них — тетраэдр, октаэдр и икосаэдр — имеют гранями равносторонние треугольники и, следовательно, произвольно укладываются в общую схему. О них можно сказать, что «они по природе произошли из одного треугольника»²⁴. Сложнее обстоит дело с кубом и додекаэдром, грани которых суть квадраты и правильные пентагоны. Платону казалось возможным включить куб в семейство трех «треугольновидных» тел: к этому располагает простая форма граней куба. Возможно также, что некоторую роль сыграли здесь и космогонические соображения. Во всяком случае, он поставил перед собой задачу: «Постараться составить эти четыре типа тел, отличающиеся своей красотой, чтобы затем объявить, что мы достаточно поняли их природу»²⁵. С этой целью он должен был ввести в рассмотрение прямоугольные треугольники. Один прямоугольный треугольник, именно тот, у которого один катет в два раза короче гипотенузы или, как выражается Платон, у которого квадрат одного катета в три раза больше квадрата другого катета, получается естественным образом из равностороннего треугольника путем деления его пополам. Этот прямоугольный треугольник Платон называет «самым прекрасным» среди прямоугольных треугольников, отмечая, что из двух таких треугольников «равносторонний треугольник составит сам-третий»²⁶. Но из таких прямоугольных треугольников нельзя составить квадрата, и потому Платон вынужден ввести в свою теорию еще один тип прямоугольных треугольников — равнобедренные прямоугольные треугольники. Отметив различного рода соотношения, имеющие место между всеми этими треугольниками, Платон, по его мнению, доказал, что «эти прекраснейшие четыре тела, хотя и не подобны друг другу, могут, однако, разрешаясь, происходить одно из другого»²⁷.

²² Тимей, 53 С (перевод В. Н. Карпова).

²³ См. Eva Sack's. Die fünf platonischen Körper. Berlin, 1917, S. 6 u. a.

²⁴ Тимей, 54 С.

²⁵ Там же, 53 Е.

²⁶ Там же, 54 А.

²⁷ Там же, 53 Е.

Пятый правильный многогранник, додекаэдр, остался вне схемы Платона; принимая, однако, во внимание особые геометрические достоинства этого тела, именно, его наибольшую, среди всех правильных тел, близость к форме шара, Платон не только не сбросил его со счета, но поручил ему главную роль в системе мира: если четыре первые многогранника соответствуют четырем стихиям — огню, воздуху, воде и земле, — то пятый, по мнению Платона, «бог употребил для очертания Вселенной»²⁸.

Намерение Платона свести все многообразие вещей к элементарным правильным телам, которые «надо мыслить столь малыми, что каждый единичный вид каждого рода недоступен нашему зрению»²⁹, вполне очевидно уже из ассоциации этих тел со стихиями, образующими мир; дополнительным подтверждением этого намерения являются следующие слова, содержащие резкий выпад против Демокрита: «Если бы кто-нибудь, соображая все это внимательно, был в недоумении, принимать ли беспредельное или определенное число миров, то решение в пользу беспредельного числа следовало бы признать за приговор невежества действительно беспредельного <...>; но надо ли принимать один или пять действительно существующих миров — на этот счет всякий имел бы право усомниться»³⁰.

Приведенное толкование геометрических построений Платона не является, как уже отмечалось, бесспорным; но бесспорное толкование их едва ли вообще и возможно. Дело в том, что Платон сознательно скрыл исходную посылку своих рассуждений. Заявив, что все тела состоят из треугольников, он, вместо обоснования этого тезиса, говорит: «А начала еще выше этих знает бог да разве тот из людей, кто ему близок»³¹; в другом месте, выбрав из множества прямоугольных треугольников тот, который образуется делением равностороннего треугольника пополам, он на вопрос о причине такого выбора заявляет: «Почему — это было бы долго объяснять; но кто нас опровергнет и обличит, что это не так, награда тому будет в нашей дружбе»³².

Чем объяснить эту скрытность Платона? Почему он, всегда откровенно высказывавшийся даже по вопросам божественным, нравственным и т. п., вдруг начинает что-то недоговаривать и говорить загадками в такой, казалось бы, безличной области, как геометрия? В науке еще нет, насколько мне известно, удовлетворительного ответа на эти вопросы. Значит, каждый имеет право представить свои соображения. Мои заключаются в следующем.

²⁸ Тимей, 55 С.

²⁹ Там же, 56 В.

³⁰ Там же, 55 С.

³¹ Там же, 53 Д.

³² Там же, 54 В.

Известно, что Платон крайне враждебно относился к Демокриту. Он ни разу не упоминает его в своих сочинениях, «даже там,— говорит Диоген Лаэртский,— где ему следовало бы что-нибудь возразить Демокриту»³³. Более того, как свидетельствует тот же Диоген, ссылаясь на Аристоксена, он собирал произведения Демокрита с намерением сжечь их, и если не сделал этого, то только благодаря вмешательству своих друзей-пифагорейцев³⁴. Приняв во внимание эти факты, мы не только не найдем странным нежелание Платона признаться, что исходной посылкой для него служило представление, известное как существенный момент системы абдерита, но, наоборот, должны будем признать, что с его стороны, коль скоро уж он был сторонником атомизма, было бы естественно попытаться развить следствия атомистической теории, умолчав об ее предпосылках. Как мы видели, именно так он и сделал.

Что касается идейного родства его учения с учением атомистов, то оно уже давно не вызывает у историков сомнения. Еще Целлер отмечал, что «от платонова учения об элементах до атомистики Демокрита — один маленький шаг»³⁵. Другие исследователи идут еще дальше, вплоть до заявлений такого рода: «Платон в «Тимее» следует Демокриту как никогда никому другому философу»³⁶. Подтверждение правильности подобных мнений можно видеть в свидетельствах тех античных авторов (Стобея, Диодора и др.), которые приписывают ученикам Платона защиту не только пространственного, но и материального атомизма³⁷.

Предложенное толкование «Тимея» позволяет, как мне кажется, бросить свет и еще на один темный пункт этого диалога, именно на метод, с помощью которого Платон составляет из прямоугольных треугольников квадрат и равносторонний треугольник: вместо того, чтобы ограничиться, в первом случае, одной диагональю, а во втором — одной медианой, он вводит в первом случае две диагонали, а во втором — три медианы. В литературе не существует сколько-нибудь убедительного объяснения этого, казалось бы, совершенно ненужного усложнения построений³⁸. Мое объяснение состоит в следующем. Вынужденный, в силу уже отмеченных обстоятельств, ввести в рассмотрение прямоугольные треугольники, Платон пытался сохранить

³³ Цит. по английскому переводу: Diogenes Laertius. Lives of Eminent Philosophers, 9.40. L., 1938.

³⁴ Там же.

³⁵ С. 17, стр. 871.

³⁶ Ingeborg Hammer Jensen. Demokrit und Platon.— AGPh, 23, 92, 1910.

³⁷ См., например, с. 17, стр. 870.

³⁸ Ср. O. Apelt. Anmerkungen zur Platons Dialoge Timaios und Kritias. Leipzig, 1919, S. 173.

идею неделимых линий, по крайней мере, в методе построений и, в соответствии с этим, отправлялся от пучка неделимых линий, выходящих из одной точки: три пучка дали ему равносторонний треугольник, четыре — квадрат. Разумеется, таким же способом он мог бы получить и пятиугольник. Соответствующие построения мы находим у Плутарха и Алкиноя³⁹. Нужно, однако, отметить, что во всех этих построениях Платон и его последователи рассматривали не просто пучки неделимых линий, но системы образующихся на них прямоугольных треугольников.

Идеи Платона в области геометрии развивал его ученик Ксенократ. К сожалению, судить об этом можно только на основании случайных и сомнительных данных. Первое по важности место среди них занимает полемическое сочинение «О неделимых линиях»⁴⁰. Вначале, по почину Симпликия, это сочинение приписывалось Аристотелю, затем, начиная с Целлера, — Теофрасту, наконец, по инициативе Таннери, его стали считать принадлежащим какому-нибудь рядовому слушателю из школы перипатетиков⁴¹. Действительно, трактат «О неделимых линиях» — полемическое сочинение, наиболее вероятной мишенью которого является Ксенократ, хотя имя его в трактате и не упоминается, — представляет собой пример филиппики, в которой недоучка-школьник опровергает мыслителя. Здесь нет ни глубокого проникновения в мысль противника, ни желания понять его; над всем этим превалирует стремление свалить врага и отпраздновать свою победу. Автор трактата — это заяц, залезший в лисью нору в отсутствие хозяйки дома. Судить об образе мыслей критикуемого лица на основании документов такого рода, конечно, не представляется возможным; в лучшем случае о нем можно только догадываться. К тому же в данном трактате не содержится каких-либо положений геометрии дискретного, если не считать нескольких туманных замечаний о несоизмеримых величинах⁴²: трактат содержит лишь ряд аргументов в пользу существования неделимых линий и ворох возражений, должествующих, по мысли автора, служить опровержением этих аргументов. Рассмотрим содержание последних.

Собственно говоря, аргументов в трактате два — логический и метрический, — хотя изложены они автором трактата с пятью раздельными зачинами. В обоих случаях аргументация состоит в указании на нелепости, к которым приводит противоположное мнение. Логический аргумент строится точно по Зенону: все в природе имеет ограниченный размер; но если признать бесконечную делимость вещей, то или результаты этого деления во-

³⁹ См., например, сс. 2, стр. 296.

⁴⁰ Немецкий перевод см. в сс. 18, стр. 271—286.

⁴¹ P. Tannery. La géométrie grecque, P., 1887, p. 125; его же Pour l'histoire de la science hellène, P., 1887, p. 260.

⁴² См. Ева Закс, сс. 23, стр. 133—143.

обще не будут иметь размера, или то, что делится, должно иметь бесконечно большой размер. Значит, «только конечная делимость вещей соответствует конечности их размеров»⁴³. В качестве иллюстрации привлекается одна из апорий Зенона (Дихотомия). Попутно подчеркивается большое значение этих апорий для рассматриваемой проблемы: «Зеноновы доказательства заставляют признать существование неделимых величин»⁴⁴. Метрический аргумент формулируется так. Мы признаем существование соизмеримых вещей. Но соизмеримость предполагает измерение («все соизмеримое суть измеренное»⁴⁵), а измерение требует единой меры. В области непрерывного такой меры нет. Там «больше» и «меньше», «длиннее» и «короче» не имеют внутреннего смысла, и выбор меры является поэтом делом произвола. А это с неизбежностью ведет к неоднозначности результатов измерения: одна и та же величина может оказаться равной и самой себе, и «половине самой себя, и своей удвоенной величине»⁴⁶, и т. д. Только в области дискретного мы имеем твердую опору для меры и, как следствие, для однозначности результатов измерений.

Хотя, как уже было сказано, в трактате «О неделимых линиях» нет конкретных данных по геометрии дискретного мира, изложенные аргументы с полным правом можно считать методологическим обоснованием аксиом такой геометрии. Там же, где есть корешки, должны быть и побеги. Не будет, следовательно, произволом полагать, что среди сочинений Ксенократа или какого-либо другого платоника или атомиста имелась, среди прочего, и эюдия по геометрии дискретного. В связи с этим привлекает внимание одно из названий в сохранившемся списке сочинений Ксенократа: «Интервалы». Смысл этого термина и содержание трактата неизвестны. Таннери предполагал, что речь здесь шла о музыкальных интервалах⁴⁷. Может быть, он и прав, а может быть, неправ, и в этом трактате в действительности рассматривалось то, что мы называем «элементарными интервалами длины и времени».

Перечисленные идеи Демокрита, Платона и Ксенократа — это все, что оставила нам древность по дискретной геометрии. Как ничтожно это наследство, особенно по сравнению с величественным зданием непрерывной геометрии, созданным также греками и в то же время! Впрочем, в действительности, надо полагать, греками было сделано и по дискретной геометрии гораздо больше, чем можно судить на сегодняшний день, но плоды их трудов, как не получившие признания, были растеряны на том

⁴³ О неделимых линиях см. сс. 18, стр. 271.

⁴⁴ Там же, стр. 271.

⁴⁵ Там же, стр. 272.

⁴⁶ Там же, стр. 273.

⁴⁷ Сс. 41, стр. 133.

длинном пути, которое прошло с тех пор человечество. До нас дошли лишь немногочисленные обрывки этих трудов, так сказать, случайные обломки исчезнувшей цивилизации. Однако как бы мало их ни было и какими бы незначительными они ни казались, до тех пор, пока они не получают своего места в общей картине эволюции духа, они будут привлекать внимание историков и волновать сердца исследователей. Отмахнуться от них нельзя: есть обломки, значит была цивилизация.

В силу этих причин при изучении наследия древних философов, переживших стадию забвения или казенной разгромной критики, необходимо руководствоваться не буквой, а духом сохранившихся документов. Впрочем, в условиях, когда собственные произведения великих мыслителей древности до нас не дошли, а то, что дошло, принадлежит обычно лицам, стоявшим ниже их по своему развитию и, кроме того, часто в оппозиции к ним, применение иных приемов исследования было бы не только непростительно, но и несправедливо. Лучше десять раз ошибиться в завышении заслуг опальных мыслителей, чем один раз умалить их настоящие заслуги. Особенную актуальность этот принцип исследования имеет в отношении древних атомистов. Дело в том, что эпоха средневековья, отмеченная господством концепции непрерывности, отделяет античность от наших дней не только толстым, но и — по причине ненаучного, несвободного характера духовного развития в эту эпоху, — мутным «стеклом», а для историка науки было бы поистине трагедией попасться на удочку той интеллектуальной церковной элите, которая, приняв только часть духовного наследия древности, другую его часть сознательно замалчивала и фальсифицировала.

Особенно прискорбной в данной связи представляется утеря сочинений Эпикура. Как полагают, Эпикур написал свыше 300 сочинений; до нас же дошли лишь его три небольших письма. По крайней мере, две три соображения заставляют ожидать от Эпикура большого вклада в дискретную геометрию: во-первых, Эпикур — наиболее последовательный атомист, в частности, как нам известно из § 2.1, открыто защищавший концепцию дискретного пространства и времени со всеми вытекающими из нее следствиями; во-вторых, он был учеником выдающегося математика Навсифана; в-третьих, в юности, будучи в Афинах, он слушал Ксенократа, известного в то время защитника идеи неделимых линий⁴⁸. В том, что математика входила в круг реформаторской деятельности Эпикура, сомневаться, следовательно, не приходится. Это подтверждает и идущая через века молва об Эпикуре как о «враге математики»⁴⁹, — молва, пущенная,

⁴⁸ Диоген Лаэртский. Жизнь замечательных философов, 1.15, 10.13 и 10.14 (см. сс. 33).

⁴⁹ См., например, E. Zeller. Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwicklung. Teil 3, Abt. 1. Leipzig, 1909, S. 394.

как можно думать, теми блюстителями казенных взглядов, которые были не в состоянии понять его критику точечной геометрии⁵⁰. Тем не менее ни о каком его конструктивном вкладе в дискретную геометрию или в математику вообще нам неизвестно.

Столь же неблагоприятным для истории дискретной геометрии является тот факт, что Лукреций, ученик Эпикура и автор поэмы, в целости сохранившейся до нашего времени, не был математиком и даже, судя по всему, не имел склонности к этой науке: во всей его большой поэме нет ни одного упоминания о математической интерпретации тех физических представлений, популяризации которых посвящена поэма.

Творческая деятельность в области дискретной геометрии продолжалась и в последующие века, причем в отдельные эпохи она достигала весьма высокой степени активности. Количество сведений, дошедших до нас от некоторых из этих эпох, уже достаточно велико, и эти сведения достаточно определены, чтобы можно было не только перечислять их, но и попытаться свести в подобие логической системы. Я попробую сделать это для геометрических представлений группы атомистов первой половины XIV века — Генриха Герклейского, Уолтера Кэттона, Герарда Одона, Николая Бонета и Николая Отрекурийского, а также Виклифа, принадлежащего концу того же века. При этом я отвлекусь от частных разногласий, которые существовали между названными учеными, как от величин второго порядка малости.

Естественно, что в основу новой геометрии названные ученые, будучи убежденными атомистами, клали понятие неделимой линии или, что с формальной стороны то же самое, понятие пары точек, концов неделимой линии:



Отрезок прямой, заключенный между этими точками, — несуществующий отрезок. Иначе говоря, между этими точками ничего нет. Поэтому, между прочим, любой угол, опирающийся на неделимую линию, т. е. угол типа



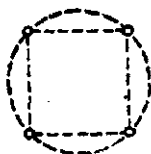
⁵⁰ Ср. Лурье, сс. 16, стр. 181.

равен нулю⁵¹. Отсюда, в частности, следует, что в элементарном треугольнике



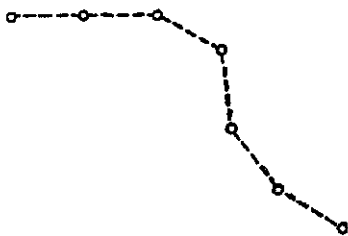
равны нулю все три внутренних угла. Иначе говоря, внутри этого треугольника ничего нет; поверхность, ограниченная тремя неделимыми линиями,— несуществующая поверхность. Такой треугольник можно поэтому рассматривать как протяженную точку или, короче, как точку дискретной геометрии.

Простейшей не точечной фигурой следовало, по-видимому, считать элементарный квадрат или элементарную окружность:



Таким образом, в дискретной геометрии элементарная окружность и элементарный квадрат тождественны друг другу⁵².

Всюкую линию в рамках новой геометрии казалось правильным представлять в виде цепочки неделимых линий или, что то же самое, цепочки краевых точек, например, так:



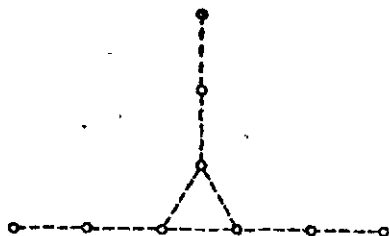
Такая линия всегда ломаная; кривых линий в полном смысле этого слова в дискретной геометрии нет. Для суждения о том, является линия прямой, выпуклой или вогнутой на данном участке, надо знать относительное положение по крайней мере трех краевых точек⁵³.

⁵¹ См., например, V. Zoubov, Walter Catton, Gerard d'Odon et Nicolas Bonet.— *Physis*, I, 261—278, 1959; p. 271.

⁵² Там же, стр. 274.

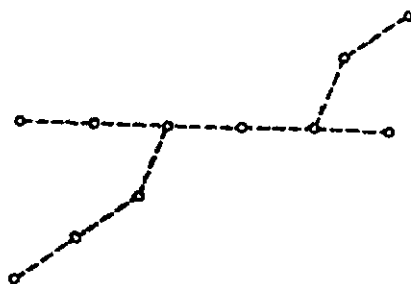
⁵³ Там же, стр. 271.

Пересекаться линии дискретной геометрии могут только в точках-узлах. Чтобы при этом не теряло смысл понятие перпендикулярности двух дискретных линий, надо было допустить для перпендикуляра возможность проходить через любую из двух ближайших узловых точек данной прямой:



Это значит, что в дискретной геометрии пятый постулат Евклида не имеет места: из одной точки вне дискретной линии можно опускать на эту линию более чем один перпендикуляр⁵⁴.

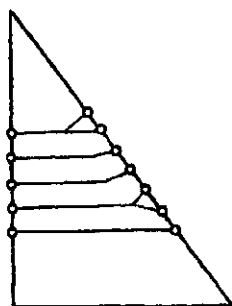
Возможность для пересечения прямых более чем в одной точке возрастает в случае косоуго пересечения. В этом случае прямые могут, не совпадая полностью, иметь общую, отличную от нуля часть. Графически это выглядит примерно так:



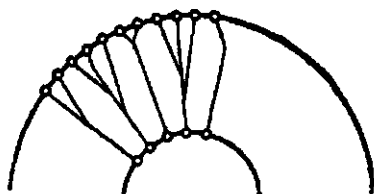
Последнее свойство дискретных прямых учитывалось, в частности, при разъяснении парадоксов со стороной и гипотенузой прямоугольного треугольника и с двумя концентрическими окружностями. Суть разъяснения, как легко понять из сказанного выше, состояла в том, что прямые, проводимые из каждой

⁵⁴ См. 51, стр. 270.

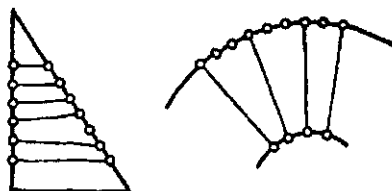
точки стороны треугольника параллельно другой его стороне, пересекали гипотенузу не обязательно в одной точке:⁵⁵



Аналогичным образом, радиусы, проводимые через точки малой окружности, пересекали большую окружность, вообще говоря, более чем в одной точке:⁵⁶



Впрочем, тем же парадоксам можно дать и несколько иное объяснение (на нем особенно настаивали Генрих Герклейский⁵⁷ и Николай Отрекурийский⁵⁸), если считать, что через каждую точку проходит одна секущая прямая, но зато некоторые точки гипотенузы и большой окружности остаются не затронутыми:



⁵⁵ См. сс. 51, стр. 275.

⁵⁶ Там же, стр. 269.

⁵⁷ См., например, В. Зубов. Вопрос о «неделимых» и бесконечном в древнерусском литературном памятнике XV века.—Историко-математические исследования, 3, 414, 1950.

⁵⁸ См., например, В. Зубов. Николай из Отрекура и древнегреческие атомисты.—ТИИЕТ, 10, 365, 1956.

При подобных способах объяснения вопрос о соотношении между стороной и диагональю квадрата и о соотношении между радиусом и длиной окружности сводится, очевидно, к вопросу о законе чередования простых и многократных или нулевых пересечений. Атомисты понимали всю важность этого последнего вопроса для дискретной геометрии, но объявляли его еще нерешенным или даже, как думал, например, Виклиф, неразрешимым⁵⁹.

Изложенные построения средневековых финитистов замечательны своей наивной непосредственностью. Они напоминают детские каракули и наскальные рисунки первобытных людей — первые неловкие проявления человеческого гения. То, что мы видим здесь, это первые шаги геометрического бунтарства, еще не осознавшего самого себя. Дух проявил беспокойство, он ищет новых форм выражения. Разве может смутить нас тот факт, что те формы, которые он находит на первых порах, как все рождающееся, смешны и неловки? Главная историческая ценность этих построений не в них самих, а в той тенденции, выражением которой они явились. Наличие подобных работ в истории математики свидетельствует о том, что блестящая схема евклидовой геометрии не всем казалась безусловно удовлетворительной, что сомневаться в ее справедливости или практической применимости начали уже тогда, когда об ином решении проблемы еще не имели никакого сколько-нибудь ясного представления.

И еще одна особенность привлекает внимание в приведенных рисунках — характер их отличия от фигур обычной геометрии. Различные тех и других невольно приходит на память, когда наблюдаешь ветвящиеся деревья на фоне строгих архитектурных построек. Природа и искусство, живое и мертвое — такова с этой точки зрения диспропорция между дискретной геометрией и геометрией непрерывной.

В последующие века идеи дискретной геометрии также не раз становились объектом обсуждения и пропаганды. Наиболее яркими фигурами этого периода являются Родриго Арриага, Франциск Овиедо и Джордано Бруно. Я ограничусь здесь рассмотрением геометрической системы только последнего из них.

Геометрические воззрения Бруно не пользуются широкой известностью. Его главное произведение на эту тему — трактат «О трех минимумах» — остается большей частью вне поля зрения историков. Бруно известен нам главным образом как мыслитель, который не ограничивал мир сверху, но мало известен или совершенно неизвестен как мыслитель, который ограничи-

⁵⁹ См. сс. 51, стр. 275.

вал мир снизу. А между тем, как следует из названного трактата, второе положение было не менее важной частью его натурфилософской системы, чем первое. Честь открытия Бруно как геометра в новое время принадлежит Ксении Атанасьевич, которая посвятила разбору трактата «О трех минимумах» специальную книгу⁶⁰. Работа была не из легких, так как данный трактат Бруно, кроме того что он написан плохими стихами, составлен очень сумбурно и переполнен метафорами, а в отдельных местах темнотой и туманностью не уступает сочинениям Раймонда Люллия⁶¹.

Фундаментальной чертой геометрической системы Бруно является представление о двух родах неделимых величин — «минимумах» и «терминусах», по его терминологии, или — собственно неделимых величинах и границах между этими величинами, по тому смыслу, какой они имеют в геометрии Бруно. Минимумы обладают конечной мерой и представляют собой первоэлементы всех протяженных тел; терминусы, напротив, меры не имеют и фигурируют в качестве самостоятельных элементов только для того, чтобы устранять роковое затруднение всякой геометрии — невозможность, без дополнительных предположений, получить из соприкасающихся точек или неделимых элементов что-либо иное, кроме той же точки или того же неделимого элемента. Действительно, по Бруно, терминусы обладают тем свойством, что разделяемые ими минимумы не сливаются. Тем самым идея неделимых величин оказывается совмещенной с идеей протяженности.

Что касается самих терминусов, то они, в силу своей нулевой меры, не образуют конечной линии, сколько бы штук их ни прикладывали друг к другу. Минимум и терминус суть, таким образом, синонимы неделимого элемента и способа сочетания таких элементов; взятые вместе, они образуют единство единицы и нуля, бытия и небытия⁶².

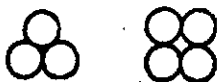
Среди других положений геометрии Бруно заслуживает внимания категорическое возражение против возможности непосредственного перехода от геометрии одного измерения к геометрии двух и трех измерений. В соответствии с этим положением Бруно рассматривает три разных образа неделимой величины — неделимую линию в геометрии одного измерения, неделимый круг в плоской геометрии и неделимую сферу — в пространственной, конструируя затем фигуры одного, двух и трех измерений только из неделимых элементов соответствующего числа измерений. Например, треугольник и квадрат, как фигу-

⁶⁰ Xénia Atanassievitch. La doctrine métaphysique et géométrique de Bruno, exposée dans son ouvrage «De triplici minimo», Belgrade, 1923.

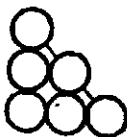
⁶¹ Там же, стр. 119.

⁶² Там же, стр. 44, 122 и 124.

ры двумерные, строятся из неделимых кругов. В простейшем случае они имеют вид:

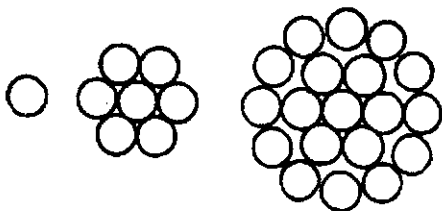


В более сложных случаях, например, при построении равнобедренного прямоугольного треугольника, если хотят сохранить равенство между числами неделимых элементов в катете и в гипотенузе,

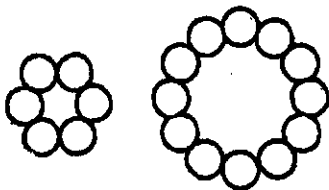


ясно обнаруживается необходимость постулирования двух способов касания неделимых элементов — непосредственного и косвенного. И действительно, Бруно говорит о касании минимумов с помощью одного терминуса и с помощью двух терминусов⁶³.

Развитием изложенных представлений является утверждение Бруно о том, что для построения определенных фигур требуется определенное количество неделимых элементов. Например, круги могут быть построены только или из одного элемента, или из 7, или из 19 и т. д.:



соответственно, окружности — только или из 6, или из 12 и т. д.:



⁶³ См. сс. 60, стр. 92.

При таком построении фигур соотношение между величиной диаметра, длиной окружности и площадью круга выражается всегда простыми дробями. В изображенных случаях это 3:6:7 и 5:12:19. Иррациональных чисел в геометрии Бруно нет. Эти числа, по его глубокому убеждению, и не должны допускаться в геометрию, так как они ничему в природе не соответствуют и порождены исключительно нашим невежеством в вопросах математики⁶⁴.

В связи с указанным представлением о структуре кругов находится положение Бруно о том, что из центра любого круга к его периферии можно провести не более шести радиусов, а с периферии круга к его центру можно провести радиусов столько, из скольких неделимых элементов состоит окружность⁶⁵. Как видим, Бруно в данном вопросе солидаризовался с теми из своих предшественников, которые полагали, что две прямые пересекаются необязательно в одной точке.

Легко прослеживается идейная связь Бруно с более ранними атомистами и в других пунктах его системы. Так, подобно Платону, он придает громадное значение элементарному треугольнику, рассматривая его, наряду с элементарным кругом, основной плоской фигурой⁶⁶. Отмеченный выше способ построения им прямоугольных треугольников, как уже сказано, также имел исторические прецеденты. Его позиция в отношении иррациональных чисел и возможных пропорций между диаметром, окружностью и кругом является вполне определенным ответом на вопрос, поставленный финитистами XIV века (см. стр. 147). Наконец, тщательность, с которой он изучал учения Демокрита и Эпикура,⁶⁷ вносит еще одну деталь в эту и без того яркую картину духовных связей Бруно со своими предшественниками.

В новое время убежденным проповедником идей дискретной геометрии выступил Бранислав Петронивич. О его работе также следует сказать несколько подробнее, потому что она замыкает определенный цикл развития и служит яркой демаркационной вехой между историей и современностью.

Подобно атомистам XIV века и Бруно, Петронивич в основу своего варианта дискретной геометрии⁶⁸ кладет понятие неделимой линии, «элементарной прямой», определяя ее как некоторое определенное расстояние между двумя «средними» точками (определение 16), или, по его терминологии, как «непосредственное касание средних точек» (определение 5). С по-

⁶⁴ См. сс. 60, стр. 97.

⁶⁵ Там же, стр. 91 и 100.

⁶⁶ Там же, стр. 60, 102 и 117.

⁶⁷ См., например, С. Я. Лурье. Теория неделимых элементов пространства у Джордано Бруно.— Вопросы истории физико-математических наук. М., 1963, стр. 109—115.

⁶⁸ B. Petronievics. Principien der Metaphysik. Bd. I, Abt. I. Allgemeine Ontologie und die formalen Kategorien. Heidelberg, 1904.

мощью элементарных прямых определяется элементарная плоскость, т. е. «элементарный равносторонний треугольник», и элементарный объем, т. е. правильный тетраэдр (определение 23). Новое в системе Петронивича, отличающее ее от всех прежних систем, состоит в том, что он допускает возможность для соседних точек находиться друг от друга на расстоянии, большем длины элементарной прямой. Такие расстояния, не имеющие определенной величины, он называет «мнимыми элементарными прямыми» (определение 18), а соответствующие им расположения средних точек — расположениями «опосредствованного касания средних точек» (определение 6).

Роль этого последнего понятия в геометрии Петронивича невозможно переоценить. Как подчеркивает сам автор, с этим понятием стоит и падает его вариант дискретной геометрии⁶⁹. С помощью этого понятия Петронивич освобождает себя от необходимости рассматривать только кратные отрезки, равносторонние треугольники и правильные тетраэдры. В частности, он получает возможность ввести второй тип элементарной плоскости — элементарный квадрат, — фигуру, в которой, как легко понять, по катетам имеет место непосредственное или «реальное» касание точек, а по диагоналям — опосредствованное, или «мнимое» (определение 23). Своей цели Петронивич, без сомнения, достиг: ассортимент возможных фигур в его геометрии гораздо богаче, чем в прежних, но нетрудно видеть, что подобный прием ослабления ограничений, накладываемых учетом дискретности, по существу равносильен отказу от этой идеи. В самом деле, мнимые прямые, не имеющие определенной длины, вносят в систему эластичность, близкую к неопределенности; реальные точки получают возможность находиться на любом расстоянии друг от друга, как это имеет место в геометрии непрерывного пространства. В частности, число реальных точек уже ничего не определяет: в геометрии Петронивича, так же как в любой непрерывной геометрии, длина линии характеризуется не числом элементарных интервалов, а протяженностью их⁷⁰.

На основе перечисленных представлений Петронивич развил обстоятельную систему определений, аксиом и теорем дискретной геометрии. Вместе взятые, они производят на читателя сильное впечатление. Несомненно, Петронивич сделал для дискретной геометрии больше, чем кто-либо другой из числа философов нового времени. Надо, однако, признать, что его манера изложения такова, что он скорее запутывает читателя, чем позволяет ему разобрататься в идеях дискретной геометрии.

Интересны обстоятельства, воодушевившие Петронивича на столь большой и кропотливый труд. По его собственному признанию, он пытался решить «философскую загадку мира» —

⁶⁹ См. сс. 68, стр. VI.

⁷⁰ Там же, стр. VI—VII.

вскрыть внутреннюю структуру пространства и времени,— реформировать на этой основе математику и тем самым впервые в истории «обосновать метафизику как науку»⁷¹. К сожалению, выполнению этой программы посвящены автором только «Предисловие» и «Приложение» к его пространному труду, главная часть которого заполнена рассуждениями, не представляющими в XX век научной ценности; поэтому неудивительно, что своей программы он не выполнил.

Когда кто-нибудь выдвигает новую концепцию или производит реформу существующей системы знаний, он обязан не только переформулировать со своей точки зрения известные вещи, но и дать нечто новое — открыть что-нибудь еще неоткрытое, доказать что-нибудь еще недоказанное. Те преимущества рассматриваемого варианта дискретной геометрии, которые отмечены Петронивичем,— полное исключение движения и ненужность вспомогательных линий⁷² — по своей природе не таковы, чтобы определять судьбу системы. Пока не указаны более важные преимущества, система остается в лучшем случае только потенциальной, а не актуальной силой, и не привлекает внимания исследователей. Надо думать, именно по этой причине за пятьдесят с лишним лет своего существования в науке работа Петронивича не нашла продолжателей и не оказала хоть сколько-нибудь заметного влияния на ученых, работающих в той же области.

Развитие идей дискретной геометрии в новое время пошло по совершенно иному пути и хотя оно еще не привело к желанной цели, история его содержит много ценных и поучительных деталей. Современные ученые хорошо усвоили тот, по существу, банальный взгляд, что каждая эпоха характеризуется своим методом исследования и своей постановкой задач. Тщетно было бы в середине XX века рассчитывать на успех, строя теории на уровне античности, средневековья и даже XIX века. Ученый, выражаясь словами Ньютона, только стоит на плечах мыслителей прошлого, занят же он идеями настоящего. Каждая новая идея, каждое новое открытие таят в себе неограниченные богатства и действительно сторицей вознаграждают тех, кто во-время и умело к ним обращается. Потому-то все новое сразу и привлекает к себе внимание многих ученых, совместными усилиями которых разрабатываются даже самые глубокие карьеры.

При проведении научной работы в современных условиях, когда в каждой области знания работает большое число специалистов, которые в естественном соревновании друг с другом спешат объявить о каждом полученном результате и, значит, делают, как правило, только мелкие объявления, история науки приобретает сугубо коллективный характер: выбытие из игры

⁷¹ См. ос. 68, стр. III—IV.

⁷² Та же, стр. VII.

любого участника работы не сказывается заметным образом на общем ходе развития; если А не делает данного открытия сегодня, Б делает его завтра. Такая история с успехом может быть аппроксимирована последовательностью попыток абстрактной научной мысли решить стоящую на порядке дня проблему. Решение конструируется или из оригинальных идей, или, еще чаще, из идей, которые возникли где-то по соседству, но кажутся пригодными и в данной области. В случае дискретной геометрии действовал главным образом второй метод. Поэтому историк дискретной геометрии уподобляется локаторщику, который следит за поиском и отмечает эффективные азимуты. В настоящее время уже о многих попытках можно сказать «нет!», но пока ни об одной нельзя с определенностью сказать «есть!». Однако работа продолжается и, может быть, час произнесения заветного слова уже близок.

Примеры современного подхода к проблеме (см. стр. 10) в случае геометрии реального мира дади в прошлом веке Лобачевский, Риман, Гельмгольц и Дедекин.

Когда Лобачевский, нарушив двухтысячелетнюю традицию — вместо того, чтобы доказывать пятый постулат Евклида, — отбросил его и построил новую геометрию, которая в математическом отношении ничем не уступала старой, создавалась возможность для критической переоценки прежних взглядов на соответствие между геометрией и реальным миром. Сам же Лобачевский и реализовал эту возможность. «Геометрические понятия, — указывал он во вступлении к «Новым началам геометрии с полной теорией параллельных», — произведены нашим умом искусственно, будучи взяты в свойствах движения; а потому пространство, само собой, отдельно, для нас не существует. После чего в нашем уме не может быть никакого противоречия, когда мы допускаем, что некоторые силы в природе следуют одной, другие своей особой геометрии. Чтобы пояснить эту мысль, полагаем, как и многие в этом уверены, что силы притягательные слабеют от распространения своего действия по сфере. В употребительной геометрии величину сферы принимают $4\pi r^2$ для полуперечника r , от чего сила должна уменьшаться в содержании к квадрату расстояния. В воображаемой геометрии (первоначальное, чрезвычайно неудачное, что потом признал и сам Лобачевский, название его геометрии — А. В.) нашел я поверхность шара

$$\pi(e^r - e^{-r})^2,$$

и такой геометрии, может быть, следуют молекулярные силы, которых за тем все разнообразие будет зависеть от числа e , всегда весьма большого»⁷³.

⁷³ Н. И. Лобачевский. Полное собрание сочинений, т. 2. Сочинения по геометрии. М., 1949, стр. 159.

Риман в своей знаменитой лекции со всей ясностью подчеркнул, что «измерение величины подразумевает перенесение по этой величине некоторой другой, принятой за единицу (эталона, твердого тела). Возможность построения метрической геометрии стоит, таким образом, в зависимости от наличия неизменяемого и способного перемещаться эталона». ⁷⁴ Основываясь на этих соображениях, Риман выразил сомнение в справедливости обычных геометрических представлений в очень малых областях пространства. Он сказал: «Эмпирические понятия, на которых основывается установление пространственных метрических соотношений — понятия твердого тела и светового луча — по-видимому теряют всякую определенность в бесконечно малом. Поэтому вполне мыслимо, что метрические отношения пространства в бесконечно малом не отвечают геометрическим допущениям; мы действительно должны были бы принять это положение, если бы с его помощью более просто были объяснены наблюдаемые явления». ⁷⁵

Почти тогда же Гельмгольц, анализируя отличие пространственных перцепций от цветовых и звуковых, убедительно показал, что выбор тех или иных геометрических понятий действительно имеет под собой эмпирическую основу. В частности, принятая в точечных геометриях квадратичная форма предполагает возможность конгруэнтного смещения абсолютно твердого тела. Там, где нет твердых тел, повисает в воздухе и квадратичная форма ⁷⁶ или, как впоследствии заметил Шредингер, «из того факта, что в действительности существуют только приблизительно твердые тела, следует вывод, что выведенная из группы движения структура пространства лишь приблизительно соответствует тому, что дано в природе». ⁷⁷

В конце прошлого века Дедекинд искал определение иррационального числа и, как известно, нашел его в своем знаменитом сечении прямой линии. Включение в сферу аналитического рассуждения геометрического образа обратило мысль Дедекинда к пространству: естественно было считать, что при заданной координатной системе одни точки пространства являются рациональными, другие — иррациональными. Наличие в реальном пространстве и тех, и других точек отнюдь не казалось обязательным; поскольку рациональные числа проще, не было оснований и для утверждения, что мы можем представить себе только непрерывное пространство. Дедекинд действительно сделал

⁷⁴ В. Л. Гончаров. О научных трудах Римана (вводная статья к изданию: Б. Риман. Сочинения. М., 1948, стр. 33).

⁷⁵ Риман. О гипотезах, лежащих в основании геометрии, 3.3 (см., например, Б. Риман. Сочинения. М., 1948).

⁷⁶ Г. Гельмгольц. О фактах, лежащих в основании геометрии (см., например, сборник «Об основаниях геометрии». М., 1956, стр. 366—382).

⁷⁷ E. Schrödinger. Über die Unanwendbarkeit der Geometrie im Kleinen.— Nw, 22, 218—220, 1934.

такой вывод: Он сказал: «Если вообще пространство имеет реальное бытие, то ему нет необходимости быть непрерывным. Бесчисленные его свойства оставались бы теми же, если бы оно было разрывным. И если бы мы знали наверное, что пространство не обладает непрерывностью, то при желании нам все-таки ничто не могло бы помешать сделать его непрерывным через мысленное заполнение его пробелов»⁷⁸.

Как видно из этих слов, Дедекиннд не имел намерения развивать дискретную геометрию; он только обращал внимание на возможную дискретность пространства и, следовательно, на необходимость при случае считаться с этим. Что касается высказываний Лобачевского, Римана, Гельмгольца и Шредингера, то в них речь идет собственно не о дискретной геометрии, а о возможном изменении существующих геометрий при переходе к микрообластям пространства; поэтому апеллирование к авторитету данных ученых допустимо, вообще говоря, с различных точек зрения; но концепция дискретности имеет на эти основополагающие высказывания, как мне кажется, особенно большие права, поскольку она затрагивает самые основы существующих геометрий.

Первая серьезная попытка реформировать непрерывную геометрию современными средствами была предпринята в 30-е годы текущего века на базе релятивистского уравнения Дирака. Отправную идею сформулировал Иваненко⁷⁹, руководствуясь модным в то время стремлением к геометризации законов физики. Если, рассуждал он, релятивистское уравнение второго порядка

$$\left(\sum \frac{\partial^2}{\partial x_\nu^2} + \kappa \right) \psi = 0 \quad (41)$$

является квантовомеханическим аналогом соотношения между направляющими косинусами в обычной геометрии, то релятивистскому уравнению первого порядка

$$\left(\sum \alpha_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \kappa \right) \psi = 0 \quad (42)$$

должна соответствовать геометрия нового типа. Характер ее можно установить из следующих соображений. Уравнение (42) получается из уравнения (41) линеаризацией последнего с помощью четырехрядных матриц α_ν ; следовательно, как можно думать, квадратичной форме обычной геометрии

$$dS^2 = \sum g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

⁷⁸ Р. Дедекиннд. Непрерывность и иррациональные числа. (См., например, сборник научно-популярных статей Луанкаре, Гельмгольца, Кронекера и др. по основаниям арифметики (философии числа). Казань, 1906, стр. 81). См. также его же. «Что такое числа и для чего они служат?» (там же, стр. 107).

⁷⁹ Д. Иваненко. Об одном обобщении геометрии, которое может быть полезно в квантовой механике.— ДАН—А, 3, 73—78, 1929.

должна соответствовать «линеаризованная» форма новой геометрии — формула Фока-Иваненко

$$dS = \sum \alpha_{\nu} dx_{\nu}.$$

Формула Фока-Иваненко и данный вывод ее встречались нам при обсуждении свойства изотаксии (см. формулы (2) и (3) в § 2.1); появление их и в геометрии дискретного мира не может поэтому не породить далеко идущих надежд. Свою задачу мы должны видеть в том, чтобы изучить здесь так же подробно, как было сделано там, те свойства этой формы, которые имеют отношение к рассматриваемому вопросу. В данном случае внимание, очевидно, следует обратить прежде всего на геометрический смысл формы. Здесь dS — четырехрядная матрица. Для того, чтобы придать ей смысл элемента длины, ее надо умножить на какую-то функцию. На какую же? Было сделано несколько попыток ответить на этот вопрос, соответственно наметилось и было развито с той или иной степенью основательности несколько вариантов геометрии нового типа.

Фок и Иваненко предположили⁸⁰, что функция, о которой идет речь, представляет собой 16-компонентную матрицу, образованную из возможных значений расстояния между двумя комплексными точками, каждая из которых характеризуется четырьмя числами — координатами. Обобщение этой интерпретации на общую теорию относительности позволило отметить внутреннюю связь между гравитацией и квантами. Однако ничего большего получить на этом пути не удалось.

Направляющее указание для более целеустремленных поисков вида волновой функции можно получить из следующего наблюдения. Если продифференцировать выражение (3) по времени и учесть свойство изотаксии диракова электрона, получится усеченное уравнение Дирака

$$(\sum \alpha p - mc) \psi = 0.$$

Значит, как можно думать, функция ψ должна иметь что-то общее с уравнением Дирака⁸¹. Реализовать этот путь попытались почти одновременно в двух точках земного шара, расположенных на разных концах диаметра — в Англии и в Японии.

Английский теоретик Флинт, знакомый нам по работам над дискретной структурой мировой линии, стал рассматривать искомную функцию как решение своих квантово-релятивистских уравнений, полученных на основе уравнения Дирака (см. третью серию работ § 3.3). Наиболее интересный результат, полученный им в этой новой работе, заключался в констатации скачкообразности изменения вектора смещения, что, между прочим, находит-

⁸⁰ V. Fock, D. Ivanenko. Über eine mögliche geometrische Deutung der relativistischen Quantentheorie.— ZPh, 54, 798—802, 1929.

⁸¹ Там же.

ся в согласии с развитой им прежде идеей дискретной миртовой линии⁸².

Группа японских физиков во главе с Мимурой и математиков во главе с Моринагой, задавшись высокой целью «построить геометрию микромира на принципиально новых началах, отличных от начал геометрии макромира»⁸³, и взяв за основу форму (3), предположила, что искомая волновая функция удовлетворяет уравнению параллельного смещения в новой геометрии, которое было определено как весьма широкое обобщение уравнения Дирака. Японцы подчеркнули, что при таком толковании метрики микропространство приобретает реальное существование только при условии существования элементарной частицы, с которой оно ассоциировано. Иначе говоря, геометрия сливается с физикой или, другими словами, становится физикой пространства-времени. Такую геометрию Мимура предложил называть «волновой», имея в виду, что длина интерпретируется в ней как собственное значение оператора длины, т. е. точно так же, как интерпретируются динамические переменные в волновой механике⁸⁴. В течение ряда лет японские теоретики упорно развивали свою волновую геометрию. Главным результатом их работы явилось обобщение уравнений общей теории относительности, что, между прочим, доказало возможность развить теорию гравитации, не прибегая к принципу эквивалентности поля тяготения и ускорения.⁸⁵ Наиболее интересный результат в области собственно геометрии заключался в сведении свойств атома водорода к свойствам пространства-времени, обусловленного ядром атома⁸⁶. Электрон при этом играл роль пробного тела. Что касается пространства-времени самого электрона, то вопрос о нем, из-за отсутствия подходящего пробного тела, пришлось оставить открытым⁸⁷.

Рассмотренные направления работ, хотя и не были совершенно безрезультатными, не привели к интересующей нас цели — к построению дискретной геометрии. Приходится поэтому признать форму (3) неподходящим отправным пунктом для достижения данной цели и, значит, надежды, высказанные на стр. 156, — неоправдавшимися. С формой (3) мы встретимся еще раз в § 6.1 при обсуждении методов физики дискретного мира,

⁸² H. Flint. A relativistic basis of the quantum theory (PRS, 150, 421—441, 1935); also (PPhS, 48, 433—443, 1936).

⁸³ Y. Mimura. Relativistic quantum mechanics and wave geometry (JSH, 5, 99—106, 1935).

⁸⁴ Там же.

⁸⁵ Ср. Д. Д. Иваненко. Основные проблемы гравитации. (вступительная статья к сборнику «Новейшие проблемы гравитации». М., 1961, стр. 8).

⁸⁶ K. Morinaga. The hydrogen atom in terms of Wave Geometry (JSH, 7, 263—304, 1937).

⁸⁷ Y. Mimura, T. Iwatsuki. New foundation of atomic structure (JSH, 7, 259—261, 1937).

и вновь эта встреча принесет нам только разочарование. По всей вероятности, форма (3) или лишь весьма поверхностно отражает закономерности дискретного пространства-времени, или имеет смысл, который еще не понят.

Обращаясь к другим попыткам модифицировать точечную геометрию, отметим сначала следующие три работы, эпизодически мелькнувшие в науке.

Работа А. Маркова. Автор решил ликвидировать дуализм, имеющий место в современной картине пространственно-временного описания событий и состоящий в том, что предполагаются определенными как метрика пространства, так и последовательность событий во времени. Марков попытался свести первый принцип, как более сложный, ко второму, менее сложному, и с этой целью развил систему аксиом — определил понятие последовательности мировых точек, установил смысл времени и пространство-подобия, а также, что особенно интересно, ввел понятие атомарного расстояния с хрономом в качестве единицы. Благодаря последнему нововведению удалось получить целочисленную метрику, которая для достаточно больших расстояний и длительностей ничем не отличается от обычной, непрерывной метрики⁸⁸.

Работа А. Марха. Автор заменил обычную квадратичную форму выражением вида

$$dS = \sqrt{\sum g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu} - \rho, \quad (43)$$

которое, как легко видеть, означает, что переход интервала к точке происходит при переходе приращений координат не к нулю, как в обычной геометрии, а к некоторой конечной величине порядка ρ . При дальнейшем уменьшении приращений координат интервал становится отрицательным, что, по мысли Марха, должно означать физическую бессмысленность таких приращений. К сожалению, наряду с этими положительными свойствами указанная модификация квадратичной формы повлекла за собой и ряд нежелательных последствий: нарушилась теорема о сложении интервалов, возникли трудности при переходе к другой системе отсчета и т. п.⁸⁹ В результате Марх почувствовал себя вынужденным отказаться от своего предложения⁹⁰. Интересно, между прочим, отметить, что в борьбе с перечисленными трудностями он выработал статистический взгляд на метрику (см. § 3.2), который показался ему настолько привлекательным, что

⁸⁸ A. Markoff. Über die Ableitbarkeit der Weltmetrik aus der «früher als» — Beziehung (PhZ der Sowjetunion, 1, 387—406, 1932).

⁸⁹ A. March. Die Geometrie kleinster Räume. — ZPh, 104, 93—99. 161—168, 1937.

⁹⁰ A. March. Zur Grundlegung und Anwendung einer statistischen Metrik. — ZPh, 105, 620—632, 1937. См., однако, M. Markov. An example of a field theory with indefinite metric in Hilbert space. — NPh, 10, 140—150, 1959; A. Komar, M. Markov. Idem. — NPh, 12, 190—203, 1959.

он в дальнейшем стал защищать только его, отбросив, как уже сказано, породившую этот взгляд модификацию квадратичной формы.

Работа Ж. Вейсенгофа. Автор попытался, отказавшись от понятия мировой точки в микромире, построить такую геометрию, которая бы вне сферы радиуса r была римановой, а внутри этой сферы переставала бы быть даже евклидовоподобной. Прообраз такой геометрии Вейсенгоф увидел в «высшей геометрии сфер» Софуса Ли. Как известно, элементами последней являются направленные сферы, а единственным фундаментальным соотношением между ними — согласованный контакт сфер. В новой геометрии сферы Ли следовало толковать как волны или, точнее, как волновые фронты. Поскольку частным случаем сферы является, с одной стороны, точка, а с другой стороны, плоскость, элементами геометрии в действительности выступают направленные сферы, направленные плоскости и точки. Геометрию Ли можно определить и иначе — ее фундаментальной группой, т. е. группой, не нарушающей контактов. Тогда сферы Ли определятся аналитически как упорядоченная система шести гексасферических координат. Было показано, что эта группа зависит от 15 независимых параметров. Последнее обстоятельство наводит на мысль о возможной внутренней связи между группой преобразования волновых фронтов и также 15-параметровой группой конформных точечных преобразований Мёбиуса, связанной, в свою очередь, с уравнениями Максвелла⁹¹.

Охарактеризованные работы Маркова, Марха и Вейсенгофа напоминают скорее легкие кавалерийские разведки в различных направлениях по театру научных действий, направленных на построение дискретной геометрии, чем систематический штурм проблемы. Не ясно даже, найдут ли они какое-либо применение в дальнейшей разработке этой проблемы. Историческое значение данных работ состоит в том, что уже одним фактом своего существования они способствуют лучшей ориентации будущих исследователей той же проблемы. Легко заметить одну общую черту всех трех работ — идею элементарной длины. В известном смысле эти работы представляют собой различные способы введения в теорию данной идеи, и, следовательно, безрезультатность работ можно рассматривать как результат неудачи в выборе способов. Собственно, проблема дискретной геометрии, может быть, и есть не что иное, как проблема геометрической реализации данной идеи.

Новая и, кажется, уже перспективная серия работ по геометрии дискретного пространства началась в 1950 г. Логическим истоком ее можно считать ту простую истину, что алгебраиче-

⁹¹ J. Weyssenhoff. On the microstructure of the world (APhP, 11, 273—297, 1952).

ское уравнение имеет столько же корней, какова его степень. Изучение связанных с этим фактом вопросов привело в свое время Эвариста Галуа к понятию группы, понятию, которое в математике оказалось столь же плодотворным, как в физике понятие поля, введенное примерно в то же самое время Фарадеем. Понятие группы развилось с течением времени в теорию групп, которая образует ныне большой самостоятельный раздел математики. Успешное применение теории групп в квантовой механике позволяет думать, что и другие применения этой теории при изучении явлений природы могут оказаться не менее успешными. Как будто это ожидание начинает оправдываться в отношении геометрии реального мира.

Если рассмотреть конечное множество и одни из его элементов интерпретировать как точки, другие — как линии, третьи — как поверхности, и определенные соотношения между элементами — как определенные соотношения между этими геометрическими образами, мы получим геометрию, в которой число точек, число линий и число поверхностей будут конечными и определенными — так называемую «конечную геометрию». Развитие идей конечной геометрии и послужило началом для той серии работ по дискретной геометрии, о которой упомянуто выше.

Еще в конце прошлого века было показано, что простейшие модели конечной геометрии основываются на полях Галуа, содержащих классы вычетов по модулю p , где p — простое число, подобно тому как обычная, евклидова геометрия основана на поле реальных чисел. Однако работы в этом направлении долгое время не привлекали внимания физиков⁹². Поворот во мнениях начался лишь в самое последнее время по инициативе финских математиков Ярнефельта и Кустангеймо. Названным авторам удалось показать, что модели конечной геометрии можно строить поэтапно, путем постепенного наращивания числа аксиом, именно, начав с модели, в которой определено только отношение совпадения, расширить ее сначала на учет отношения порядка, а затем и отношения конгруэнтности. Получающаяся в результате такой процедуры конечная геометрия отличается от евклидовой в двух отношениях: во-первых, здесь каждая из трех точек прямой может лежать между двумя другими точками; во-вторых, между различными отрезками линии нельзя установить отношения «больше» и «меньше»⁹³.

Другими словами, конечная геометрия в данной ее форме, как и любое другое дискретное множество, в которое еще не внесено специальное правило — «система связи» между его элементами — еще не является упорядоченным. Система связи, реализующая заключенную в дискретном множестве метрику, пре-

⁹² Cp. H. Margenau. The Nature of Physical Reality. NY, 1950, p. 156.

⁹³ G. Järnefelt. Reflections on a finite approximation to euclidean geometry. Physical and astronomical prospects (AASF, 96, 1—43, 1951).

вращает это множество точек в род пространственной решетки и играет, таким образом, в конечной геометрии роль метрического тензора $g_{\mu\nu}$ обычной, непрерывной, римановой геометрии⁹⁴. Согласно Кустангеймо, упорядочение, приводящее конечную геометрию в соответствие евклидовой геометрии, имеет место, когда модуль p выбран так, что число -1 является квадратичным невычетом, а число 2 и достаточно много первых нечетных простых чисел являются квадратичными вычетами в рассматриваемом поле Галуа⁹⁵. При указанных условиях конечная геометрия с увеличением числа p переходит в обычную, евклидову геометрию, причем это совпадение геометрий может быть сделано сколь угодно точным для любой области евклидова пространства, если только в конечной геометрии брать достаточно большое число точек. Например, для области, освоенной современной наукой, т. е. лежащей между 10^{-13} см и $2 \cdot 10^9$ световых лет, совпадение геометрий достигается при условии, что дискретное пространство состоит не менее как из 10^{10} ⁸¹ точек вдоль каждого измерения⁹⁶.

Такой простой способ перехода от дискретного пространства к непрерывному наталкивается на следующее возражение: точка, лежащая в некоторой геометрической области, приобретает способность попасть в результате вращения пространства в новую геометрическую область. Другими словами, указанное упорядочивание элементов дискретной геометрии неинвариантно относительно вращений пространства⁹⁷.

Вопрос о приведении конечной геометрии в соответствие с обычной, евклидовой геометрией, приходится, таким образом, считать пока открытым. Можно только надеяться, что этот вопрос будет решен, причем не без пользы для более глубокого понимания каждой из этих геометрий. Сейчас для нас достаточно подчеркнуть идейное родство конечной геометрии с концепцией дискретного пространства-времени. В частности, в идее избранных точек конечной геометрии легко усмотреть эквивалент идеи элементарной длины. Последнее обстоятельство дает право смотреть на конечную геометрию как на своеобразный способ введения идеи элементарной длины в математическую теорию пространства. Именно в этом, судя по всему, состоит главная привлекательная черта конечной геометрии, оцениваемой с точки зрения концепции дискретности.

В предчувствии больших потенциальных возможностей, таящихся в конечной геометрии, Ярнефельт выдвинул в 1951 г.

⁹⁴ Ср. L. Silberstein. *The Theory of Relativity*, London, 1924, p. 361—362.

⁹⁵ P. Kustaanheimo. On the fundamental prime of a finite world (AASF, 129, 1—7, 1952).

⁹⁶ Кустангеймо (цит. по сс. 93, стр. 42).

⁹⁷ В. С. Попов, Э. И. Долинский, И. С. Шапиро (см. NPh, 21, 481, 1960).

смелую программу: создать на основе конечной геометрии соответствующую, «конечную» физику. Конечная физика, по мысли Ярнефельта, должна охватывать современную релятивистскую квантовую теорию и при определенных условиях переходить в нее. Заранее предвидеть специфику, содержание, возможности и достоинства новой науки, конечно, нельзя, но есть все основания утверждать, что, сохраняя все лучшее из наследия релятивистской квантовой теории, она, сверх того, будет свободна от трудностей с расходящимися выражениями теории поля, а это уже само по себе многого стоит. Конечная физика, указывая далее Ярнефельт, была бы наиболее полным завершением и высшей формой выражения тенденции современной физики микромира заменять непрерывные множества дискретными⁹⁸.

Подход к конечной физике благоразумно мыслить в виде постепенного, поэтапного наращивания новых представлений, как это удалось сделать при построении конечной геометрии, причем начинать надо, по всей вероятности, с переформулировки основных положений обычной, «бесконечной» физики. Так, вместо обычного разложения волновой функции по характеристическим волнам разумно принять⁹⁹

$$\psi(x) = \sum_{y=0_p}^{y=(p-1)_p} A(x, y) \varphi(y),$$

где x и y суть элементы поля Галуа, L_p ; вместо δ -функции Дирака кажется правильным рассматривать функцию вида¹⁰⁰

$$1_p - x^{p-1} = \begin{cases} 1_p & \text{при } x = 0_p \\ 0_p & \text{при } x = 1_p, 2_p, \dots, (p-1)_p \end{cases}$$

и т. д. Успех начинания во многом, очевидно, должен зависеть от того, удастся или нет развить для конечных областей эффективный математический анализ. Работа в этом направлении показала, что в полях Галуа можно применять¹⁰¹ правила дифференцирования, аналогичные действующим в поле комплексных чисел, и что здесь возможно находить¹⁰² приближенные решения некоторых дифференциальных уравнений, по крайней мере, простейшего типа, встречающихся в квантовой механике.

⁹⁸ Сс. 93, стр. 42.

⁹⁹ Г. Ярнефельт, сс. 93.

¹⁰⁰ Там же.

¹⁰¹ P. Kustaanheimo, B. Qvist. On differentiation in Galois fields.— AASF, 137, 1—12, 1952.

¹⁰² G. Järnefelt. On finite approximation of solutions of two ordinary differential equations belonging to the classical quantum mechanics.— AASF, 138, 1—23, 1952.

Первый вклад в решение вопроса о степени адекватности конечной геометрии реальному миру был сделан Койшем¹⁰³ в 1959 г. Вклад оказался благоприятным для конечной геометрии: Койш показал, что, по ряду соображений, теория элементарных частиц требует конечной геометрии; именно, в этой геометрии существует некоторый новый тип преобразований, сохраняющих ортогональность Лоренц-подобной группы, при котором некоторые представления этой группы многозначны; число, определяющее многозначность, может быть истолковано как электрический заряд частицы. Принимая это толкование и тем самым производя своеобразное квантование электрического заряда, удастся охватить теоретической схемой заряженные π -мезоны и Σ -частицы. Интересной особенностью заряда частиц в новой теории является изменение их знака при пространственной инверсии; иначе говоря, по-видимому, существует какая-то внутренняя связь между конечной геометрией и принципом комбинированной инверсии¹⁰⁴.

Перечисленные результаты получены Койшем на основе установления соответствия между обычной геометрией и конечной геометрией путем перехода в последней к большому числу точек. Спорность этого метода (см. стр. 161) побудила искать другие пути. Шапиро предложил взять за основу инвариантность уравнений. Известно, что в непрерывном пространстве уравнения поля инвариантны относительно непрерывной неоднородной группы Лоренца (собственное преобразование Лоренца, вращение и пространственно-временное отражение), значит, как можно думать, в дискретном пространстве они должны быть инвариантны относительно дискретной подгруппы этой группы. Но как определить дискретную подгруппу? Шапиро попытался исключить элементы непрерывности из группы Лоренца, отказавшись от различия между пространственно-подобным и времени-подобным интервалами. В этом случае преобразование спиноров при отражении не влечет за собой удвоения числа компонентов только в случае двухкомпонентной теории. Отсюда можно заключить, что в конечном пространстве, определяемом указанным образом, уравнение Дирака должно включать только две функции. При этом в теории появляется целое число, которое можно истолковать как разность электрических зарядов частиц, т. е. произвести квантование электрических зарядов подобное квантованию в схеме Койша, и, кроме того, теория позволяет запретить ненаблюдающиеся в действительности превращения тяжелых частиц в легкие и безнейтринный распад μ -мезона. Наконец, в варианте Шапиро, так же как в варианте Койша, единственным законом преобразования волновых функций при простран-

¹⁰³ H. Coish. Elementary particles in a finite world geometry.— PhR, 114, 383—388, 1959.

¹⁰⁴ Там же.

ственных отражениях, правда, при некотором условии, наложенном на инверсию времени, оказывается комбинированная инверсия¹⁰⁵.

В дальнейшем удалось обобщить некоторые из перечисленных результатов на более широкий класс процессов распада и на новые квантовые числа¹⁰⁶.

Среди других интересных свойств физического мира, предполагаемых в рамках конечной геометрии, можно отметить следующее: при условии конечного дискретного пространства координат пространство импульсов также, по-видимому, будет конечным и дискретным¹⁰⁷ (ср. стр. 12).

Перечисленными замечаниями исчерпываются все скольки-нибудь важные вклады в физику конечного мира, сделанные и опубликованные к моменту сдачи этой книги в печать. В работах, посвященных тому же вопросу, но не упомянутых в нашем обзоре, развиваются и анализируются главным образом различные математические свойства конечной геометрии, без дальнейшего углубления в физику вопроса. Работа происходит под аккомпанемент высказываемого разными авторами убеждения, что возможности, которые таит в себе идея конечной геометрии в смысле Ярнефельта — Кустангеймо в применении к физике микромира, еще далеко не исчерпаны¹⁰⁸.

Так обстоит дело на самом последнем и, как было отмечено на стр. 159, на самом перспективном направлении развития геометрии дискретного мира.

Подводя итог сказанному в настоящем параграфе, мы вынуждены признать, что проблема дискретной геометрии, как она формулируется в рамках концепции дискретности, несмотря на то, что за последние 35 лет к ней подступались неоднократно и с разных сторон, все еще остается нерешенной проблемой или, если подходить к ней с точки зрения концепции, — еще нереализованной программой. Подчеркивать в данных условиях преимущества дискретной геометрии — значит подсчитывать не столько наличный капитал, сколько будущие проценты с капитала. Тем не менее, как мы могли убедиться из проведенного обзора различных работ по дискретной геометрии, такое настроение является весьма живучим и распространено среди значительной части вынешних физиков. Можно по-разному — сочувственно или, наоборот, скептически — оценивать усилия тех, кто пытается провести в области геометрии идею дискретного мира,

¹⁰⁵ I. Shapiro. Weak interactions in the theory of elementary particles with finite space.— NPh, 21, 474—491, 1960.

¹⁰⁶ Q. Yaha. Leptonic decays in finite space.— NC, 29, 441—450, 1963.

¹⁰⁷ Э. И. Долинский. Цит. по В. Г. Кадышевский. Некоторые вопросы теории квантованного пространства-времени. Дубна, 1962, стр. 9 (диссертация).

¹⁰⁸ Например, И. Тамм. Современное состояние проблемы элементарных частиц.— Вестник Академия наук, 10, 21, 1960.

но не считается с существованием в науке такого течения — особенно в эпоху, когда ожидаются большие перемены в нашем физическом мировоззрении, когда многие фундаментальные представления находятся, по общему мнению, накануне кардинального пересмотра — не считается с этим нельзя. Дискретную геометрию следует поэтому иметь в виду как один из возможных и достаточно вероятных компонентов будущей теории.

В заключение обратим внимание на тот факт, что развитие дискретной геометрии, независимо от того, основывалось ли оно на линеаризации квадратичной формы с помощью матриц Дирака, на дополнении квадратичной формы фундаментальной длиной или на какой-либо иной модификации квадратичной формы, апеллировало ли оно к сферам Ли, к полям Галуа или к каким-нибудь иным математическим структурам, всегда происходило с учетом не только геометрических, но и физических свойств внешнего мира. Иначе говоря, развитие дискретной геометрии твердо шло по пути «физикизации» геометрии. Работы по дискретной геометрии, рассмотренные в настоящем параграфе, только по форме принадлежат истории математики, по существу же они принадлежат истории физики: геометрия дискретного мира, как она проявилась в уже имеющихся разработках, представляет собой неотъемлемую часть физической теории элементарных частиц и атомных ядер.

Такой подход к проблеме геометрии,¹⁰⁹ как уже отмечалось в начале параграфа, представляется единственно правильным. Напротив, всякое отклонение от него наталкивается на возражения. Обратимся, например, к серии работ, в которых ставилось целью пересмотреть только род связи геометрических понятий с наблюдаемой действительностью, без изменения самих этих понятий. Иначе говоря, предполагалось, что точечная геометрия в полной мере сохраняет свою силу и надо только на базе этой геометрии построить систему представлений, в которой учитывается неизбежность ошибок при пространственных измерениях, т. е. на место совпадения точек ставится перекрывание интервалов, элементарная частица определяется как область неразличимости между двумя точками и т. д. Такую систему можно сделать изоморфной обычной геометрии и совместить с релятивистско инвариантной формулировкой теории поля¹⁰⁹. Легко, однако, видеть, что в методологическом отношении она неудовлетворительна: в основе ее лежит представление о структуре, которая по другому ее же принципу не может быть познана. Кроме того, при такой ориентации мы не только не освобождаемся от недостатка насильственной геометризаци явления природы (см. стр. 36), но канонизируем его.

¹⁰⁹ E. Foradori. Das Raumbild der Physik.— ZPh, 111, 537—558, 1939. A. March, E. Foradori. Ganzzahligkeit in Raum und Zeit.— ZPh, 114, 215—226, 653—666, 1939; 115, 245—256, 522—529, 1940. A. March. Raum, Zeit und Naturgesetze.— ZPh, 117, 413—436, 1941.

Работы по дискретной геометрии на основе данных о физических свойствах микрообластей в настоящее время продолжают-ся и, по-видимому, именно они приведут к новому представлению о структуре пространства. Но нет ли и в пространстве больших масштабов нечто такого, что свидетельствовало бы о его дискретной природе? Другими словами, нельзя ли параллельно с исследованием пространственной структуры микрообластей вести наступление на ту же проблему и путем изучения под определенным углом зрения различных макроструктур?

Отрицательный ответ на поставленный вопрос отнюдь не кажется единственно возможным ответом; наоборот, более правильным представляется мнение, что разные закономерности макрогеометрии в разной степени — одни в большей, другие в меньшей — соответствуют закономерностям микрогеометрии и, следовательно, как бы выдают нам секрет микроструктуры пространства.

При обсуждении этой проблемы было бы естественно исходить из презумпции четырехмерного мира и, может быть, даже в идее дискретности пытаться найти обоснование этого числа измерений и его разложения на сумму $3+1$. Но сложность задачи делает благоразумным намерение ограничиться вначале геометрией только пространства, т. е. статической частью проблемы. Здесь кажется правильным выдвинуть на первый план идею ограничений, обусловленных, как можно предполагать, сочетанием таких факторов как неделимые элементы пространства и трехмерность пространства. Пойти по этому пути уже пытался, как мы видели, Платон. Недостаток метода Платона можно усматривать в том, что он отправлялся от плоской модели, тогда как, может быть, сразу же надо учитывать факт трехмерности пространства, как это, между прочим, делал Бруно. Тогда нам придется произвести некоторую переоценку роли различных правильных тел, рассмотренных Платоном, и, в частности, роли додекаэдра, благодаря его экстремальным свойствам в трехмерном пространстве.

Среди других правильных тел не могут не возбудить интереса рассматриваемой точки зрения кристаллы и некоторые живые организмы с ярко выраженными правильными формами (например, аммоноиды, радиолярии и др.). Глубокая связь между свойствами пространства, с одной стороны, и кристаллическими и органическими формами, с другой, кажется почти очевидной. Если в чем и можно здесь сомневаться, то только в благоразумии современных ученых, уделяющих так мало внимания этим вопросам. Некоторые отдельные наблюдения подтверждают правильность высказанного мнения. Так, замечательным и обнадеживающим с обсуждаемой точки зрения представляется тот факт, что все геометрические свойства кристаллов могут быть выведены дедуктивным путем из анализа одно-

родного дискретного множества точек¹¹⁰. Целый ряд частных свойств кристаллического пространства также указывает на тесную связь этой проблемы с проблемой дискретной геометрии. Вот, например, какое интересное преломление закона Гаюи рациональности параметров и закона Стено постоянства углов обнаружил Ф. И. Зубарев после многолетнего изучения различных кристаллографических проекций: проекции кристаллов распадаются на различные типы прямоугольных треугольников, которые можно получить соединением всех четырех вершин квадрата со всеми точками, делящими стороны этого квадрата на две, три, четыре и т. д. равных частей, соответственно с чем стороны этих треугольников отвечают формуле

$$(2n + 1)^2 + (2n^2 + 2n)^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2$$

при различных целых значениях числа $n : 0, 1, 2$ и т. д.¹¹¹

В непосредственной связи с перечисленными вопросами стоят также работы, посвященные математизации эстетических пропорций и закономерностей роста живых организмов. В частности, в процессе этих работ вновь проявилась важная роль правильного пятиугольника. Обсуждение весьма большого материала, накопившегося в исследованиях такого рода, увело бы нас далеко в сторону; ограничимся замечанием, что изучение роста организмов приводит естественным образом к обобщению исходной статической модели на временную, динамическую.

При подходе к геометрии дискретного пространства-времени со статической стороны на долю времени выпадает особая, дополнительная роль; проблема времени приобретает в результате этого черты самостоятельной проблемы. Время всегда привлекало живые умы. Рассуждения о времени мы найдем и у персидских магов, и у индийских гимнософитов, и у египетских жрецов, и у европейских друидов. В еще большей степени мы обнаружим их у греческих, римских и арабских философов, и наконец, у мыслителей средневековья. Проблема времени всегда рождала в людях неугасимый духовный энтузиазм и благоговение перед величайшей тайной бытия, скрытой в этой проблеме. Показательным в этом отношении является восклицание Августина: «Душа моя горит желанием проникнуть в эту необъяснимую для нас тайну и разрешить эти загадочные вопросы»¹¹².

Однако, ни всеобщая заинтересованность, ни горение отдельных лиц не смогли на протяжении многих тысяч лет обеспечить

¹¹⁰ Б. Н. Делоне, Н. Н. Падуров, А. Д. Александров. Математические основы структурного анализа кристаллов. М., 1934, стр. 7—8.

¹¹¹ Ф. И. Зубарев. Введение в геометрию дискретного пространства. М., 1931.

¹¹² Августин. Исповедь, 11.22.

возможность перехода к систематическому изучению проблемы. Да и сейчас мы знаем о времени так мало, что еще не потеряло своего значения признание, сделанное Аристотелем: «Что такое время и какова его природа, одинаково неясно как из того, что нам передано от других, так и из того, что нам пришлось разоб- рать раньше»¹¹³. Вместе с тем существует мнение, что условия для изучения времени уже имеются. «Наука XX столетия,— указы- вал В. И. Вернадский,—находится в такой стадии, когда наступил момент изучения времени, так же как изучается мате- рия и энергия»¹¹⁴.

Первое, что всего более поражает во времени и что, по-ви- димому, прежде всего должно быть принято во внимание — это непрерывность и однонаправленность течения времени. Время постоянно течет и течет всегда в одном направлении; вечное движение и вечное постоянство — его самые характерные при- знаки. Существование всех вещей во времени вводит на мысль, что время является существенно важной формой бытия, может быть даже «одним из основных проявлений вещества»¹¹⁵; в этом смысле время аналогично пространству. Но однонаправленность течения времени резко противостоит изотропности пространства. В связи с этим свойством времени возникает ряд конкретных проблем. Например, имея в виду, что пространство описывается аксиальными векторами, и поставив в соответствие времени по- лярный вектор, можно поставить вопрос: как далеко заходит аналогия между аксиальными векторами пространства и поляр- ными векторами времени? Далее, законно спросить: как связаны время и энтропия и могут ли полярные векторы времени быть геометрически различены и вне сравнения с энтропией? В част- ности, распространяется ли на полярные векторы времени свой- ство энантиоморфности, т. е. различия между правым и левым, констатированное для некоторых пространственных биосфер еще Пастером, и в чем тогда оно выражается?¹¹⁶ Большая группа вопросов возникает также в связи с временной симметрией большинства законов физики. Пока еще неясно, отражает эта симметрия какое-то важное свойство природы или является не- достатком современного научного описания природы. Соответ- ственно с этим, мнения ученых разделились: одни, положив- шись на это свойство, пытались учитывать одновременно и за- паздывающие и опережающие потенциалы¹¹⁷, ставили под сом- нение необходимость определенной хронологической последова-

¹¹³ Аристотель. Физика, 4.10.

¹¹⁴ В. И. Вернадский. Проблемы биогеохимии, вып. 2. М., 1939, стр. 31.

¹¹⁵ В. Вернадский. Проблема времени в современной науке (ИАН, 4, 511—541, 1932), стр. 512.

¹¹⁶ Там же, стр. 535.

¹¹⁷ P. Dirac. Classical theory of radiating electrons (PRS, 167, 148—169, 1938).

тельности причины и следствия¹¹⁸ и т. п.; другие, опираясь, наоборот, на некоторые нарушения в этом свойстве, пытались дать им физическое истолкование, например, рассматривали позитрон как электрон, движущийся попятно во времени¹¹⁹.

Не меньший интерес представляет проблема связи времени и пространства. Благодаря теории относительности реальность этой проблемы не вызывает сомнения. Обсуждая ее, кажется правильным в первую очередь учесть те свойства пространства, которые имеют нечто общее со свойствами времени. Среди таких свойств ранее других привлекает внимание явление асимметрии. Типичное для времени, оно проявляется иногда и в случае пространства. Особенно ярко пространственную асимметрию обнаруживают некоторые живые организмы (раковины, микробы, протоплазма и т. д.), радиоактивные бета-частицы и большинство небесных тел солнечной системы. Предпочтение в свойствах всех перечисленных тел правого перед левым, может быть, в какой-то степени является пространственным аналогом однонаправленности течения времени. Долгое время эффекты подобного рода оставались за пределами научного исследования, лишь в самое последнее время они начали вызывать к жизни смелые гипотезы — самые верные признаки скорого наступления полосы научной активности¹²⁰.

Из данного беглого обзора проблем гипотетической геометрии дискретного пространства-времени ясно видно, что, если бы такую геометрию удалось построить, она существенным образом отличалась бы от нынешних геометрий, этих логических систем, напоминающих поставленные на вершины пирамиды силлогизмов. Такая геометрия не только соответствовала бы внешнему миру, но была в полном смысле этого слова адекватным отражением внешнего мира, т. е. была бы частью физики, науки, всеми фибрами связанной с объективной реальностью. В рамках такой геометрии были бы учтены не только чисто геометрические проблемы, но и многие другие, в настоящее время еще не ассоциируемые с геометрией, например, как уже нам известно, проблемы кристаллографии, жизни и красоты, а также, может быть, целый ряд других животрепещущих и актуальных проблем современности. Вот, например, какие большие надежды возлагал на дискретную математику один из самых убежденных апологетов ее Н. В. Бугаев: «Прерывность всегда обнаруживается там, где появляется самостоятельная индивидуальность. Она подмечается

¹¹⁸ Я. П. Терлецкий. Динамические и статистические законы физики. М., 1950, § 16. См. также W. Heisenberg, 50 Jahre Quantentheorie (Nw, 38, 54, 1951).

¹¹⁹ R. Feynman. A relativistic cut-off for classical electrodynamics (PhR, 74, 939—946, 1948).

¹²⁰ Например, Н. А. Козырев. Причинная или несимметричная механика в линейном приближении. Пулково, 1958.

также и там, где на сцену выступают вопросы о целесообразности, где появляются эстетические и этические задачи <...> Аритмологическое мирозерцание <...> приводит нас к убеждению, что добро и зло, красота, справедливость и свобода не суть только иллюзии, созданные воображением человека. Оно убеждает нас, что корни их лежат в самой сущности вещей, в самой природе мировых явлений, что они имеют не фиктивную, а реальную подкладку»¹²¹. Такая геометрия осуществила бы, наконец, многие смелые полеты человеческой мысли, в частности, впервые перестало бы быть простым набором слов положение Платона о том, что мир управляется по законам геометрии¹²² и, в связи с этим, в полной мере раскрылся бы тот смысл, который хотел выразить Рафаэль, вложив в руки Платона на своей «Афинской школе» трактат, содержащий первую в истории науки космическую систему, основанную на сочетании идей атомистики, эстетики и этики.

§ 4.2. Математический анализ

Существующий математический анализ в главной своей части в той же мере «точечный», как и существующие геометрии. Это его свойство находит выражение прежде всего в фундаментальном значении таких его понятий, как непрерывная функция, производная, дифференциал, предельный переход. Отсюда вывод: математический анализ в том виде, какой он имеет в настоящее время, не удовлетворяет концепции универсального атомизма и, значит, в предположении истинности этой концепции не может стать средством достаточно тонкого описания действительности. Математический анализ, как аппарат физики, нуждается в не менее коренной переработке, чем точечные геометрии.

Современный математический анализ по праву можно назвать теорией непрерывных процессов. Даже в тех случаях, когда рассматриваются разрывные процессы, математики пытаются понять и аппроксимировать их с помощью непрерывных функций. Возможность непрерывного движения принимается при этом как нечто, данное свыше. По существу же во всех относящихся к делу случаях речь идет о способности движущихся тел достигать любой разумной цели. Достаточно напомнить в этой связи о Диогене, который в ответ на заявление Зенона о том, что непрерывное движение невозможно, начал ходить взад и вперед перед своей бочкой, демонстрируя одновременно и чувственную реальность движения и убежденность своего мышления¹. В мате-

¹²¹ Н. В. Бугаев. Математика и научно-философское мирозерцание (ВФП, 5, 711, 1898).

¹²² Платон, Тимей, 31 С.

¹ Ср. Г. Гегель. Наука логики (Сочинения, т. 5. М., 1937, стр. 214).

математическом анализе факт достижения разумных целей воплощен в понятии предельного перехода. Именно эту черту математического анализа следует считать главной причиной успешного применения его в области физики, и значит, надо признать, что непрерывный анализ решает проблемы физики чисто по-диогеовски. Возможность подобных решений не может удивить нас, если даже мы твердо встанем на точку зрения сугубой дискретности всех процессов, протекающих в природе. Ведь знаем же мы, например, что применение дифференциального исчисления к подсчету электрического заряда тел, периода радиоактивного распада ядер и некоторых других прерывных эффектов дает хорошие результаты, хотя ни в атомистической природе электричества, ни в дискретном характере радиоактивного излучения никто из нас никогда не сомневался. Дееспособность непрерывного математического анализа должна, как можно думать, потерпеть крах на той стадии познания природы, когда дискретность мира станет существенной чертой его математической картины. По всей видимости, современная физика уже стоит на пороге этой стадии.

В категориях непрерывности адекватно выражается только феноменология внешнего мира; когда же мы обращаемся к рассмотрению механизма явлений, на смену им приходят категории дискретности. «Первым наивным впечатлением, производимым явлениями природы и материи, является впечатление чего-то непрерывного, континуального. Если мы имеем перед собой кусок металла или некоторый объем жидкости, то нам навязывается представление о том, что они неограниченно делимы, что сколь угодно малый кусок их опять-таки обладает теми же свойствами. Но повсюду, где методы исследования достаточно усовершенствованы, мы наталкиваемся на границы этой делимости, которые лежат не в несовершенстве нашего опыта, а в природе самой вещи, так что можно было бы прямо-таки воспринять тенденцию современной науки как освобождение от бесконечно малого; теперь можно было бы старому тезису *natura non facit saltus* противопоставить антитезу: природа делает скачки»². Следом за сменой физических представлений идет смена математических методов. Непрерывный математический анализ все чаще оказывается непригодным в области микромира и заменяется новым математическим аппаратом, отмеченным идеей дискретности, например, матричным исчислением, формализмом обобщенных функций типа интеграла Стильтьеса, δ -функции Дирака и т. п. Даже там, где непрерывные выражения сохраняются, как в случае уравнения Шредингера, они дополняются такими требованиями, которые по существу сводят непрерывную задачу к дискретной. Одним словом, в современ-

² Д. Гильберт. О бесконечном (см. кн. Д. Гильберт. Основания геометрии. М., 1948, стр. 341).

ной физике микромира явно чувствуется тенденция освободиться от непрерывного математического аппарата как от постоха, который физика уже переросла, и работать с новым, дискретным аппаратом, отражающим уже не только феноменологию мира, но и «мира внутреннюю связь».

История модификаций математического анализа в направлении учета элемента дискретности представляет собою не ряд разрозненных и случайных замечаний, как это имеет место в случае дискретной геометрии, но непрерывную ветвь развития, которая образует заметное явление в истории математики и уже содержит много важных результатов. Свое происхождение эта ветвь, возникшая одновременно с возникновением анализа, берет в работах по интерполяции и приближенным вычислениям; крупные вклады в нее были сделаны такими корифеями математической науки, как Ньютон и Тейлор, Стирлинг и Лаплас, Гаусс и Марков. Уже в XIX веке работы этого цикла образовали большой самостоятельный раздел математического анализа — исчисление в конечных разностях. Между прочим, среди систематических изложений разностного исчисления в то время видное место занимают курсы русских авторов — «Дифференциальное и разностное исчисление» С. С. Урусова (1863 г.), «Исчисление конечных разностей» А. А. Маркова (1896 г., 2-е, дополненное издание — 1910 г.), «Исчисление конечных разностей» Д. Ф. Селиванова (1903 г.).

Разностное исчисление продолжает разрабатываться и в настоящее время, причем область применения его непрерывно расширяется. «Метод конечных разностей является не только одним из наиболее употребительных в настоящее время методов вычисления приближенных решений тех или иных задач для уравнения в частных производных, но и весьма общим и сравнительно простым методом доказательства теорем существования и исследования дифференциальных свойств решения этих задач»³. Расширяется и прикладное значение метода. В последние годы мощным стимулом для его развития явилось применение его в теории кибернетических и счетнорешающих устройств⁴. Одним словом, исчисление в конечных разностях образует живую и развивающуюся ветвь современной математики.

Метод конечных разностей представляется весьма подходящим отправным пунктом для построения математики дискретного мира. Основная идея метода конечных разностей — идея конечной неделимой величины — это ведущая идея концепции дискретности. Развивая этот метод, математики, таким образом, работают для концепции, которой, как мы пытаемся дока-

³ О. А. Ладыженская, Метод конечных разностей в теории уравнений с частными производными (УМН, 12, 123, 1957).

⁴ См., например, А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. О наилучших разностных схемах (УМН, 14, 185—188, 1959).

зять, принадлежит будущее. Однако все прогрессирующие в настоящее время линии развития этого метода далеки от интересов физики микромира. С точки зрения физики, разностное исчисление в его современном виде еще слишком академично, оно еще не прониклось духом тех проблем, которые стоят перед физикой сегодняшнего дня, или, лучше сказать, совершенно не считается с ними.

В данных условиях было бы крайне желательно поощрить математиков на разработку разностного исчисления в направлении, диктуемом потребностями и интересами физики микромира. Математики должны прийти на помощь физикам; но прежде физики должны поставить задачу математикам.

В настоящем параграфе дан краткий обзор тех элементов разностного исчисления, которые уже нашли применение при обсуждении различных физических проблем и позволили получить те или иные положительные результаты. Обзору я постарался придать по возможности связную форму, строя его, как это делается и при построении курсов разностного исчисления, по аналогии с системой непрерывного математического анализа, в форме критики, с точки зрения концепции дискретности, отдельных положений этого анализа и соответствующей переформулировки их.

* * *

В качестве отправного пункта при построении математического анализа дискретного мира кажется правильным выбрать представление о решетчатом пространстве-времени, т. е. о множестве декартовых координат, удовлетворяющих условию:

$$\begin{aligned}x &= ar_1, \\y &= br_2, \\z &= cr_3, \\t &= dr_4,\end{aligned}\tag{44}$$

где a, b, c и $d=0, \pm 1, \pm 2\dots$. Пологая, ради простоты,

$$r_1 = r_2 = r_3 = cr_4 = \rho,$$

получим кубическую гиперрешетку⁵.

В соответствии с дискретной структурой области изменения аргументов должны быть пересмотрены все остальные понятия анализа. Так, на место функции, определенной во всех точках области, надо поставить функцию, определенную только в узлах решетки, т. е. по существу, функцию индексов, типа u_{abcd} .

⁵ V. Ambarzumjan, D. Iwanenko. Zur Frage nach Vermeidung der unendlichen Selbstrückwirkung des Elektrons (ZPh, 64, 563—567, 1930).

Величины обычного вида можно получить, введя в рассмотрение, например,⁶ среднее за период значение функции

$$\varphi(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t u(x) dx. \quad (45)$$

Далее, на место дифференциалов координат, dx надо поставить элементарные интервалы, ρ ; на место дифференциалов от функций одного аргумента — конечные разности, среди которых следует различать «переднюю», $u(x+\rho) - u(x)$, «заднюю» $u(x) - u(x-\rho)$ и «симметричную», $u(x+\rho) - u(x-\rho)$. Соответственно, место обыкновенных производных первого порядка займут передняя, задняя и симметричная разностные производные:

$$\frac{du}{dx} \rightarrow \begin{cases} \nabla u = \frac{u(x+\rho) - u(x)}{\rho} \\ \nabla' u = \frac{u(x) - u(x-\rho)}{\rho} \\ \nabla'' u = \frac{u(x+\rho) - u(x-\rho)}{2\rho} \end{cases}, \quad (46)$$

Легко видеть, что во всех случаях при $\rho \rightarrow 0$ разностные производные переходят в обычные, дифференциальные производные.

Аналогично совершается пересмотр классических определений дифференциалов и производных в случае функций нескольких аргументов. Например, в случае двух аргументов, x и y , получим вместо первых частных производных утроенное число разностных производных:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \rightarrow \begin{cases} \nabla_x u = \frac{u(x+\rho, y) - u(x, y)}{\rho} \\ \nabla'_x u = \frac{u(x, y) - u(x-\rho, y)}{\rho} \\ \nabla''_x u = \frac{u(x+\rho, y) - u(x-\rho, y)}{2\rho} \end{cases} \quad (47)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \rightarrow \begin{cases} \nabla_y u = \frac{u(x, y+\rho) - u(x, y)}{\rho} \\ \nabla'_y u = \frac{u(x, y) - u(x, y-\rho)}{\rho} \\ \nabla''_y u = \frac{u(x, y+\rho) - u(x, y-\rho)}{2\rho} \end{cases}$$

⁶ F. Möglichen, R. Rompe. Über einige Folgerungen aus der Existenz eines kleinsten Zeitintervalles (Z.Ph., 113, 740—750, 1939).

Определив разностные частные производные первого порядка, мы можем формально переписать в них соответствующие уравнения физики. Например, уравнению Дирака можно придать такой вид:

$$(\Sigma \alpha_\nu \nabla_\nu + \kappa) \psi = 0 \quad (48)$$

Однако такая запись нарушает релятивистскую инвариантность уравнения⁷. Сохранить ее можно с помощью усреднения уравнения по четырехмерной группе вращений. Для этого введем симметричный оператор усреднения, выбрав его так, чтобы при $\rho \rightarrow 0$ он обращался в единицу:

$$I_\nu u = \frac{u(x_\nu + \rho) + u(x_\nu - \rho)}{2}, \quad (49)$$

и запишем уравнение Дирака в виде:

$$(\Sigma \alpha_\nu \nabla_\nu I_\nu + \kappa) \psi = 0. \quad (50)$$

Разностные производные второго и более высокого порядков естественно определять по тому же правилу. Число различных вариантов таких производных, отвечающих одной и той же дифференциальной производной, будет при этом быстро возрастать. Однако не все из них целесообразно принимать во внимание. Например, в случае производной второго порядка разумно будет ограничиться рассмотрением только четырех вариантов разностных производных, именно передне-передней, задне-задней, симметричной (передне-задней или задне-передней) и дважды симметричной. Эти четыре типа производных выглядят следующим образом:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} \rightarrow \begin{cases} \Delta u \equiv \nabla^2 u = \frac{u(x+2\rho) - 2u(x+\rho) + u(x)}{\rho^2}, \\ \Delta u \equiv \nabla^2 u = \frac{u(x) - 2u(x-\rho) + u(x-2\rho)}{\rho^2}, \\ \Delta u \equiv \nabla(\nabla u) = \nabla(\nabla u) = \frac{u(x+\rho) - 2u(x) + u(x-\rho)}{\rho^2}, \\ \Delta u \equiv \nabla^2 u = \frac{u(x+2\rho) - 2u(x) + u(x-2\rho)}{4\rho^2}. \end{cases} \quad (51)$$

В математической физике вторые частные производные представляют наибольший интерес как компоненты оператора Лапласа (Даламбера): этот оператор входит в уравнения и квантовой механики, и теории поля. В пользу того, что он сохраняет свое значение и в дискретном математическом анализе, говорит следующее обстоятельство⁸: для всех трех типов уравнений вто-

⁷ B. Darling. The irreducible volume character of events (PhR, 80, 460—466, 1950).

⁸ R. Courant, K. Friedrichs, H. Lewy. Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik (Mathematische Annalen, 100, 32—74, 1928); перевод в УМН, 8, 125—160, 1940.

рого порядка — эллиптического, параболического и гиперболического — решения разностных уравнений при стремлении периода решетки к нулю переходят в решения соответствующих дифференциальных уравнений. Отсюда, по всей видимости, следует, что общий вид уравнения второго порядка в новом анализе сохранится прежним, в частности, сохранится важная роль уравнения Лапласа (Даламбера).

Различные варианты разностного оператора Лапласа комбинируются из формул (51) без всякого труда. Например, в случае функции двух переменных симметричный оператор Лапласа имеет вид:

$$\Delta u \equiv \frac{1}{\rho^2} [u(x + \rho, y) + u(x - \rho, y) + u(x, y + \rho) + u(x, y - \rho) - 4u(x, y)]. \quad (52)$$

Между прочим, здесь в квадратных скобках стоит избыток суммы функции в четырех узлах, соседних по отношению к данному, над учетверенным значением функции в данном узле⁹, причем этот избыток равен нулю во всех узлах решетки только при условии, что функция постоянна¹⁰.

Анализ уравнения Лапласа с оператором (52) в пустом пространстве, ограниченном стенками прямоугольной ямы, сводится к решению системы линейных уравнений, число которых равно числу узловых точек внутри рассматриваемой области. Точность решения зависит от числа узловых точек, но решение хорошо сходится с увеличением этого числа в пределах одного-двух десятков¹¹.

Разностная форма типа (52) — не единственный способ записи оператора Лапласа в дискретном пространстве. Возможность других форм подсказывает квантовомеханическая интерпретация импульсов

$$p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \text{ и т. п.,}$$

с помощью которой лапласиан в непрерывном пространстве может быть записан в форме:

$$\Delta = \frac{i}{\hbar} \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial p_z}{\partial z} \right). \quad (53)$$

Как видим, мы понизили дифференциальный порядок оператора, но сделали это ценой введения в оператор одновременно и пространственных, и импульсных координат. Соответственно с этим, дальнейшие преобразования оператора должны охва-

⁹ См. сс. 8, стр. 128, русского перевода.

¹⁰ С. Л. Соболев. Об единственности решения разностных уравнений эллиптического типа (ДАН, 87, 179—182, 1952).

¹¹ Амбарцумян, Иваненко, сс. 5.

тывать оба представления. Пусть φ_s — значение функции φ в узле s кубической пространственной решетки с постоянной ρ . Для перехода к пространству импульсов примем обычную формулу.

$$\varphi(k) = \sum \varphi_s e^{-ikx_s},$$

где k — волновое число. Тогда, как показал Венцель¹², оператор Лапласа будет действовать на функции φ в узловых точках по закону:

$$\Delta\varphi_r = -\frac{\rho^{3/2}}{(2\pi)^3} \sum \left(\int k^2 e^{ik(x_r - x_s)} (dk)^3 \right) \varphi_s. \quad (54)$$

На примере анализа ядерного взаимодействия между нуклоном и скалярным мезоном в предположении сильной связи Венцель показал далее, что, благодаря применению лапласиана указанного вида, анализ задачи упрощается и приводит к нескольким результатам, чем в случае оператора (52).

Еще одна форма записи оператора Лапласа в дискретном пространстве была получена Шиффом¹³ посредством следующих преобразований. Вводим в рассмотрение функцию

$$f(r - r_s) = \frac{1}{(N\rho)^3} \sum e^{-ik(r - r_s)},$$

обладающую тем свойством, что функция

$$\psi_s = \rho^{3/2} \int f(r - r_s) \psi(r) (dr)^3$$

имеет смысл средней величины некоторого непрерывного поля $\psi(r)$ на расстоянии ρ от узла решетки s . Оператор Лапласа для таких усредненных функций выражается следующей интегральной формой:

$$\int \Delta\psi dv = \frac{1}{N} \sum_s \sum_t \left(\int k^2 e^{ik(x_t - x_s)} (dk)^3 \right) \psi_s \psi_t. \quad (55)$$

Итак, в рамках математического анализа дискретного мира мы имеем уже три разных формы записи оператора Лапласа. Возможность других форм записи, сравнительный анализ их, выяснение их специфических особенностей, вообще, весь круг относящихся сюда вопросов еще ждет своих исследователей.

В дискретном математическом анализе важное место должны, несомненно, занимать правила перехода от значения функции в одной точке к значению функции в другой точке, находя-

¹² G. Wentzel. Zum Problem des statischen Mesonfeldes (NPhA, 13, 269—308, 1940).

¹³ L. Schiff. Lattice-space quantization of a nonlinear field theory (PhR, 92, 766—779, 1953).

шейся от первой на расстоянии ρ . В классическом анализе эти правила выражаются рядом Тейлора:

$$u(x + \rho) = u(x) + \frac{\rho}{1!} u'(x) + \frac{\rho^2}{2!} u''(x) + \frac{\rho^3}{3!} u'''(x) + \dots$$

Если предположить, что ряд Тейлора сохранит подсобное значение и в новом анализе, то представится возможность выразить разностные производные через обычные, дифференциальные производные. Например, вторая задне-задняя разностная производная выразится через обычные равенством¹⁴

$$\Delta u = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n - 2}{n!} (-\rho)^{n-2} \frac{d^n u}{dx^n}. \quad (56)$$

Благодаря малости параметра ρ практическое значение имеют только первые члены этого ряда, так что, собственно, можно брать:

$$\Delta u = \frac{d^2 u}{dx^2} - \rho \frac{d^3 u}{dx^3}. \quad (57)$$

Ряд Тейлора в сокращенной, операторной записи имеет вид:

$$u(x + \rho) = e^{\rho \frac{d}{dx}} u(x). \quad (58)$$

Фигурирующий здесь оператор $e^{\rho \frac{d}{dx}}$ справедливо называть «оператором конечного смещения»¹⁵. Между прочим, линейная комбинация таких операторов также имеет смысл оператора конечного смещения, причем эти смещения могут образовывать всюду непрерывное множество.

В дальнейшем, ради удобства, в записях, будем полагать

$$\frac{d}{dx} = \sigma.$$

С помощью оператора конечного смещения ранее введенные нами операторы разностных производных (46) и оператор усреднения (49) запишутся в новой, не лишенной интереса форме. Например, для симметричного случая получим:

$$I = \frac{e^{\rho\sigma} + e^{-\rho\sigma}}{2} \cosh(\rho\sigma),$$

$$\nabla = \frac{e^{\rho\sigma} - e^{-\rho\sigma}}{2\rho} = \frac{\sinh(\rho\sigma)}{\rho}. \quad (59)$$

¹⁴ Мёглих, Ромпе, сс. 6.

¹⁵ B. Darling, P. Zilsel. The theory of finite displacement operators and fundamental length (PhR, 91, 1252--1256, 1953).

Отсюда, во-первых, следует, что операторы I и ∇ связаны друг с другом соотношением

$$\nabla = -\frac{1}{\rho^2} \frac{dI}{d\sigma};$$

во-вторых, вытекает возможность рассматривать эти два оператора как два частных решения «волнового уравнения»¹⁶.

$$\left(\frac{d^2}{d\sigma^2} + \rho^2\right)L(\sigma) = 0.$$

В интересах квантовой теории было бы важно выяснить способы проведения в решетчатом пространстве-времени таких характерных для этой теории процедур, как квантование свободных полей, учет взаимодействия и определение матрицы рассеяния. Во всех этих направлениях уже сделаны первые попытки. Так, был развит метод квантования волновых функций, определенных только в узлах пространственной решетки, но отличных от нуля и в некоторой окрестности узлов: такой прием позволил заменить δ -функции в перестановочных соотношениях собственными функциями;¹⁷ S -матрицу в дискретном пространстве-времени было предложено определять преобразованием¹⁸

$$\psi(x) = \sum_i S(x - x_i) \psi(x_i).$$

Обстоятельное исследование вопроса показало, что S -матрица действительно может быть определена только в узлах решетки. При этом она свободна в первом приближении от бесконечных членов и, выраженная через гамильтонианы взаимодействия $\mathcal{H}(x_i)$, имеет вид:

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \sum_{x_1=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{x_n=-\infty}^{\infty} P[\mathcal{H}(x_1) \dots \mathcal{H}(x_n)]. \quad (60)$$

Здесь P — хронологический оператор дайсонова типа¹⁹.

Перечисленными замечаниями, насколько мне известно, исчерпывается все то сколько-нибудь важное, что уже сделано в математике в процессе применения элементов разностного исчисления к анализу физических проблем микромира. Бедность и отрывочный характер замечаний не нуждаются в оправдании:

¹⁶ Там же.

¹⁷ G. Heber. Zur Theorie der Elementarteilchen. III. Quantenfeldtheorie für ausgedehnte Nucleonen.— ZPh, 144, 39—55, 1956.

¹⁸ Ю. Ломсадзе, Б. Максимов. Об одной идее построения теории нелокализуемых полей.— Некоторые проблемы современной физики ядра в элементарных частиц. Ужгородский государственный университет. Сборник статей. № 1. Львов, 1957, стр. 14—18.

¹⁹ A. Das. Cellular space-time and quantum field theory.— NC, 18, 482—504, 1960.

ведь это только первые шаги в новой, еще не освоенной области, так сказать, первые мазки на полотне, которому еще только предстоит стать картиной. Нет сомнения, что плодородная почва классического анализа способна дать материал для многих других интересных и ценных выводов и переформулировок; нет сомнения также в том, что разработка этих богатств — дело ближайшего будущего, так как создание математического анализа дискретного мира становится все более насущной проблемой нашего времени.

Дискретный анализ, по всей вероятности, необходим, как уже не раз подчеркивалось, для физики, но было бы неправильно недооценивать важность его и для математики. В ряде вопросов разностное исчисление уже доказало свое превосходство над дифференциальным исчислением, например, позволив лучше понять некоторые внутренние связи в теории многозначных функций²⁰. Большие возможности открыты перед разностным исчислением также в области изучения наиболее тонких, своеобразных, не повторяющихся эффектов, ибо, как мы уже имели случай подчеркнуть это, истины непрерывного анализа отличаются общностью и универсальностью, тогда как дискретный анализ несет на себе печать своеобразной индивидуальности²¹.

Тем не менее, в математике, к сожалению, еще господствует тенденция при обсуждении проблем дискретности, как можно скорее переходить от разностных выражений к дифференциальным и интегральным. «В результате этого, — отмечает Нерлунд, — математики воруют у себя возможность более глубокого проникновения в проблемы».²² Освобождение от этой архаической тенденции, извлечение из разностного исчисления всего того, что оно способно дать, выяснение, если можно так выразиться, тонкой структуры математического анализа с целью, главным образом, его физических применений — таковы ближайшие задачи, стоящие перед математиками нашего времени.

Итак, отличие разностного исчисления от дифференциального есть отличие частного от общего, индивидуального от коллективного, причем обусловлено оно, судя по всему, тем, что предельные переходы, на которых построено дифференциальное исчисление, скрадывают некоторые математические нюансы разностного исчисления. Один взгляд на формулы (46), (47) и (51), показывающие, каким пышным веером рассыпается разнообразие разностных выражений, обезличиваемое и нивелируемое дифференциальной формой производных, подтверждает правиль-

²⁰ N. Nörlund. Vorlesungen über Differenzenrechnung, Berlin, 1924, S. 1.

²¹ Н. Бугаев. Математика и научно-философское мирозерцание. — ВФП, 5, 701, 1898.

²² Сс. 20, стр. 1.

ность этих слов. Данное различие разностного и дифференциального исчислений может оказаться принципиально важным в процессе будущего развития науки. Дело в том, что развитие науки в некотором роде представляет собой процесс постоянно возрастающей индивидуализации объекта познания. На начальной стадии познания объект воспринимается как нечто безликое и однородное, затем исследователь начинает различать детали там, где он раньше видел только сплошное пятно (ср. I, стр. 142). Не исключено поэтому, что очередной переход на более высокий уровень научного познания природы будет связан именно с применением разностного исчисления, с заменой разностным исчислением применяющегося ныне дифференциального исчисления. Положительные результаты § 5.1, в котором рассматриваются попытки такой замены, согласуются с таким взглядом на роль разностного исчисления.

Другими отраслями математики, имеющими, как можно думать, близкое отношение к дискретному анализу, являются теория функций от области и теория обобщенных функций.

1. Областью в математике называется конечная величина, пределом которой служит точка. Область математики, иначе говоря, это аналог реального физического тела; точка же математики, так же как материальная точка физики, суть абстракции, которые справедливы лишь до определенных границ. Как отмечал Лебег, «точка есть не что иное, как предельное представление о все меньшем и меньшем теле; функция точки может быть введена в физику только как предел функции тела, или функции области».²³

Функции области обычно интерпретируются как средние функции точки в некоторой области точек. В этом смысле история функций от области берет начало в работах Римана по суммированию расходящихся рядов.²⁴ Однако с тех пор в данной отрасли математики было сделано очень немного. Среди достойных упоминания результатов можно назвать, например, установление родства между функцией области и интегралом Стильтьеса: интеграл Стильтьеса представляет собой интеграл от произведения обычной, точечной функции, $f(x)$ и функции от области, $u(\omega)$, т. е. интеграл вида $\int_{\Omega} f(x) u(\omega) d(\omega)$, где $x \in \omega \in \Omega$.²⁵ Еще меньше сделано в направлении применения теории функции от области к решению физических задач: здесь предпринимаются

²³ H. Lebesgue. Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives, P., 1928, p. 292 et 293. См. также Н. Н. Лузин. Современное состояние теории функций действительного переменного. М., 1933, стр. 15.

²⁴ См. Günther. Sur les intégrales de Stieltjes et leurs applications aux problèmes de la physique mathématique.— Travaux de l'Institut physico-mathématique Stekloff, N 1, 1932, p 2.

²⁵ Там же, стр. 48.

-пока только первые, осторожные и еще не приводящие к определенным результатам шаги²⁶.

2. Теория обобщенных функций, или распределений в смысле Соболева — Шварца — еще совсем молодая отрасль математики — «возникла в связи с задачами физики и находит в ней все более широкое применение». ²⁷ Надежды на важную роль в будущем этой новой дисциплины основываются на успешном опыте применения в физике аппарата специальных функций Хевисайда и Дирака, а также интеграла Стильтьеса — выражений, объединяющей модификацией которых и являются обобщенные функции. Тому, что прежде применялось более по интуиции, чем по правилам, теперь пытаются дать строгое обоснование; понятия, которые долгое время считались незаконнорожденными, пытаются сделать собственной областью математики. Поскольку характерной чертой всех этих понятий является элемент дискретности, рассматриваемый или изолированно, как это имеет место в случае функций Хевисайда и Дирака, или совместно с элементом непрерывности, как это имеет место в случае интеграла Стильтьеса, теория обобщенных функций в смысле Соболева — Шварца с полным правом может считаться передовым фронтом современной математики на направлении концепции дискретности.

В применении к физике одну из первых задач теории обобщенных функций можно видеть в такой формулировке уравнений движения, при которой не появляются произведения обобщенных функций, типа квадратов δ -функции Дирака: эти величины, не имея математического смысла, соответствуют в физике явлениям, также не имеющим смысла, именно расходимостям. ²⁸ Такая формулировка, как кажется, может быть дана, ²⁹ но чего-либо принципиально нового на этом пути получить пока не удалось.

* * *

Общей чертой исчисления в конечных разностях, теории функций от области и теории обобщенных функций до сих пор было развитие по аналогии, путем соответствующих переформу-

²⁶ Например, Ю. Ломсадзе. Квантование свободных полей в обобщенной квантовой теории (там же, где сс. 18, стр. 6—13). О новом подходе к проблеме построения теории нелокализуемых полей. — Доклады и сообщения Ужгородского государственного университета. Серия физико-математическая и химическая, 1, 3—5, 1957.

²⁷ Н. Боголюбов. Предисловие к русскому изданию книги: Л. Шварц. Применение обобщенных функций к изучению элементарных частиц в релятивистской квантовой механике. М., 1964, стр. 5.

²⁸ H. Jordan. Begrenzung der Lokalisierbarkeit von Wechselwirkungen in der Quantentheorie der Elementarteilchen und Felder. — ZN, 8a, 341—352, 1953.

²⁹ Там же.

лировок положений точечного анализа. По-видимому, и впредь некоторое время можно будет идти по тому же пути, но на каком-то этапе его метод аналогий и переформулировок должен оказаться исчерпанным. Тогда придется оторваться от классической почвы, отказаться от помощи классических «лесов» и вступить в область оригинального математического творчества — в собственную область математики дискретного мира. Эта новая математика, надо думать, будет находиться по отношению к классической примерно в том же положении, в каком квантовая физика находится к классической физике, т. е. будет сводиться к ней, но не выводиться из нее. Для продвижения вперед потребуется поэтому деятельность умов гениальных. Поприще для них, возможно, окажется не менее широким, чем в случае классической математики, т. е. работы хватит на несколько поколений. В практической важности новой математики сомневаться не приходится: ведь это будет математика реального, живого, окружающего нас и составляющего нас мира. Что касается внутренней привлекательности новой математики, то и в этом отношении дискретная математика несколько не уступает непрерывной. Истины дискретной математики «привлекают к себе своей таинственностью и поразительной красотой <...> Своим изяществом они пробуждают в ученом чувство научной красоты, удовлетворяющее его независимо от того, имеют или не имеют они приложение к непосредственному объяснению явлений жизни и природы».³⁰

Какая это заманчивая задача — создать новую математику, опираясь на великий свод математики классической! Как важно для математиков, особенно молодых, понимать, где лежат еще не разработанные карьеры их науки; как важно для них знать, что математический аппарат новой физики еще ждет своих Лагранжей и Гамильтонов!

³⁰ Бугаев, сс. 21, стр. 701. См. также в том же томе стр. 451.

НЕРЕШЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ НЕПРЕРЫВНОГО МИРА

Если бы существующие теории удовлетворительно объясняли все известные факты, потребность в новых теориях не возникала бы. Значит, не напору нового, но бессилию старого обязаны мы сменой научных взглядов.

Физика непрерывного мира (точнее следовало бы сказать: физика в условиях непрерывного пространства-времени), под которой я понимаю здесь всю совокупность современных физических теорий, не выходящих за рамки обычных квантовых и релятивистских представлений, оказалась не в состоянии решить целый ряд важных проблем. Уже десятки лет она безуспешно стучится в проблему элементарных частиц, в проблему ядерных сил и во многие другие проблемы. Разве в подобных условиях не вправе была бы физика дискретного мира, слегка потеснив свою предшественницу, попросить: «Позвольте постучать и мне»? К сожалению, сейчас невозможно проявить такую инициативу, так как физики дискретного мира еще нет. Работы в данной области находятся еще в состоянии первозданного хаоса и, правду говоря, лишь имея определенное предубеждение, на сонм идей, высказанных в связи с концепцией дискретности, можно смотреть как на некую руду, из которой постепенно выплавляется будущая физическая теория.

Сейчас, когда эта теория еще не создана, ни одна из предложенных идей и ни одно из наметившихся направлений не могут получить однозначной и окончательной оценки: все они требуют определенного скепсиса, ибо еще очень много ложного рассеяно среди них; но, с другой стороны, все они заслуживают внимания, ибо не исключено, что «золотое яблоко успеха» окажется растущим на отдаленной и внешне незаметной веточке дерева науки. Историк, проникший в эту область физики, чувствует себя в положении натуралиста, собирающего цветы по обширному полю: то тут, то там встречается ему нужный цветок, и хотя если долго блуждать по страницам журналов, можно набрать много

«цветов», сделать из них «букет» — не легкое дело. Я попытался это сделать, ориентируясь на нерешенные проблемы современной, непрерывной физики как на цель, которая должна манить будущую, дискретную физику.

Кроме того, я различаю — и это второй важный момент содержания и композиции остальной части данной книги — два рода исследований по физике дискретного мира: принципиальные и эпизодические. К разделу принципиальных исследований мною отнесены только те, в которых, на мой взгляд, содержится принципиальный подход к проблеме и выражено стремление не просто решить ту или иную задачу, но и наметить единственно правильный метод решения этих задач. Изложению этих работ посвящена следующая, 6 глава. Все остальные работы или все остальные идеи каждой данной работы отнесены мною к разряду эпизодических. На них я смотрю как на потенциальные элементы будущей теории, как на частные приложения и конкретные варианты этой теории, как на дискуссию проблем этой теории. Естественно, что они особенно отчетливо группируются вокруг нерешенных проблем современной физики. Им посвящена настоящая 5 глава.

Для решения вопроса о том, какие из нерешенных проблем физики подлежат нашей дискуссии, я воспользуюсь эвристическими указаниями рассмотренного в предыдущей главе математического анализа дискретного мира.

§ 5.1. Применение нового математического аппарата

В § 4.2 мы познакомились с основами математического аппарата дискретного пространства и времени. Посмотрим теперь, что дало применение его к конкретным физическим задачам.

Знакомство с новым аппаратом естественно начать с обсуждения простейшего физического процесса — свободного движения частицы. Исходить при этом следует из классического уравнения данного процесса,

$$\mu \ddot{x} = 0, \quad (61)$$

и заменить в этом уравнении обычную, дифференциальную производную соответствующей конечной разностью, т. е. взять, например,

$$\mu \Delta x = 0, \quad (62)$$

где символ Δ определяется формулой (51). Это уравнение, с точностью до членов второго порядка, имеет вид (см. 57):

$$\mu \ddot{x} - \mu t \dddot{x} = 0. \quad (63)$$

Последнее уравнение своею формой напоминает¹ классическое уравнение движения электрона с учетом радиационного затухания,

$$m\ddot{x} - \frac{2}{3} \frac{e^2}{mc^3} \ddot{x} = 0. \quad (64)$$

Это совпадение не может не казаться странным: ведь наши рассуждения относились к любой частице, в том числе, к электрически нейтральной; кроме того, мы считали движение свободным, т. е. не учитывали ни трение, ни излучение. Поэтому, строго говоря, между классическим уравнением движения электрона (64) и полученным нами уравнением (63) нет ничего общего. Если, однако, посмотреть на вещи иначе, т. е. обнаруженное совпадение уравнений считать не случайным, но, напротив, усматривать в нем глубокий смысл, то мы получим возможность утверждать, что математический аппарат дискретного мира, во-первых, автоматически учитывает затухание, во-вторых, дает уравнения специально для движения электронов. Оба заключения звучат очень лестно для концепции дискретности, свидетельствуя об ее необыкновенной плодотворности.

Напомню, что к выводу об исключительной роли электрона в дискретном пространстве-времени мы уже приходили до этого дважды — при обсуждении свойства изотаксии (§ 2.1) и при анализе идеи элементарных интервалов (§§ 3.1 и 3.3); а органическую связь электрического заряда с пространственно-временной дискретностью констатировали трижды — на стр. 95, 102 и 163.

Сравнение уравнений (63) и (64) позволяет определить величину параметра τ , а вместе с тем и величину коэффициента k в формуле (17): $k = 2/3$.

Отметим, между прочим, что, если при обсуждении рассмотренной задачи исходить не из концепции дискретного времени, а из идеи периодичности явлений природы, то все предыдущие рассуждения надо будет повторить, понизив их ранг дискретности на единицу, т. е. кладя в основу прерывность изменения количества движения или скорости, а не координат, иначе говоря, исходя из формулы (19), а не из формулы (62). Это приведет к уравнению, отличающемуся от (63) только коэффициентом во втором члене². Как следствие, коэффициент k в формуле (17) окажется равным $4/3$, т. е. в два раза больше, чем в теории дискретного времени. При желании, с этим различием можно связывать будущее решение того спора между сторонниками дискретности и приверженцами периодичности, который обсуждался нами в конце § 3.3.

¹ F. Möglicher, R. Rompe. Über einige Folgerungen aus der Existenz eines kleinsten Zeitintervalles (ZPh, 113, 740—750, 1939).

² P. Caldirola. Sull'equazione del moto dell'elettrone nell'elettrodinamica classica.—NC, 10, 1747—1752, 1953.

Рассмотрим теперь более сложный процесс — движение частицы под действием внешней силы. Пусть эта сила будет упругой, т. е. пусть наша частица представляет собой гармонический осциллятор.

Анализ этой задачи произвели Мёглих и Ромпе в 1939 г.³ Определяя наблюдаемые физические величины как средние за время τ интегралы от разностных величин (см. формулу 45), они получили следующие результаты:

1. Колебания осциллятора в условиях дискретного времени всегда затухающие (ср. аналогичный вывод о свободном движении); причиной затухания следует считать диссоциацию энергии, аналогичную электромагнитному излучению. Последнее обстоятельство указывает на существование внутренней связи между электромагнитным полем и свойствами дискретного пространства-времени.

2. Затухание осциллятора существенно зависит от вида разностной производной, именно, если брать передне-переднюю производную, осциллятор с течением времени не затухает, а, наоборот, увеличивает амплитуду колебаний. Поскольку передне-передняя производная получается из задне-задней заменой t на $-t$, отсюда следует заключить о существовании внутренней связи между дискретностью времени и однонаправленностью течения времени.

3. Для частоты колебаний и элементарного интервала времени имеет место неравенство $\tau < \frac{1}{4\nu}$, смысл которого состоит, по-видимому, в том, что с помощью осциллятора нельзя измерять время точнее, чем до четырехкратной величины элементарного времени; а так как осциллятор является самым точным прибором для измерения времени, более точное измерение, чем указано, приходится признать, в согласии с выводами § 3.1, вообще невозможным.

Далее, разумно сосредоточить внимание на уравнении Лапласа, центральном уравнении многих разделов физики. Задача Лапласа принадлежит к числу статических задач; в этом отношении она существенно отличается от двух, уже рассмотренных, динамических задач. В частности, если там дискретным предполагалось время, то здесь дискретными свойствами надо наделить пространство, т. е. надо рассматривать трехмерную пространственную решетку (см. (44)).

Анализ уравнения Лапласа в кубическом решетчатом пространстве был произведен Амбарцумяном и Иваненко в 1930 г.⁴ В основу расчета они положили лапласиан передне-переднего типа (см. формулу 51). Помещая в одном из узлов решетки

³ См. сс. 1.

⁴ V. Ambarzumian, D. Iwanenko. Zur Frage nach Vermeidung der unendlichen Selbstrückwirkung des Elektrons (ZPh, 64, 563—567, 1930).

точечный электрон, они искали решение неоднородного уравнения Лапласа в форме функции Грина, переходящей на больших расстояниях от центра в закон Кулона. Вычисления были произведены для случаев одной, семи и девятнадцати узловых точек. Среди полученных результатов наибольший интерес представляет выражение для собственной энергии электрона:

$$\varepsilon = 1,6 \frac{e^2}{\rho}. \quad (65)$$

Важность этого результата трудно переоценить. Он означает, что в рамках дискретного пространства удалось преодолеть застарелую трудность теории поля — избавиться от бесконечного значения для собственной энергии электрона. Как видно из (65), полученное выражение для энергии обращается в бесконечность только при $\rho \rightarrow 0$, т. е. при переходе к непрерывному пространству; конечное значение для энергии является, следовательно, прямым следствием дискретности пространства.

Если всей массе электрона приписывать полевое происхождение, из формулы (65) для коэффициента k в формуле (15) получится 1,6.

Наиболее серьезное возражение против рассмотренного решения уравнения Лапласа заключается в релятивистской инвариантности метода, которым это решение было получено. На результат (65) можно, следовательно, смотреть лишь как на приближенный и ориентировочный.

Релятивистский расчет собственной энергии электрона в условиях дискретного пространства был произведен 30 лет спустя после изложенного нерелятивистского расчета⁵. Был применен как обычный метод теории возмущений, так и специальная процедура обрезания. В обоих случаях по невыясненным причинам для коэффициента k получилась величина, на целый порядок, в первом случае — большая, во втором — меньшая ожидаемой.

Релятивистская инвариантность одного расчета и неудовлетворительность количественных результатов другого, умаляя ценность этих вычислений, не лишают, однако, силы те обнадеживающие замечания, которые были сделаны выше в связи с качественной стороной результатов для собственной энергии частиц в условиях ячеистого пространства.

Обратимся, наконец, к одному из важнейших уравнений релятивистской квантовой теории — к уравнению Дирака. Поскольку уравнение Дирака является релятивистским, пространство и время при обсуждении его должны рассматриваться на равных правах, т. е., в нашем случае, в равной мере дискретными (см. группу формул (44)). Впрочем, если ограничиться, ради

⁵ A. Das. Cellular space-time and quantum field theory.—NC, 18, 482—504, 1960.

простоты, рассмотрением только свободного движения электрона, временная координата выпадет и, следовательно, существенным становится дискретность только пространства. Иначе говоря, и эта задача является статической.

Анализ этой задачи предпринял Дарлинг в 1950 г.⁶ Он исходил из уравнения (50), выбор которого был обоснован им соображениями, изложенными нами в § 4.2. Учтя, кроме того, требование самосопряженности разностных операторов и некоторые особенности предпринятого исследования, он придал уравнению Дирака форму

$$(\Sigma \alpha_\nu \nabla_\nu I_\nu + \kappa I) \psi = 0, \quad (66)$$

где

$$I = \Pi I_\nu.$$

После ряда преобразований это разностное уравнение было сведено к дифференциальному уравнению следующего вида:

$$\left(\sum \frac{4J_2(z)}{z^2} \alpha_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + \kappa \frac{J_1(z)}{z} \right) \psi = 0, \quad (67)$$

где J_1 и J_2 — функции Бесселя первого рода первого и второго порядков.

Как позже показали Дарлинг и Цилзел⁷, то же уравнение можно получить, если записать уравнение Дирака в форме

$$(\Sigma \alpha_\nu g_\nu + \kappa f) \psi = 0, \quad (68)$$

где функции g_ν и f , имеющие смысл операторов, соответственно, усреднения и дифференцирования, но не тождественные с (59), однозначно определяются из требования релятивистской инвариантности и принципа соответствия; они равны:

$$f = \frac{2J_1(z)}{z},$$

$$g_\nu = \frac{8J_2(z)}{z^2} \frac{\partial}{\partial x_\nu}.$$

Предполагая решение уравнения (67) в форме суперпозиции плоских волн, Дарлинг пришел к уравнению

$$J_2(z) - \frac{\kappa e^2}{2c\hbar} J_1(z) = 0, \quad (69)$$

в котором κ — знакомый нам коэффициент из формулы (15), выражающей фундаментальную длину через классический радиус

⁶ B. Darling. The irreducible volume character of events. I. A theory of the elementary particles and of fundamental length (PhR, 80, 460—466, 1950).

⁷ B. Darling, P. Zilsel. The theory of finite displacement operators and fundamental length (PhR, 91, 1252—1256, 1953).

электрона. Это последнее уравнение дает бесконечный ряд корней: z_0, z_1, z_2, \dots , каждому из которых соответствует заряженная частица половинного спина с массой

$$\mu_l = \frac{c\hbar m}{2ke^2} z_l. \quad (70)$$

Данная формула выражает собой не что иное, как спектр масс элементарных частиц. Спектр масс — одна из самых заветных целей современной теоретической физики. Тот факт, что использование математического аппарата пространственно-временной дискретности позволило приблизиться к решению важнейшей проблемы современной физики, заслуживает, очевидно, всяческого внимания. По всей вероятности, концепция дискретного пространства и времени, с одной стороны, и проблема спектра масс элементарных частиц, с другой, имеют какие-то точки соприкосновения.

Наилучшее согласие с экспериментальными значениями масс некоторых частиц формула (70) дает при $k=1,61$. Это значение коэффициента вполне согласуется с большинством других оценок той же величины. При таком значении k нулевому корню уравнения (70) соответствует масса электрона, третьему корню — масса μ -мезона, тринадцатому — масса протона. Общая картина соответствия между теорией и экспериментальными значениями масс названных частиц видна из следующей таблицы.

Таблица 1

Номер корня l	Теоретическое значение массы, μ_l	Частица	Экспериментальное значение массы
0	1	Электрон	1
1	218,8	μ -мезон	206,7
2	358,4		
3	494,7		
...
13	1836,6	Протон	1836,1

Если верить таблице, элементарных частиц неограниченно много, причем, даже на том диапазоне значений, который известен современной физике, существует много еще неоткрытых частиц. Это предсказание, которому трудно верить, а также скромный успех теории (мы не видим в таблице большинства известных элементарных частиц, хотя диапазон их масс открыт теорией) заставляют отнести к работе Дарлингса весьма сдержанно. Вывод из его расчетной схемы о спектре масс электрически нейтральных частиц скорее укрепляет это скепти-

ческое суждение, чем колеблет его: спектр нейтральных частиц, согласно Дарлингу, состоит всего из одной частицы, причем масса покоя этой частицы равна нулю⁶.

Незначительное изменение расчетной схемы Дарлинга, основанное на учете свойства обратимости координат и импульсов, не привело к заметному улучшению результатов⁹.

На этом мы закончим первое знакомство с результатами применения нового математического аппарата для решения конкретных физических задач и подведем некоторые итоги.

Хотим мы того или нет, но приходится признать, что применение нового аппарата оказалось на редкость плодотворным. Мы были свидетелями рождения целого ряда поистине интереснейших результатов. Каждый из четырех рассмотренных примеров порадовал нас приятными сюрпризами. В истории физики не часто встречаются случаи, когда новый метод собирал бы такую богатую жатву.

Среди полученных результатов два заслуживают особого внимания, это — конечное значение для собственной энергии электрона (формула (65)) и теоретические значения для масс некоторых элементарных частиц (формула (70)). Возражения, которые можно сделать против этих результатов или процедур, приведших к ним, и которые действительно были сделаны выше, не кажутся сейчас важными. С точки зрения, интересующей нас в данном случае, главное значение имеют не результаты сами по себе, а возможности, которые открываются ими. Первый из отмеченных результатов открывает возможность для устранения трудностей теории поля с бесконечностями, второй — для решения проблемы элементарных частиц.

Придавая этим замечаниям эвристическое значение, т. е. видя в них своего рода математический перст, указующий, в каком направлении мы должны работать, мы сосредоточим внимание прежде всего на указанных двух проблемах, рассмотрев в двух последующих параграфах все то, что уже сделано для решения их на пути применения идей дискретного пространства-времени.

§ 5.2. Трудности современной теории поля

Среди трудностей современной теории поля наиболее серьезны трудности с бесконечными (расходящимися) выражениями, а среди этих последних наиболее общими и важными приходится признать две трудности: с бесконечно большей собственной энергией или массой частиц (эта трудность обус-

⁶ См. сс. 6.

⁹ H. Freistadt. Sur l'hypothèse d'un intervalle fondamental et les théories de Darling et Born (CR, 235, 23—25, 1952).

ловлена точечным характером частиц и является общей для классической и квантовой теорий) и с бесконечно большой энергией нулевых колебаний поля (эта трудность обусловлена неограниченностью числа степеней свободы поля и носит типично квантовый характер). Наличие указанных трудностей в теории поля не мешает, однако, этой теории успешно решать большое число разного рода проблем. Данный, не лишенный своеобразия, факт стимулирует уверенность, что устранение указанных трудностей может быть достигнуто без кардинального пересмотра теории и без существенного изменения ее основ — просто учетом какого-то дополнительного фактора или применением какого-то обобщения существующего формализма теории.

К настоящему времени уже испробовано большое число различных обобщений, дополнений и исправлений теории, в том числе обобщение уравнений поля на нелинейность, обобщение уравнений поля на высшие производные, перенормировка массы и заряда частиц, учет затухания, учет опережения и запаздывания потенциалов, введение возбужденных состояний, регуляризация с помощью убывающих формфакторов, использование обобщенных δ -функций, применение предельных процессов, применение некоторых других процедур вычитания, обрезания и т. д. Сюда же относится непосредственный учет дискретной структуры пространства и времени или, как принято говорить, квантование пространства-времени.

Интересной особенностью переживаемого нами момента является то, что ни один из названных способов устранения трудностей еще не привел к цели, хотя в то же время и не дискредитировал себя до такой степени, чтобы его можно было сбросить со счета. В таких случаях, как подсказывает благоразумие, целесообразно иметь в поле зрения всю совокупность методов, испытывать попеременно каждый из них, пытаясь попутно вскрыть имеющиеся между ними связи.

Мы рассмотрим ниже только те из методов, которые представляются наиболее естественными и которые, как обнаруживает знакомство с ними, имеют особенно тесное отношение к концепции дискретного пространства и времени.

Роль трудностей теории поля в истории концепции дискретности в последние годы исключительно велика. В значительной степени эта концепция получила развитие именно в связи с работами по устранению этих трудностей. Среди части физиков даже укоренился взгляд, что квантование пространства-времени представляет научный интерес лишь как один из мыслимых способов избавиться от бесконечных выражений теории поля. Всей настоящей книгой я пытаюсь доказать, что это не так. Вместе с тем высокая оценка теории квантованного пространства-времени в связи с проблемой полевых трудностей не только не претит мне, но, наоборот, импонирует более, чем кому-либо.

Обе трудности теории поля — и точечная, и нулевая — по существу, имеют одинаковое происхождение, которое заключается, как легко понять, в переходе при теоретическом анализе задач к бесконечно малым величинам — к бесконечно малому радиусу корпускул, в первом случае, и к бесконечно малой длине волны, во втором. Действительно, бесконечно малая длина волны, образующих поле, является другим выражением представления о бесконечно большом числе степеней свободы поля; это, так сказать, две стороны одной и той же медали; поэтому, между прочим, нельзя избавиться от одной трудности, сохраняя другую. «Проблема электрона — указывал Гейзенберг — может быть решена без бесконечностей только при условии, что имеются решения вакуумной электродинамики без нулевой энергии»¹.

Вопрос о взаимоотношении между различными бесконечностями — той, которая рождается при бесконечном делении предмета, и той, которая существует при наличии бесконечного числа предметов, или, если воспользоваться терминологией Аристотеля, между потенциальной и актуальной бесконечностями² — имеет длинную историю. Одни видели между ними глубокое различие, другие не видели никакого. К числу последних относятся, например, мутакаллимы, которые не различали бесконечную вещь и вещь, делимую до бесконечности, бесконечное число вещей сосуществующих и бесконечное число вещей, следующих во времени друг за другом³; Бейль, который утверждал: «Если нечто делимо до бесконечности, то оно в действительности содержит бесконечное число частей», и называл поэтому классификацию Аристотеля «жалкой», а решение с ее помощью апорий Зенона — «уверткой»⁴; и Бошкович, который указывал, что отказ от одной бесконечности, в области малого, неизбежно влечет за собою отказ и от другой бесконечности, в области большого⁵. Если принять мнения этих последних ученых и признать, кроме того, вместе с Паули, что «применение волномеханического формализма к системам с бесконечно большим числом степеней свободы выходит за границы дозволенного»⁶, то это будет одновременно признанием физической бессмыслицы и таких понятий, как бесконечно малая длина волны или бесконечно малый радиус частицы. Тем самым подтвердится сделанный выше

¹ W. Heisenberg. Die Selbstenergie des Elektrons (ZPh, 65, 4—13, 1930, S. 13. См. также M. Born, G. Rumer. Ansätze zur Quantenelektrodynamik.— ZPh, 69, 141—152, 1931.

² Аристотель. Физика, кн. 6.

³ См., например, M. Maimonides. The Guide for the Perplexed, NY, 1946, pp. 131—132.

⁴ P. Bayle. Dictionaire historique et critique, Zenon d'Elée, F. 2.

⁵ См., например, H. Petronievics. Slav Achievement in Advanced Science, London, 1917, p. 15.

⁶ В. Паули. Общие принципы волновой механики. М., 1947, стр. 329.

вывод о нерушимой связи между точечной и нулевой трудностями теории поля.

В силу сказанного обе эти трудности отпали бы, если бы переход к бесконечно малым величинам в процессе теоретического анализа задач был каким-либо образом запрещен. В признании физической реальности конечных неделимых интервалов длины и времени нельзя не усмотреть одну из форм такого запрета. Нас, следовательно, не может удивлять тот факт, что концепция дискретности решает проблему устранения трудностей теории поля, и задачу исследователей в данной области знания мы должны видеть поэтому не просто в устранении трудностей, но в устранении их способом, безупречным во всех отношениях, прежде всего, в отношении релятивистской инвариантности формализма.

Требование релятивистской инвариантности играет в современной физике роль некоего минимального критерия, которому должна удовлетворять всякая теория, претендующая на отражение истинного положения вещей в природе; с этим требованием должен считаться ныне каждый теоретик, который хочет, чтобы его предложения принимались всерьез; это — своего рода плата за вход, которую должна внести каждая новая идея, прежде чем она становится предметом обсуждения. На теории, не удовлетворяющие требованию релятивистской инвариантности, можно смотреть лишь как на предварительное зондирование почвы, да и то желательно, по крайней мере, в самых общих чертах сразу же выяснить, допускает ли новый формализм обобщение на четырехмерный случай.

В применении к теориям пространственно-временной дискретности требование релятивистской инвариантности можно сформулировать следующим образом: оперировать только с четырехмерными объемами и сохранять число узлов пространственно-временной решетки постоянным⁷. Возможность выполнить это требование во всех физически осмысленных случаях, какие только могут встретиться в процессе развития теории, отнюдь не представляется очевидной. Инвариантность элементарного четырехмерного объема, ассоциируемого, по понятным причинам, с объемом-временем элементарной частицы, означает, что размер частицы, вообще говоря, зависит от времени и, следовательно, изменяется с течением времени. На первый взгляд это кажется совершенно недопустимым свойством. И, действительно, основываясь на указанном соображении, Паули пришел в 1930 г. к выводу, что устранение трудностей в теории поля таким способом едва ли можно считать перспективным⁸. Попытки других теоретиков тем не менее, решить, задачу можно, поэтому, рас-

⁷ P. Jordan (цит. по V. Ambarzumian, D. Iwanenko (ZPh, 64, 566, 1930)).

⁸ Сс. 6.

смагивать как выражение того, что они надеются преодолеть указанное возражение Паули.

* * *

Бесконечности в теории поля, как уже говорилось, имеют вид расходящихся интегралов. Записанные в пространстве импульсов, эти интегралы выглядят следующим образом:

$$\int_0^{\infty} p^n dp.$$

Четным значениям показателя степени n соответствуют классические бесконечности, например, значению $n=0$ — бесконечность электростатической энергии электрона, значению $n=2$ — бесконечность энергии магнитного диполя; нечетным — квантовые, например, значению $n=1$ — бесконечность поперечной энергии электрона, значению $n=3$ — бесконечность нулевой энергии поля.⁹ Самое естественное побуждение, испытываемое каждым, кто желает освободиться от бесконечностей, заключается, конечно, в том, чтобы ограничить — обрезать — пределы интегрирования. Это можно сделать несколькими методами.

Наиболее непосредственный метод состоит, очевидно, в том, чтобы заменить бесконечный верхний предел некоторой конечной величиной. Такая процедура, примененная впервые еще в начале века, приводит к представлению о протяженном электро-не (см. стр. 64).

Другой, имеющий простой физический смысл метод, состоит в умножении подынтегрального выражения на некоторую функцию, которая обладает следующими свойствами: компенсируя бесконечные значения поля в особых точках, она обращается в единицу — и, следовательно, перестает играть какую-либо роль — всюду вне ближайшей окрестности этих точек. Такими свойствами обладают все достаточно быстро убывающие функции. Для того чтобы процедура исключения бесконечностей этим новым способом была релятивистски инвариантной, релятивистски инвариантной должна быть сама избранная функция. Функция такого типа получила название «формфактора». Работы, посвященные анализу ее свойств, составляют заметную часть общего числа работ, предпринятых с целью устранения трудностей теории поля. Особенно же для нас важно и интересно отметить то, что метод формфактора оказался теснейшим образом связанным с рядом других методов, развитых для достижения той же цели: обсуждая этот метод, мы можем, следовательно, извлечь из аналогов науки и оставить в связи с концепцией дискретности все остальные работы этой серии.

⁹ W. Pauli. Difficulties of field theories and of field quantization.— Report, p. 5.
М. Марков. Затруднения теории излучения.— УФН, 29, 269, 1946.

Впервые формфактор был введен в теорию поля Ватагиным в 1934 г.¹⁰ Непосредственным поводом для этого послужило наметившееся к тому времени некоторое расхождение между теорией и опытом в области рождения электронно-позитронных пар в космических лучах при сверхвысоких энергиях: теоретический поперечник процесса, рассчитанный для этого случая, значительно превышал наблюдаемое количество рождений. Отмеченное расхождение таково, что, знакомясь с ним, естественно ощутить желание исключить из теоретического результата вклад, принадлежащий высокоэнергетическим частицам. Так именно и поступил Ватагиа. Он достиг цели, умножив каждый член в разложении четырехмерного потенциала по плоским волнам, A на ограничитель типа

$$e^{-\left| \frac{\rho^2}{h^2} \sum_{\nu} (\rho_{\nu,\mu} - \rho_{\nu})^2 \right|}.$$

Это выражение, выступая в качестве подинтегрального множителя, практически сводит к нулю роль частиц высоких энергий (малых длин волн), не изменяя в то же время заметным образом роль частиц средних и низких энергий.

Применение его дало хорошие результаты не только в теории столкновений, ради которой он был введен, но и при расчете некоторых других эффектов, в том числе собственной электростатической энергии электрона. Вообще, указанный множитель ограничивает вероятность высокоэнергетических переходов, обусловленных взаимодействием между частицей и полем, т. е., другими словами, полагает верхнюю границу для передачи энергии через излучение¹¹.

Пять лет спустя после изложенной работы Ватагина метод формфактора был развит и видоизменен Шерцером¹², который получил конечное значение для собственной энергии электрона, заменив обычные четырехмерные потенциалы выражением типа

$$e^{-f(v^2)} A_{\mu} e^{i(v^2)}$$

и показал, что вид функции $f(x)$ в этом выражении определяет закон распределения заряда внутри электрона. Незнание этого последнего закона влечет за собой неопределенность в форме функции $f(x)$, т. е. неопределенность в выборе вида формфактора.

¹⁰ G. Wataghin. Bemerkung über die Selbstenergie der Elektronen (ZPh, 88, 92—98, 1934).

¹¹ G. Wataghin. Über die relativistische Quanten-Elektrodynamik und die Ausstrahlung bei Stößen sehr energiereicher Elektronen (ZPh, 92, 547—560, 1934), S. 554.

¹² O. Scherzer. Das Elektron im Strahlungsfeld (Aph, 34, 585—602, 1939).

Еще десять лет спустя Райский¹³ дал новое и более общее доказательство установленного Шерцером далеко идущего произвола в выборе формфактора. Он обратил внимание на то, что умножение 4-вектора плотности заряда и тока на любой релятивистски инвариантный оператор O , удовлетворяющий условию

$$O e^{\frac{i}{\hbar} \sum \Delta p \cdot x^{\nu}} = F(\sum \Delta p^2) e^{\frac{i}{\hbar} \sum \Delta p \cdot x^{\nu}}, \quad (71)$$

где $F(x)$ — произвольная функция со свойством $F(0) = 1$ не изменяет значений заряда, спина и энергии квантов поля. Причина такой «бесчувственности» перечисленных величин заключается в том, что при подсчете их приходится производить интегрирование 4-вектора плотности заряда-тока по объему, занимаемому полем; при интегрировании же все члены с $\Delta p_{\nu} \neq 0$, если только выполнены указанные условия, выпадают и мы, таким образом, получаем те же результаты, что и в немодифицированном варианте теории. В то же время данная модификация теории существенно отражается на законе движения электрона в электромагнитном поле и на величине собственной энергии электрона. Причина «чувствительности» названных величин заключается в том, что умножение плотности заряда-тока на оператор O равносильно умножению гамильтониана взаимодействия на тот или иной формфактор. В самом деле, рассмотрим, например, следующие простейшие частные случаи оператора O :

$$e^{-p^2 \square} \text{ и } e^{-p^4 \square^2}.$$

Второму из них, как установил Райский, соответствует умножение члена взаимодействия на экспоненту

$$e^{-\left(\frac{p \cdot p_{\nu}}{\hbar}\right)^2},$$

типичную для варианта Ватагина; первому оператору соответствует затухающий множитель вида

$$e^{\pm \frac{p \cdot p_{\nu}}{\hbar}}$$

причем знак «плюс» имеет место только для случая переходов между состояниями с разными знаками энергии, т. е. при рассмотрении процессов аннигиляции и рождения пар.

Проведенный обзор работ Ватагина, Шерцера и Райского показывает, что устранение бесконечностей из теории поля методом релятивистски инвариантного формфактора осуществимо, причем может быть произведено с помощью различных быстроубывающих функций. Функции, взятые в качестве формфактора, частично могут быть конкретизированы на основе экспери-

¹³ J. Rayski. On the divergence problem in the theory of quantized fields (APHP, 9, 87—98, 1947).

ментально наблюдаемых эффектов, частично зависят от внутренней структуры частиц. Последнее обстоятельство заслуживает особого внимания.

Дело в том, что введение в теорию формфактора равносильно выделению некоторой окрестности вокруг рассматриваемой сингулярности поля. Эту окрестность трудно понимать иначе, чем как область, занимаемую частицей. Согласно концепции дискретности, специфика данного метода состоит в том, что он делает бесструктурной выделенную область и, значит, всякое описание структуры частицы — ненужным и неконтролируемым¹⁴. Таким образом, налицо некоторое внутреннее противоречие: требуется определить вид функции, который принципиально не может быть определен. Если, поэтому, мы хотим сохранить за методом формфактора его роль в деле исключения бесконечностей, мы должны усвоить на него какую-то новую точку зрения. Единственно разумная точка зрения, судя по всему, состоит в следующем: надо заимствовать в методе формфактора только идею протяженной бесструктурной частицы, точнее, идею особой, выделенной, аномальной области пространства; производимую же при вычислениях конкретизацию структуры считать приемом временным и преходящим.

Едва ли нужно доказывать, что идея бесструктурной микрообласти целиком принадлежит концепции дискретного пространства-времени. Отметим в данной связи только следующий ряд замечаний. Когда выяснилось, что компоненты релятивистского оператора центра масс системы частиц не коммутируют друг с другом, было высказано предположение, что вытекающая отсюда невозможность точного измерения координаты обусловлена пространственной размазанностью частицы, причиной которой, в свою очередь, являются процессы рождения и исчезновения пар.¹⁵ После построения двухкомпонентного представления теории Дирака последнее звено этого объяснения подверглось модификации: причиной размазанности частиц было признано их шредингерово дрожание.¹⁶ Но этот род движения, как нам уже известно, принципиально ненаблюдаем. Мы приходим, таким образом, к следующему заключению: протяженность элементарных частиц создается их ненаблюдаемым дрожанием, в силу чего говорить о структуре частиц действительно не имеет смысла.

¹⁴ Ср. Ватагин, сс. 11, стр. 554.

¹⁵ M. Pryce. The mass-centre in the restricted theory of relativity and its connexion with the quantum theory of elementary particles.—PRs, 195, 62—81, 1948.

¹⁶ L. Foldy, S. Wouthuysen. On the Dirac theory of spin 1/2 particles and its non-relativistic limit (PhR, 78, 29—36, 1950). Ср. F. Bopp. Elektronentheoretische Untersuchung des Massenspektrums der Elementarteilchen.—ZPh, 125, 615—628, 1949.

Констатированный факт побуждает задаться вопросом: нельзя ли, исходя непосредственно из концепции дискретного пространства и времени, ввести в теорию поля релятивистски инвариантным образом такой быстроубывающий множитель, который с самого начала имел бы смысл особой области пространства-времени?

Первым поставил данную задачу и успешно справился с ней Марх в 1937 г.¹⁷ Его исходной позицией было определение элементарного интервала длины как радиуса сферы принципиальной нелокализуемости, т. е. как сферы, внутри которой нет метрики, нет расстояний; нельзя отличить одну точку от другой. В применении к теории поля это означает, что диракова δ -функция, которая отлична от нуля только в данной точке и равна нулю во всех остальных точках пространства, должна быть заменена всюду — в перестановочных соотношениях, в уравнениях движения и т. п. — новой, D -функцией, которая отлична от нуля только внутри некоторой данной области радиуса ρ и равна нулю во всех других точках пространства. Введением такой, обобщенной δ -функции, на место точечного взаимодействия между материей и полем ставится объемное взаимодействие, на место мировой точки — четырехмерный объем. Существенным при этом является тот факт, что D -функция, как и δ -функция, — функция несобственная.

Произведя указанную замену несобственных функций, Марх пересмотрел весь аппарат квантовой электродинамики. Он получил ряд интересных результатов, в частности, для энергии электростатического поля электрона нашел следующее конечное выражение:

$$e = 1,5 \frac{e^2}{\rho}. \quad (72)$$

При условии полностью полевой природы массы электрона для коэффициента в выражении фундаментальной длины имеем отсюда 1,5, что прекрасно согласуется с его оценками другими способами. Для энергии нулевых колебаний поля также было найдено конечное значение. Происхождение его можно понять из следующих рассуждений. Из-за неопределенности метрики пространства неопределенными становятся и места возникновения и поглощения электромагнитной волны; значит, неопределенными оказываются и фазы волны и длина волны; в силу этого последнего обстоятельства электромагнитные волны, как можно думать, не должны взаимодействовать с веществом, если в системе его центра тяжести длина их равна или меньше 2ρ . Это значит, что волны таких длин не будут ни излучаться, ни

¹⁷ A. March. Statistische Metrik und Quantenelektrodynamik (ZPh, 106, 49—69, 1937; 107, 144, 1937). См. также A. March. Quantum mechanics of particles and wave fields, NY, 1951, ch. 10.

поглощаться. Вместе с ними пропадают и бесконечности. В математическом отношении рассмотренный эффект проявляется в том, что, если спектр волн не обрывается при $\lambda = 2a$, перестают выполняться перестановочные соотношения, в которых δ -функция заменена D -функцией.

Марх применил разработанный им аппарат несобственной D -функции к вычислению некоторых неэлектромагнитных явлений и всюду получил хорошие результаты. Например, он устранил таким приемом трудность с бесконечным значением гравитационной энергии фотона¹⁸. В этом примере особенно интересно то, что величина порядка классического радиуса электрона появилась там, где ни о каких электронах не было речи. Применение того же формализма в теории ядерных сил, построенной на основе первоначальной, лептонной модели обмена, показало¹⁹, что и здесь, благодаря сильной, типа r^{-11} , зависимости потенциальной энергии от радиуса сил, этот формализм дает для a величину порядка классического радиуса электрона.

Вскоре после охарактеризованных работ Марха с идеей нелокализованного взаимодействия выступил Хойл²⁰. D -функцию он ввел под интегралы, которыми заменил обычные, локализованные потенциалы и волновые функции:

$$A_{\mu}(x, t) = \int D(x, t; x', t') A(x', t') dx' dt',$$

$$\psi(x, t) = \int D(x, t; x', t') \psi(x', t') dx' dt'.$$

В этих выражениях D -функция имеет смысл статистического веса различных точек элементарного объема, определяет величину электромагнитного взаимодействия в каждой из этих точек и преобразуется как обычный пространственно-временной объем, благодаря чему уравнения поля сохраняют релятивистскую форму. Хойл переформулировал для указанных потенциалов и волновых функций весь аппарат квантовой электродинамики. Трудности с бесконечностями исчезли.

Исчерпывающий анализ метода обобщенной δ -функции дал Бопп в 1943 г.²¹ Воспользовавшись дираковой записью потенциалов

$$\varphi_{\mu}(x) = \frac{2e}{c^4} \int q_{\mu}(s) \delta(x_{\mu} - q_{\mu}(s)) ds,$$

где x_{μ} — координата точки наблюдения, а q_{μ} — координата траектории электрона, Бопп произвел замену в этом выражении

¹⁸ A. March. Die Gravitationsenergie des Photons (ZPh, 106, 291—295, 1937).

¹⁹ A. March. Zur Theorie der Kernkräfte (ZPh, 106, 532—538, 1937).

²⁰ F. Hoyle. Quantum electrodynamics (PCPhS, 35, 419—462, 1939).

²¹ F. Bopp. Lineare Theorie des Elektrons.—Aph, 42, 573—608, 1943; Der Energie—Impuls—Tensors in einer Fernwirkungsfeldtheorie.—ZN, 1, 237—242, 1946.

δ -функции D -функцией и рассмотрел ряд ее конкретных форм. При этом выяснилось, что каждой форме D -функции соответствует свой потенциал, свои уравнения поля и т. д.

Как видим, на поставленный нами вопрос (см. стр. 199) о возможности введения в теорию поля формфактора, инвариантного в релятивистском смысле и выделяющего элементарный четырехмерный объем в духе концепции дискретности, надо дать утвердительный ответ. Формфактор, о котором идет речь, представляет собой естественное обобщение точечной δ -функции Дирака. Всякая конкретизация вида этой новой несобственной функции возвращает нас, по существу, к формфактору обычного типа. Однако такая конкретизация, кажется, не является необходимой. Напомним в связи с этим хотя бы о предложенной Фейнманом²² и интенсивно обсуждавшейся одно время несобственной D -функции вида

$$D(x) = \delta(x) - \int_0^{\infty} \delta(x - y^2) G(y) dy, \quad (73)$$

где $G(y)$ — некоторая новая функция, подчиненная определенным условиям. Правда, функция (73) не является удовлетворительной во всех отношениях и далеко неясно, как можно было бы улучшить ее²³, но данные обстоятельства, как можно думать, свидетельствуют не столько о непригодности обобщенных несобственных функций как таковых, сколько об отсутствии в современной науке разработанного формализма для таких функций. Именно отсутствие необходимого формализма или, как выражается Дирак, отсутствие «достаточно красивой математической схемы»²⁴, является главной причиной той неуверенности, которая господствует ныне среди теоретиков, заставляя их обращаться то к несобственным функциям, например, типа (73), то к собственным, например типа кривой ошибок Гаусса²⁵.

Альтернатива «собственная функция — несобственная функция» есть, по существу, математический аспект физической альтернативы «структурная частица — бесструктурная частица»; выяснение вопроса о характере формфактора могло бы, поэтому, кроме прояснения ситуации в вопросе о структуре пространства, бросить свет на актуальную в настоящее время

²² R. Feynman. Relativistic cut-off for quantum electrodynamics (PhR, 74, 1430—1438, 1948), p. 1430.

²³ Ср. R. Feynman. Space-time approach to quantum electrodynamics (PhR, 76, 769—789, 1949), p. 778. Перевод в сборнике «Новейшее развитие квантовой электродинамики», М., 1954, стр. 179.

²⁴ Стенограмма лекции, прочитанной в Москве 9.10.56. Ответы на вопросы.

²⁵ Например, N. Rosen. Statistical geometry and fundamental particles (PhR, 72, 298—303, 1947).

проблему строения элементарных частиц, о которой упоминалось на стр. 93.

Как бы ни решился этот вопрос, т. е. в чью бы пользу ни высказалось будущее развитие теории — в пользу обобщенной δ -функции Дирака или в пользу какой-либо конкретной убывающей функции, — из рассмотренного цикла работ с несомненностью следует, что релятивистски инвариантное устранение бесконечностей из современной теории поля не противоречит духу концепции дискретного пространства-времени. Значит, если когда-либо удастся построить квантовую релятивистскую теорию поля на основе концепции дискретного пространства-времени, трудностей с бесконечностями в ней не будет. Те успехи, которых уже удалось добиться на этом пути, подтверждают правильность сделанного заключения. Так, в 1947 г. было дано два независимо предпринятых и осуществленных доказательства внутренней совместимости преобразований Лоренца с принципом пространственно-временной дискретности: автор одного из них, Снайдер, релятивистски инвариантным образом ввел в теорию параметр фундаментальной длины²⁶; автор другого, Шилд, построил релятивистски инвариантную модель пространства-времени в виде гиперкубической решетки²⁷. О работе Снайдера будет подробно сказано в § 6.1; о работе Шилда скажем несколько слов здесь.

Фактически Шилд доказал, пользуясь теорией чисел и спи-норов, способность преобразований Лоренца с целочисленными коэффициентами образовывать группу. Задача отыскания всех таких преобразований оказалась эквивалентной теоретико-числовой задаче решения десяти квадратных уравнений Диофанта с 16-тью неизвестными целыми числами. Интересной особенностью модели Шилда является ограничение, накладываемое ею на минимальное значение скорости частицы: эта скорость не может быть меньше 0,866 c . Можно думать, что в данном свойстве модели Шилда нашло какое-то своеобразное проявление свойство изотаксии, типичное, как нам известно, для любой модели дискретного пространства-времени. С другой стороны, указанное ограничение оказывается снятым, если при выборе дискретной подгруппы непрерывной группы Лоренца предъявляются более жесткие требования²⁸. Это уже зависимость обратного порядка. Смысл ее остается неясным.

В заключение рассмотренного цикла работ сделаем два замечания:

²⁶ H. Snyder. The electromagnetic field in quantized space-time (PhR, 72, 68—71, 1947).

²⁷ A. Schild. Discrete space-time and integral Lorentz transformations (PhR, 73, 414—415, 1948).

²⁸ E. Hill. Relativistic theory of discrete momentum space and discrete space — time.— PhR, 100, 1780—1783, 1955.

1. Уже из общего хода описанных событий можно заключить, что возражение Паули, о котором упоминалось в начале параграфа, оказалось преодолимым. Действительно, в процессе работы выяснилась реальная возможность допускать измерения расстояний между двумя точками только в той координатной системе, в которой обе точки одновременны²⁹. Иначе говоря, существует возможность выбирать в любой системе отсчета такое сечение частиц, которое не содержит времени. Тем самым размер частицы становится независимым от времени. Строгое доказательство этого факта может быть дано с помощью многовременного формализма³⁰.

Является ли такое решение вопроса полностью удовлетворительным? Пожалуй, будет вернее считать его некоторым временным паллиативом, относя окончательное решение к тому времени, когда связь между пространственными и временными координатами будет понята лучше, чем теперь. Современная физика весьма далеко продвинулась в деле установления унификации между пространством и временем, но ее констатации здесь носят пока по преимуществу формальный характер. По-прежнему, например, мы еще не понимаем, почему в пространстве покой возможен, а во времени ни покой, ни тем более попятное движение невозможны. Соответственно, мы считаем, что для акта измерения необходимо некоторое конечное время, а в пространстве он может относиться к одной точке. Между прочим, именно эта сохраняющаяся еще асимметрия между пространством и временем и затрудняет построение неточечной релятивистской теории поля. В некотором роде идея такой теории является даже внутренне противоречивой: с одной стороны, ставится цель релятивизировать теорию, т. е. ввести в нее на равных правах пространственные и временные координаты, с другой стороны, выдвигается условие, чтобы источники поля содержали только пространственные характеристики и не содержали временных, т. е. были нерелятивистскими источниками. Освобождение от этого противоречия достижимо, очевидно, только на пути какой-то новой интерпретации пространственных и временных величин, на пути пересмотра обычных представлений о пространстве-времени. Возможно, только после того, как будет произведен такой пересмотр, прояснится вполне и смысл уловок, позволивших преодолеть возражение Паули.

2. Как уже нам известно из § 3.2, внутри элементарного четырехмерного объема, каким бы способом он ни вводился в теорию, допустимы самые неожиданные нарушения общепринятых представлений. Например, здесь не исключено распространение сигналов со скоростью, превышающей скорость

²⁹ A. March. Die Idee einer atomistischen Struktur des Raumes.—Nw, 26, 649—656, 1938, § 4.

³⁰ Марков, сс. 9, стр. 276.

света в пустоте; не исключено отклонение от обычной хронологической последовательности причин и следствий или, как выразился Д. И. Блохинцев, от «кальвинистической предопределенности событий»³¹; для этих областей, по-видимому, неприменим метод описания с помощью волновых функций, не выполняются законы сохранения, невозможен переход от уравнений Лагранжа к уравнениям Гамильтона, не имеют места явно ковариантные уравнения типа уравнений Томонаго — Швингера³² и т. п. Одним словом, трудно придумать такую аномалию, которая бы не могла реализоваться внутри элементарного объема.

Тот факт, что объем, обладающий перечисленными странными свойствами, может быть выделен в теории поля без нарушения ее релятивистской инвариантности, представляется на первый взгляд довольно загадочным, если не сказать, парадоксальным: ведь это означает в некотором роде возможность нарушать правила релятивистской инвариантности, основываясь исключительно на правилах релятивистской инвариантности. Необходимо, однако, иметь в виду, что принцип причинности не тождествен принципам релятивистской инвариантности, а является дополнительным по отношению к нему, и что, соответственно, требование релятивистской инвариантности, вообще говоря, совместимо с существованием сверхсветовых скоростей, причем не только типа фазовой, не связанной с переносом энергии: нужно только, чтобы сверхсветовая скорость по своей природе не допускала подстановки ее в преобразования Лоренца, которые в этом случае приводили бы к физически бессмысленным, мнимым величинам. О том, что скорости такой природы по крайней мере в принципе возможны, говорит следующий факт: преобразования Лоренца теряют смысл и при $v=c$, тем не менее мы считаем скорость c вполне реальной. Образом сверхсветовой скорости могла бы служить скорость распространения сигнала по достаточно твердому телу, т. е. скорость звука, но отсутствие в действительности таких тел делает эту аналогию беспредметной. Остается апеллировать к гипотетическим или еще не познанным процессам, вроде редукции волновых пакетов, экстрасенсорных взаимодействий или, как в нашем случае, к процессам внутри элементарного пространственно-временного объема. Что касается математических приемов введения в теорию сверхсветовых скоростей, то их существует несколько. Например, обобщение теории поля на нелинейность

³¹ Д. Блохинцев. Замечания о возможном релятивистски-инвариантном обобщении понятия поля.— ЖЭТФ, 16, 480—482, 1946. См. также его статью «О причинности в современной теории поля».— Атомная энергия, 14, 105—109, 1963.

³² М. Марков. О нелокальных полях и сложной природе «элементарных» частиц.— УФН, 51, 317—341, 1953.

лагранжиана позволяет ввести скорость $v=c+\Delta$, где Δ — некоторая функция полей и их производных; в тех случаях, когда эта величина положительная, мы получаем сверхсветовую скорость³³.

Как понимать эти возможности релятивистски инвариантных теорий? Означают ли они, что обычное определение релятивистски инвариантной теории как теории, уравнения которой инвариантны относительно преобразований Лоренца, недостаточно и нуждается в дополнении, или, наоборот, это свидетельствует о более широкой дееспособности современных теорий, чем можно догадываться на сегодняшний день? С практической точки зрения, данная дилемма имеет что-то общее с той, о которой говорилось на стр. 94, именно: пойдет дальнейшее развитие релятивистской квантовой теории по пути вложенных разнообразий или в области классического радиуса электрона мы достигли, наконец, того рубежа, за которым, говоря словами Гамлета, начинается «нечто, еще не снившееся нашей философией».

* * *

Рассмотренные методы исключения из теории расходящихся выражений — метод формфактора и метод D -функции — весьма тесно соприкасаются с некоторыми другими модификациями современной теории поля. Так как связь рассмотренных методов с концепцией дискретности не вызывает сомнения, то, следовательно, и эти другие модификации представляют для нас немалый интерес. Мы попытаемся выяснить все интересующие нас методы, руководствуясь как критерием, степенью их внутреннего родства с уже рассмотренными методами.

В 1947 г. Райский показал³⁴, что условию (71) удовлетворяют, среди прочих, операторы типа

$$\frac{1}{1 - \rho^2 \square} \text{ и } \frac{1}{1 + \rho^4 \square^2}$$

и, значит, умножение 4-вектора плотности заряда-тока, s_μ , на какой-нибудь из этих операторов, что, как известно, равносильно введению формфактора, эквивалентно переходу к уравнениям поля с высшими производными. Например, первому из выписанных операторов соответствует уже известное нам (см. формулу (26)) уравнение Боппа

$$\square (1 - \rho^2 \square) \Phi_\mu = -\frac{4\pi}{c} s_\mu. \quad (74)$$

³³ Д. Блохинцев. О распространении сигналов в нелинейной теории поля.— ДАН, 82, 553—556, 1952. D. Blochinцев. The non-linear field theory and the theory of relativity.— NC, Suppl., 3, 629—634, 1956. Ср. М. Маркова. Об одном критерии релятивистской инвариантности.— ЖЭТФ, 16, 790—799, 1946.

³⁴ См. сс. 13.

Экспоненциальным операторам, вводящим в теорию формфакторы ватагинского типа, не соответствуют столь же простые уравнения, так как эти операторы содержат производные всех порядков.

Установлением указанного соответствия был переброшен мост между методом формфактора и методом обобщения уравнений поля на высшие производные.

В 1943 г. Бопп обнаружил³⁵, что уравнения с высшими производными могут быть получены путем замены δ -функции в дираковом выражении потенциала D -функцией, причем вид их зависит от вида последней. В частности, уравнению (74) соответствует функция

$$D(x) = \frac{pc}{2} \frac{J_1(pc \sqrt{-x})}{\sqrt{-x}},$$

где J_1 — функция Бесселя, а x зависит от разности координат наблюдателя и частицы. Впоследствии вывод Боппа был обобщен: было показано, что любое отклонение от δ -функции Дирака эквивалентно переходу от уравнений поля второго порядка к уравнениям с высшими производными³⁶.

Установлением данного соответствия был переброшен мост между методом D -функции и методом обобщения уравнений поля на высшие производные.

Два последних открытия замечательны во многих отношениях. Прежде всего, они поднимают на новую высоту метод высших производных. Мы говорили на стр. 106, что обобщение уравнений поля на высшие производные не имеет под собой экспериментальной базы и тем самым является в значительной степени произвольным. Теперь приходится пересмотреть это мнение. Если обобщение на высшие производные органически связано с методами формфактора и D -функции, которые в свою очередь органически связаны с концепцией дискретного пространства-времени, то методологическая и историческая обоснованность последней создает твердую научную опору и для первого. Высшие производные — это высшие члены в разном рода разложениях. Обычно рассматриваемые в физике производные первого и второго порядков, отвечающие таким понятиям, как скорость, ускорение, сила, напряженности полей и т. п., отражают, по всей вероятности, только наиболее грубые свойства внешнего мира и не учитывают его тонких свойств, тогда

³⁵ См. сс. 21.

³⁶ Д. Д. Иваненко, В. И. Григорьев. Об интерпретации регуляризации в квантовой электродинамике (ЖЭТФ, 21, 563—566, 1951). См. также R. Ascoli. Interazioni non localizzabili. Confronto fra varie formulazioni.— NC, 10, 745—753, 1953.

Y. Miyatake. The relation between Jordan's non-localized theory and Pais-Uhlenbeck's theory.— PTP, 13, 458—459, 1955.

как с философской точки зрения, может быть, именно последние свойства и являются самыми важными и интересными.

Эти два открытия замечательны, далее, той гармонией, которую они вносят в различные попытки выхода за рамки существующих теорий. Установление соответствия между высшими производными, с одной стороны, и методами формфактора и D -функции, с другой, вместе с отмеченным ранее соответствием между самими этими методами, а также очевидным соответствием между ними и представлением о протяженной частице, завершает систему взаимных связей; цепочка из четырех внешне различных звеньев оказывается замкнутой, а звенья попарно связанными, так что, ухватившись за какое-нибудь одно звено, мы неизбежно вытягиваем всю цепь. Констатация имеющих здесь место связей звучит как музыка. «Введение формфактора в некотором роде эквивалентно введению радиуса электрона», — говорит Ватагин³⁷; оно же «эквивалентно введению уравнений бесконечно высокого порядка», — добавляет Райский³⁸; «регуляризация с помощью D -функции эквивалентна введению высших производных», — заявляет Бопп³⁹; а «использование высших производных эквивалентно эффективному размазыванию заряда», — резюмирует Иваненко⁴⁰. Отсюда вывод: все четыре идеи — формфактор, протяженная частица, высшие производные и D -функция — принадлежат арсеналу концепции дискретного пространства-времени и именно так, в неразрывной взаимной связи, они должны рассматриваться и физиком-теоретиком и физиком-философом.

Последующее развитие в полной мере подтвердило правильность вывода о внутреннем единстве четырех рассмотренных методов: все они обсуждались в дальнейшем как разные аспекты некоторого единого метода. Теоретики, на мой взгляд, иногда даже злоупотребляли родством методов и не различали их даже там, где, вообще говоря, следовало бы различать. Например, метод D -функции часто отождествлялся с методом формфактора. Некоторое оправдание подобной индифферентности к различию, существующему между этими двумя методами, можно видеть разве только в отсутствии в настоящее время разработанного математического аппарата обобщенных δ -функций Дирака. В свою очередь, метод формфактора отождествлялся иногда с методом протяженной частицы. Если такое отождествление и можно допустить, то только при условии, что не упускается из виду специфика метода формфактора, состоящая в том, что размер частицы является функцией ее импуль-

³⁷ См. сс. 10, стр. 93.

³⁸ См. сс. 13, стр. 96.

³⁹ См. сс. 21, стр. 576.

⁴⁰ Введение в теорию элементарных частиц (в кн. А. А. Соколов, Д. Д. Иваненко. Квантовая теория поля. М., 1952, стр. 571).

са. Наконец, в ряде работ метод формфактора характеризуется как метод обрезания. Эту подмену терминов можно принять лишь с оговоркой; что речь идет о релятивистски инвариантном обрезании.

Хотя, как сказано, все четыре метода обсуждались в дальнейшем совместно, в каждой данной работе акцент, как правило, делался на какой-нибудь один из них. Наибольшее внимание, начиная примерно с 1945 г., по причинам, которые я попытаюсь установить позже, было уделено методу D -функции в одной из ее частных форм, именно в форме соответствующей модификации закона взаимодействия частицы с полем. Это направление развития получило название теории нелокального взаимодействия (или теории с нелокальным взаимодействием).

Ниже эта линия теоретического развития прослеживается во всех подробностях, представляющих, на мой взгляд, интерес для концепции дискретного пространства-времени.

Нелокальное взаимодействие

В обычной, точечной классической теории поля взаимодействие частицы, покоящейся или движущейся, т. е. взаимодействие заряда или тока с полем определяется интегралом вида

$$H_{\text{int}}(x) \sim e \int j(x) A(x') \delta(x - x') dx', \quad (75)$$

где $j(x)$ — характеристика частицы, $A(x)$ — характеристика поля, а $\delta(x)$ — обычная функция Дирака. Присутствие в формуле этой последней функции означает, что взаимодействие частицы с полем носит точечный характер: частица взаимодействует с полем в каждый данный момент времени в одной единственной точке пространства, именно в той самой, в которой она в данный момент находится. Точечность взаимодействия является, таким образом, прямым следствием точечности частиц. Отказ от последнего представления с неизбежностью влечет за собой отказ и от первого.

Изменение функции взаимодействия в духе метода D -функции заключается, очевидно, в замене под интегралом δ -функции D -функцией, т. е. в переходе к выражению

$$H'_{\text{int}}(x) \sim e \int j(x) A(x') D(x - x') dx'. \quad (76)$$

Физическая суть предпринятого обобщения ясна из сказанного прежде: речь идет о постулировании некоего размытого взаимодействия, взаимодействия, которое имеет место не в одной единственной точке, а одновременно во всех точках некоторого малого объема. Распространение такого обобщения и на время приводит к представлению о четырехмерной раз-

мытости взаимодействия — к представлению о нелокальном взаимодействии в пространстве-времени. Понятно, что физической идеей, лежащей в основе данного обобщения, так же, впрочем, как и всех других обобщений, рассматриваемых в настоящем параграфе, является предположение о том, что в малой пространственно-временной области, в согласии с выводами § 3.2, возможны другие виды причинной связи, нежели те, которые характерны для больших масштабов пространства и времени⁴¹.

Практически, при проведении количественных расчетов в теории нелокального взаимодействия приходится подставлять вместо D -функции какую-нибудь быстроубывающую функцию, которая бы заметно отличалась от нуля только в области порядка ρ . Иначе говоря, и здесь при проведении количественных расчетов приходится переходить от метода D -функции к методу формфактора. Тем не менее метод D -функции по-прежнему сохраняет свое самостоятельное значение как совокупность наиболее общих свойств данного обобщения, т. е. свойств, не зависящих от конкретного вида формфакторов.

Первый же, предварительный анализ намеченного направления развития, произведенный в середине 40-х годов Блохинцевым, позволил установить некоторые общие особенности новой теории, которые затем легли в основу всех работ этого направления. Наиболее важные из этих особенностей суть следующие.

1. В целях сохранения релятивистской инвариантности теории D -функция должна быть функцией квадрата четырехмерного интервала:⁴²

$$D = D(s),$$

где

$$s = (x - x')^2 - c^2(t - t')^2.$$

2. Теория допускает применение обычного вариационного метода, но, будучи примененным, этот метод приводит к системе нелинейных интегральных уравнений, вследствие чего законы сохранения выполняются в теории лишь асимптотически, т. е. для переходов от $-\infty$ к $+\infty$.⁴³

3. В силу последней причины метод Гамильтона в теории с нелокальным взаимодействием неприменим; напротив, теория обнаруживает много точек соприкосновения с методом S -матрицы, незадолго перед тем развитым Гейзенбергом⁴⁴.

⁴¹ Ср. Д. Блохинцев, сс. 31.

⁴² Д. Блохинцев. Релятивистски-инвариантное обобщение законов взаимодействия элементарных частиц. — Ученые записки МГУ, 77, 101—111, 1945.

⁴³ Там же.

⁴⁴ См. сс. 31.

В частности, вычисление эффективного сечения рассеяния частиц в рамках теории с нелокальным взаимодействием приводит к той же уточненной формуле Борна, которую дает метод S -матрицы⁴⁵.

Исчерпывающее математическое выражение перечисленные идеи получили в работе Мак-Мануса, выполненной под руководством Пайерлса в 1948 г.⁴⁶ Мак-Манус провел в строгом виде все те преобразования, которые наметил и частично выполнил Блохинцев. Он рассмотрел также несколько частных видов D -функции, установив, в частности, что эта функция, кроме своего обычного свойства — быстрого убывания с увеличением расстояния от центра, — должна быть нечетной и равной нулю в вершине светового конуса: в противном случае добавки к элементарному объему по разные стороны от конуса не компенсируют друг друга, и объем неограниченно растет с течением времени. Как и следовало ожидать, все полученные результаты оказались свободными от сингулярностей. Например, для потенциала покоящегося электрона при одной из частных форм обрывающего множителя было найдено выражение

$$\varphi = \frac{e}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{\rho}} \cos \frac{r}{\rho} \right),$$

которое, как легко видеть, совпадает с законом Кулона на больших расстояниях и имеет конечное значение в начале координат. Для собственной энергии электрона отсюда следует

$$e = 0,7 \frac{e^2}{\rho}, \quad (77)$$

в качественном согласии со значением коэффициента k из формулы (15) в формулах (65) и (72).

В изложенных работах Блохинцева и Мак-Мануса теория с нелокальным взаимодействием анализировалась на классической основе. Далее предстояло — и только после этого можно было вынести окончательное суждение о достоинствах теории — перейти к обсуждению ее квантового варианта. Сделать это стандартным образом, т. е. постулированием коммутационных соотношений между полем и ему сопряженным, не представлялось возможным, так как из-за негамильтоновой формы теории нельзя было определить сопряженное поле. Пришлось прибегнуть к обходным путям. Случилось так, что их сразу было найдено два: один состоял в применении метода Фейнмана, основанного на идеях первичного квантования и состоя-

⁴⁵ См. сс. 42.

⁴⁶ H. M c M a n u s. Classical electrodynamics without singularities.—PRs, 195, 323—336, 1948. См. также R. P e t e r l s, H. M c M a n u s. Electrodynamics without point singularities.—PhR, 70, 795, 1946.

щего в записи уравнений поля с помощью функций Грина в пространственно-временных областях с заданными граничными условиями,⁴⁷ другой — в применении метода Янга-Челлена, основанного на выделении в интегральных уравнениях входящей и выходящей волн и на квантовании каждого рода волн по отдельности⁴⁸. Оба способа привели к одному и тому же результату, причем крайне неприятному: в квантовой теории поля с нелокальным взаимодействием, так же как в обычной квантовой теории поля, такие типично квантовые эффекты, как собственная энергия фотона и ток поляризации вакуума, бесконечны.

Интересно отметить, что данный факт был установлен в значительной степени независимо двумя польскими теоретиками — Жевуским и Райским — в одном и том же 1951 г.

После установления данного факта на порядок дня в теории нелокального взаимодействия встала задача по отысканию способов устранения бесконечностей, обусловленных квантовыми эффектами. Возможный путь к решению этой задачи намечался из следующих общих особенностей квантового метода. Оператор энергии взаимодействия частицы с полем определяется в квантовой теории интегралом типа

$$H_{\text{int}}(x) \sim e \int \psi^*(x) A(x') \psi(x) \delta(x - x') dx', \quad (78)$$

в котором $\psi(x)$ — волновая функция частицы, а значок * означает эрмитовую сопряженность. Присутствие под интегралом δ -функции по-прежнему указывает на точечный характер взаимодействия. Отличие данного оператора от выражения (76) состоит, как легко видеть, в наличии одного лишнего множителя. Воспринимая это обстоятельство под углом зрения обобщаемого метода, легко прийти к мысли продолжить начатое обобщение δ -функции и ввести в рассмотрение D -функцию, зависящую не от двух, а от трех мировых точек. Иначе говоря, можно попытаться принять для оператора энергии взаимодействия выражение типа

$$H'_{\text{int}}(x) \sim e \iint \psi^*(x) A(x') \psi(x'') D(x - x', x' - x'') dx' dx''.$$

В пределе, при переходе к точечной теории такая D -функция должна переходить в произведение двух δ -функций Дирака:

$$D(x, x', x'') \rightarrow \delta(x - x') \delta(x - x'').$$

⁴⁷ J. Rzewuski. Field theories without divergences.— APhP, 11, 9—24, 1951.

⁴⁸ J. Rayski. On field theories with non-localized interaction.— APhP, 11, 25—35, 1951 or PhM, 42, 1289—1297, 1951.

Намеченное ультраобобщение было произведено, и результаты, которые оно позволяет получить, изучены.^{49, 50} Общее заключение прозвучало оптимистично: бесконечные выражения исчезают из теории.

К сожалению, это заключение относилось только к полям мезонного типа и не могло быть распространено на электромагнитное поле. Дело в том, что присутствие в теории D -функции, зависящей более чем от двух мировых точек, нарушает калибровочную инвариантность теории; калибровочная же инвариантность, т. е. нечувствительность потенциалов и волновых функций к преобразованиям вида

$$A \rightarrow A + \frac{\partial \Lambda}{\partial x},$$

$$\psi \rightarrow \psi \cdot e^{-ie\Lambda},$$

где Λ — произвольная функция координат, теснейшим образом связана с нулевым значением массы квантов поля и, значит, существенно необходима в теории электромагнитного поля. Таким образом, в отношении последнего проблему нельзя было считать решенной.

Пытаясь восстановить утраченную калибровочную инвариантность теории путем дальнейшей модификации исходных уравнений, естественно было учесть, что калибровочной инвариантностью в теории электромагнитного поля обладает не оператор энергии взаимодействия, который только и обсуждался до сих пор, а сумма этого оператора и оператора свободной частицы

$$H = H_0 + H_{\text{int}}.$$

Поскольку нарушение калибровочной инвариантности в рассматриваемом случае произошло из-за модификации второго оператора, восстановить ее можно было попытаться соответствующей модификацией первого. Задачу решает, например,⁵¹ введение под интеграл множителя $e^{ie\chi(x' - x'')}$, где

$$\chi(x' - x'') = \int_{x'}^{x''} A(x) dx.$$

Анализ уравнений поля с таким множителем в гамильтониане, однако, показал, что теория вновь становится расходящейся, причем не только в отношении чисто квантовых эффектов, но и в отношении собственной массы электрона⁵². Разум-

⁴⁹ P. Kristensen, C. Møller. On a convergent meson theory.— DVS, 27, N 7, 1952.

⁵⁰ C. Bloch. On field theories with non-localized interaction.— DVS, 27, N 8, 1952.

⁵¹ Там же.

⁵² M. Chretien, R. Peierls. A study of gauge-invariant non-local interactions.— PRS, 223, 468—481, 1954.

ная деформация теории не улучшила положение. Пришлось признать, что уравнения теории поля с нелокальным взаимодействием изученного типа не способны устранить расходимости теории, причем природа трудностей такова, что простым изменением схемы невозможно добиться положительного результата⁵³.

Невозможность совместить в рамках теории нелокального взаимодействия отсутствие бесконечных выражений с требованием калибровочной инвариантности было расценено рядом физиков как свидетельство слабости данной теории. Возникло сомнение в правильности самой исходной идеи метода, появились симптомы разочарования в ней. Например, Гейзенберг в середине 50-х годов заявил, что «до настоящего времени исследования в области нелокального взаимодействия не дали обнадеживающих результатов»⁵⁴. Точно так же Блохинцев, характеризуя то направление развития, которое он сам десять лет назад наметил, отмечал, уже не без доли сожаления, что «линия развития теории не является восходящей <...> Разработка этой теории не принесла обнадеживающих результатов, напротив, выяснилось много новых трудностей, которые на первых порах оставались незамеченными»⁵⁵.

С другой стороны, несомненный итог проведенной дискуссии состоял в том, что теория нелокального взаимодействия ни в чем не обнаружила своей полной несостоятельности, нигде явно не обанкротилась, никому не удалось доказать ее безусловную непригодность. Короче, идея нелокального взаимодействия отнюдь не развенчала себя. Наоборот, развитие ее никогда не переставало манить теоретика широкими перспективами, обнадеживать отдельными удачными решениями и, таким образом, по-прежнему привлекать его внимание завидной возможностью найти когда-нибудь на этом пути выход из того тупика, в котором все еще продолжала оставаться теоретическая физика. В лице данной идеи, иначе говоря, теоретик встретил идею зовущую, хотя и обманчивую, обещающую, хотя и разочаровывающую.

О том, как разрешаются в современной физике подобные ситуации, мы узнаем из дальнейшего изложения.

Почти в то самое время, когда, как отмечено, одна группа ученых выразила известное недоверие к идее нелокального взаимодействия, другая группа выступила с инициативой нового повышенного интереса к ней. Побудительным мотивом выступления и на этот раз служил тот же, разве что ставший

⁵³ Там же, стр. 480.

⁵⁴ В. Гейзенберг. Современное состояние теории элементарных частиц.—УФН, 60, 418, 1956.

⁵⁵ Д. Блохинцев. Нелокальные и нелинейные теории поля.—УФН, 61, 142, 1957.

еще более очевидным факт, что обычная квантовая теория поля терпит крах на малых расстояниях и, значит, нуждается в каком-то кардинальном преобразовании своих основ; а главное достоинство обсуждаемого метода по-прежнему усматривалось в возможности получить с его помощью сходящиеся результаты для самых различных эффектов — для собственной массы элементарных частиц, для аномального магнитного момента электрона и т. д. Особо было при этом подчеркнуто, что самые различные эффекты удается рассчитать с одним и тем же, по величине параметром обрезания, причем порядка 10^{-13} см⁵⁶.

Успешным оказалось также применение того же метода в мезонной теории для расчета аномального магнитного момента нуклонов, упругого рассеяния электронов на протонах⁵⁷ и упругого электрон-нейтронного рассеяния⁵⁸. Если аномалия магнитного момента нуклонов привлекала внимание теоретиков с самого момента открытия ее экспериментаторами в середине 30-х годов, то интерес к электрон-протонному рассеянию возрос значительно позже, в середине 50-х годов, в связи с применением в соответствующих опытах электронов высоких энергий, что позволило перейти к обсуждению вопроса о внутренней структуре нуклонов. Система электрон-нейтрон, еще не освоенная экспериментом, казалась достойной внимания по аналогии с системой электрон-протон. В качестве экспериментальных данных для нее были привлечены данные об эффективных поперечниках рассеяния электронов на протонах и на дейтронах в предположении, что разность этих двух поперечников дает значение эффективного поперечника электрон-нейтронного рассеяния. Что касается выбора для расчета мезонной теории, то его подсказало наличие в этой теории быстро убывающего потенциала Юкавы, представляющего собой род идеи протяженной частицы (см. стр. 114) и, следовательно, гармонирующего с идеей релятивистски инвариантного обрезającego множителя. Результаты расчета всех трех эффектов, как уже сказано, получились хорошими. В частности, и на этот раз, при разумном выборе значений для констант связи между нуклонами и мезонным полем, параметр обрезания оказался во всех случаях почти одинаковым и равным примерно 10^{-13} см.

⁵⁶ E. Arnow, W. Heitler. The self-stress problem and the limits of validity of quantized field theories.—NC, 2, 1282—1296, 1955. См. также W. Heitler. The universal constant limiting the validity of the quantized field theories.—NC, Supp., 6, 340—343, 1957.

⁵⁷ L. Pandit. Electromagnetic properties of the nucleon and relativistic electron-proton scattering according to meson theory.—NC, 7, 263—265, 1958; HPhA, 31, 379—412, 1958.

⁵⁸ L. Pandit. Relativistic electron-neutron scattering according to meson theory.—NC, 10, 534—537, 1958.

Развитию метода нелокального взаимодействия в рассматриваемый период способствовало также обнаружение того факта, что обычная, точечная двухкомпонентная теория не в состоянии удовлетворительно объяснить энергетический спектр электронов при распаде μ -мезона на электрон, нейтрино и антинейтрино, тогда как учет нелокальности частиц, участвующих в реакции, восстанавливает согласие между теорией и экспериментом. Между прочим, аналогичный эффект в случае ядерного β -распада, по-видимому, на четыре порядка меньше, чем в случае μ -мезонного β -распада, и, значит, практически пока не может быть замечен⁵⁹.

В том же духе могло быть истолковано неожиданно для всех прозвучавшее открытие, что нейтральный K -мезон тяжелее заряженного K -мезона. Так как соотношение масс в случае ранее взвешенных нейтрального и заряженного π -мезонов обратное, принято было думать, что эта разница масс носит электромагнитный характер. После открытия указанной аномалии K -мезонов возможность такого объяснения поколебалась. Новое объяснение можно было связывать с существованием нового типа взаимодействия или с изменением на малых расстояниях старого, в частности, с изменением в направлении нелокальности⁶⁰.

Долгое время проблема разности масс изобарических пар элементарных частиц находилась вне поля активной научной дискуссии. Не последнюю роль в этом играло, как кажется, то обстоятельство, что метод перенормировки, завоевавший в 50-е годы всеобщее признание физиков блестящим объяснением лэмбова сдвига атомных уровней и аномального магнитного момента электрона, в его обычном виде неприменим к вычислению собственных масс частиц, так как полагает их принципиально ненаблюдаемыми. Метод нелокального взаимодействия не связан таким ограничением⁶¹. Применение его при количественном расчете протон-нейтронной разности масс на базе мезонной теории в предположении, что эта разность целиком обусловлена электромагнитным и ядерным взаимодействием, дало в общем неплохие результаты — правильный знак и правильный порядок величины⁶².

⁵⁹ T. Lee, C. Yang. Possible nonlocal effects in μ decay.—PhR, 108, 1611—1614, 1957.

⁶⁰ K. Daiyasu, R. Sugano. $K^+ - K^0$ mass difference.—PTPh, 23, 846—852, 1960.

E. Arnaud, W. Heitler, Y. Takahashi. On a convergent non-local field theory.—NC, 16, 671—682, 1960.

⁶¹ Арну и др., предыдущая ссылка.

⁶² L. O'Riada, B. Sredniawa, C. Terreaux. The proton-neutron mass-difference according to meson-theory.—NC, 14, 376—396, 1959.

Итак, мы оказались в состоянии насчитать по крайней мере пять очагов теоретической деятельности, где вновь возгорелась идея нелокального взаимодействия после того, как она была оставлена под впечатлением выяснившейся невозможности совместить ее с конечностью результатов в рамках калибровочно инвариантной теории электромагнитного поля. Инициаторами и главными донорами новой волны активности выступили Гайтлер, Арну и некоторые другие участники Семинара по теоретической физике в Цюрихе. В работах этой группы теоретиков иногда в рассмотрение вводилась D -функция даже еще более общего вида, чем все, прежде обсуждавшиеся, именно функция, зависящая от четырех мировых точек и переходящая в точечном пределе в произведение трех δ -функций:

$$D(x, x', x'', x''') \rightarrow \delta(x - x') \delta(x - x'') \delta(x - x''').$$

Тем не менее калибровочная инвариантность теорий по-прежнему оказывалась нарушенной⁶³. Проведение данной серии работ группой Гайтлера — Арну выражало, следовательно, недвусмысленное намерение ее членов не считать калибровочную инвариантность некоей обязательной чертой теории.

Вопрос ставился следующим образом: является ли требование калибровочной инвариантности безусловно необходимым или при выполнении некоторых других условий можно обойтись без него? Окончательным арбитром при решении этого вопроса, как обычно, должен был выступить опыт. Главное возражение со стороны опыта против отказа от калибровочной инвариантности нам уже известно: в теории калибровочно неинвариантной масса фотонов получается конечной. Однако в процессе обсуждения этого вопроса выяснилось одно любопытное обстоятельство. Было показано, что конечность массы покоя фотонов имеет место в любой теории, основанной на эрмитовом и линейном носителе полей излучения гамильтониане, и следовательно, в частности, в обычной электродинамике, где этот недостаток теории не обнаруживается явно только потому, что перекрывается еще худшим недостатком — бесконечностью собственной массы фотонов. В обычной электродинамике нужная масса покоя фотонов получается, как известно, методом перенормировки массы. В электродинамике с нелокальным взаимодействием та же цель может быть достигнута добавлением к гамильтониану членов более высокого порядка, например, второго. Форма такой добавки не могла быть установлена однозначно. Другими словами, для того чтобы привести теорию нелокального взаимо-

⁶³ E. Arnous, W. Heitler, L. O'Rai feartaigh. On a convergent non-local field theory.— NC, 16, 785—805, 1960.

L. O'Rai feartaigh. The S-matrix in the non-local field theory of Arnous and Heitler.— NPhA, 33, 783—802, 1960.

действия в согласии с опытом, приходилось дополнять ее по существу произвольным положением⁶⁴.

В данной связи уместно заметить, что само требование калибровочной инвариантности также является дополнительным и в известном смысле произвольным условием, накладываемым на потенциалы электромагнитного поля. Действительно, калибровочная инвариантность является прямым следствием аксиального условия

$$\sum \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu} = 0,$$

которое вводится для того, чтобы исключить из теории ненаблюдаемые в действительности продольные и скалярные фотоны и обеспечить нулевое значение массы наблюдаемых поперечных фотонов. В этом условии особенно интересно то, что сами потенциалы, A_ν , для которых оно формулируется, физически ненаблюдаемы. Мы можем, следовательно, сказать, что сначала в теорию вводятся ненаблюдаемые величины, а затем накладываются дополнительные условия, с помощью которых из теории исключаются нежелательные ненаблюдаемые эффекты. Иначе говоря, мы ликвидируем одной рукой то, что вводим другой.

Неудовлетворительность подобного приема не нуждается в доказательстве. Естественными и закономерными представляются поэтому попытки освободиться от понятия потенциала, строить теорию электромагнитного поля только на физически воспринимаемых величинах — на напряженностях электрического и магнитного полей. В теории Ми (см. § 3.3, серия вторая) можно видеть одну из попыток такого рода. В последующем эта идея также не раз привлекала внимание теоретиков. Между прочим было показано, что электродинамика, построенная для напряженностей, может быть сделана релятивистски инвариантной и допускает квантование⁶⁵. К той же схеме электродинамики привело обобщение спинорного уравнения Дирака на случай частиц произвольного спина, не имеющих массы покоя⁶⁶. Разумеется, во всех подобных схемах калибровочную инвариантность вводить не требовалось.

Важно и интересно отметить, что в схемах такого рода операторы электрона и фотона не коммутируют друг с другом, т. е. взаимодействие электронов с электромагнитным полем в этих схемах носит нелокальный характер⁶⁷. Значит, бескалибровочная

⁶⁴ L. O'Rai feartaigh, Y. Takahashi. Further investigations on the non-local convergent field theory.— *HPhA*, 34, 554—586, 1961.

⁶⁵ F. Belinfante, J. Lomont. Gauge-independent quantum electrodynamics.— *PhR*, 84, 541—546, 1961.

⁶⁶ C. Hammer, R. Good. Electrodynamical quantization process.— *Annals of Physics*, 12, 463—475, 1961.

⁶⁷ Там же.

электродинамика близка электродинамике с нелокальным взаимодействием. Во всяком случае, если когда-нибудь в будущем удастся сделать то, что пока сделать не удалось, — построить удовлетворительную во всех отношениях схему бескалибровочной электродинамики, — надо будет вспомнить, что областью, в которой ранее других обнаружилась чужеродность принципа калибровочной инвариантности, было обобщение теории поля на нелокальность взаимодействия.

Справедливости ради надо отметить, что в последние годы в физике появилась и противоположная тенденция: основываясь на связи калибровочной инвариантности с законом сохранения электрического заряда, пытаются устанавливать «калибровочные преобразования» для всех других законов сохранения, например, для сохранения изобарического спина, барионного числа, странности. В частности, делаются попытки совместить калибровочную инвариантность с конечным значением массы покоя квантов соответствующего поля (Швингер и др.). Какая из тенденций возьмет верх — еще неясно.

В дополнение к сказанному о бескалибровочной электродинамике можно указать, что исключение из нелокальной электродинамики нефизических волн — продольных и скалярных, — так же как в случае локальной теории, может быть осуществлено каноническим преобразованием потенциалов⁶⁸. При подходящем выборе канонического преобразования нелокальная теория отличается от локальной только нелокальностью плотности заряда-тока⁶⁹.

Перечисленные факты доказывают, что калибровочная инвариантность максвелловой теории электромагнитного поля не находится под защитой гносеологического табу: надо только, нарушая ее, позаботиться о том, чтобы это не приводило к каким-либо внутренним противоречиям теории или к противоречию между теорией и опытом. Поскольку, как мы видели, ресурсы для соблюдения этого требования имеются, работы по теории нелокального взаимодействия получают с этой стороны визу на вход в современную теоретическую физику. Такие работы, иными словами, могут продолжаться.

И они действительно продолжают, как показывает, например, расчет поперечников нуклон-нуклонного и мезон-нуклонного рассеяния, произведенный с помощью фактора типа Гайтлера — Арну во втором приближении теории возмущений. В первом случае результаты расчета явно подтвердили реальность существования у нуклонов твердой сердцевины размером порядка 10^{-13} см. Правда, глубина потенциальной ямы

⁶⁸ E. Arnaud. Corrections a l'interaction coulombienne en électrodynamique non locale.— JPhR, 22, 326—327, 1961.

⁶⁹ P. Uem. Condition de Lorentz et interaction coulombienne en théorie non locale.— CR, 254, 1935—1936, 1962.

получилась раз в десять меньше, чем нужно, но имелась надежда увеличить ее учетом членов более высокого порядка⁷⁰. Во втором случае теория, в согласии с экспериментом, дала горб на кривой зависимости поперечника рассеяния от энергии падающих мезонов, хотя, в отличие от эксперимента, вершина горба пришла не на 200, а на 360 Мэв. Так как локальные теории вообще не позволяют описывать резонансные явления в области столь высоких энергий, этот результат также следовало признать положительным⁷¹.

Одновременно продолжались, конечно, и поиски способов, которые бы обеспечивали применимость идеи нелокальности взаимодействия в области электродинамики. Среди таких способов можно назвать, например, следующий: функции поля усредняются не по четырехмерному пространственно-временному объему, как обычно, а по одномерным времени-подобным путям, причем на появляющиеся в результате этого дополнительные параметры, для получения нулевой массы фотонов, накладываются определенные условия. Цель таким способом оказывается достигнутой, но физический смысл его остается неясным⁷².

Работы по теории нелокального взаимодействия будут, несомненно, продолжаться и впредь. Привлекательные стороны этой теории, отмеченные на стр. 213, все еще сохраняют свою привлекательность. Правда, в итоге второго тура работ окрепли и негативные стороны: даже вариант Гайтлера — Арну, более других развитый и успешнее других примененный к объяснению различных явлений, не может считаться удовлетворительным решением задачи — не может хотя бы из-за чрезмерной сложности соответствующего математического аппарата. Но действие первых сильнее противодействия вторых. Пока существует проблема расходимостей и где-то мерцает огонек надежды на решение ее, люди вновь и вновь будут пытаться идти на этот зов, не считаясь с печальным опытом своих предшественников. Такова уж природа человека. Даже на тех участках познания, где труд ученого напоминает труд Сизифа, процесс познания не прекращается. Спорить можно только о том, каковы будут окончательные результаты этой неутомимой работы. Здесь каждый волен думать по-своему — верить в победу разума или, наоборот, сомневаться в ней, — но для всех должно быть ясно одно: было бы поистине парадоксом, если бы это извечное и неодолимое

⁷⁰ Yvonne Héno. Existence d'un «cœur dur» pour l'interaction nucléon — nucléon en théorie non locale de Heitler — Arnous. — CR, 252, 2827—2829, 1961.

⁷¹ J. Guillot, Yvonne Héno. La diffusion des mésons π^+ sur les protons en théorie non locale de Heitler — Arnous. — CR, 254, 1932—1934, 1962.

⁷² M. Lévy. Non-local quantum electrodynamics. — NPh, 57, 152—190, 1964.

стремление людей к знанию уже самим фактом своего существования не предполагало достижимости цели.

Конечно, решение проблемы не обязательно будет найдено на пути нелокального взаимодействия. Наоборот, относительная безуспешность всех предпринятых до сих пор попыток освободить теорию поля от бесконечных выражений этим методом побуждает взглянуть на него несколько более критически, чем это делалось в процессе его развития. Взглянув так, мы заметим, что метод этот не простой, а, так сказать, двуединый: в нем слились две концепции — концепция нелокальности и концепция взаимодействия. До сих пор мы обращали внимание только на первую сторону метода; легко, однако, видеть, что если бы концепция взаимодействия оказалась неадекватна природе вещей, было бы тщетно пытаться построить правильную теорию, отправляясь, как это предписывает метод нелокального взаимодействия, от лагранжиана или гамильтониана взаимодействия. Сомнение в справедливости концепции взаимодействия отнюдь не является чисто абстрактным. Напротив, для него всегда, начиная со времен Ньютона, утвердившего эту концепцию в качестве основного физического начала, имелись веские основания. Особенно много появилось их в последние годы, после тридцатилетних безуспешных поисков закона ядерных сил. Имея в виду это обстоятельство, может быть уже пора признать, что концепция взаимодействия в применении к элементарным частицам не является той почвой, на которой без риска потерпеть фиаско можно возводить здание фундаментальной теории. Возможно, неудача всех попыток построить теорию нелокального взаимодействия свидетельствует именно об этом факте⁷³.

Если попытаться отойти от концепции взаимодействия, сохраняя в то же время те приемы, которые выработались в процессе разработки теории нелокального взаимодействия, то нетрудно будет прийти к мысли вводить формфактор или D -функцию не в лагранжиан или гамильтониан взаимодействия, а в элементы матрицы рассеяния, которая, судя по всему, особенно явно и полно воплощает в себе стремление современной физики отказаться от концепции взаимодействия, поставить на ее место концепцию гармонизированных квантовых состояний. С другой стороны, матрица рассеяния, как это отчетливо обнаружится при изучении ее генезиса в § 6.2, имеет самое непосредственное отношение к концепции дискретного пространства-времени. Перенесение методов D -функции и формфактора на формализм матрицы рассеяния представляет собой, таким образом, двойной реверанс перед концепцией дискретности и значит, с точки зрения этой последней, должно быть воспринято как исключительно перспективное направление развития.

⁷³ Ср. сс. 64, стр. 577.

Попытку осуществить программу, близкую к намеченной, предпринял Ватагин в первой половине 50-х годов. Побуждаемый активной творческой деятельностью, развернувшейся в тот период в области нелокальностей разного рода, он вернулся к своим идеям двадцатилетней давности (см. стр. 196), но попытался придать им новую, оригинальную форму в надежде и на этот раз решающим образом повлиять на ход дальнейшего научного развития. Им было испробовано несколько различных подходов. Так, вначале он попытался было развить квантовую теорию полей, взаимодействие между которыми ограничено элементарной областью и определяется операторами, зависящими от разности координат и разности импульсов частиц. Это был, следовательно, вариант теории сил одновременно и нелокальных и короткодействующих, причем теория носила явно негамильтоновский характер⁷⁴. Полученные результаты казались обнадеживающими. Поэтому Ватагин решил пойти еще дальше по тому же пути — предложил вводить формфактор не в лагранжиан взаимодействия, а сразу же во внутренние и внешние линии диаграмм Фейнмана, соответствующие, как известно, спаренным и свободным операторам в членах разложения матрицы рассеяния по степеням константы связи⁷⁵. По смыслу, такой формфактор представлял собой статистический вес невырожденных состояний частицы с определенными значениями импульса в начальном и конечном состояниях. В качестве примера был рассмотрен формфактор

$$G(\xi) = \frac{3(\sin \xi - \xi \cos \xi)}{\xi^3},$$

выбор которого определился в процессе предыдущего изучения: Здесь $\xi = \frac{ap}{\hbar}$, a — некоторый инвариант. В пределе, при $p \rightarrow 0$ данная функция обращается в единицу⁷⁶.

Намеченный прием обладает исключительно высокой степенью общности. Как выяснилось, он включает в себя в качестве частных случаев такие обобщения, как обычное релятивистское обрезание (в том случае, когда формфактор строится на обычной системе координат), нелокальность поля (когда формфактор строится на независимой системе координат) и ренормировка констант связи (при отсутствии зависимости формфактора от физических величин)⁷⁷. Неудивительно поэтому, что

⁷⁴ G. Wataghin. On the quantum theory of fields.— NC, 8, 592—594, 1951; 9, 208—209, 1952.

⁷⁶ G. Wataghin. Sui campi non locali.— NC, 12, Suppl., 1, 103—106, 1954.

⁷⁷ G. Wataghin. On a non-local field theory.— NC, 10, 1602—1604, 1953.

⁷⁷ P. Sen. A simple non-local quantum electrodynamics.— NC, 3, 390—408, 1956.

при разработке его до уровня теории пришлось произвести полную ревизию обычного формализма матрицы рассеяния, например сформулировать новые правила расчета элементов матрицы. Некоторые результаты, полученные Ватагиным, вознаградили его за затраченный труд. Например, собственная энергия частиц получилась конечной. Интересно, что для получения этого результата пришлось ограничить снизу продолжительность жизни частиц в промежуточных, виртуальных состояниях, причем величина ограничения по порядку величины совпала с значением хронона⁷⁸. Успешным оказалось также применение теории к объяснению множественного рождения частиц в космических лучах, причем здесь для получения согласия с опытом идею нелокальности пришлось дополнить идеей нелинейности взаимодействия⁷⁹. Все, таким образом, свидетельствовало о плодотворности примененного приема, но чрезмерная математическая сложность теории тормозила продвижение вперед⁸⁰.

Другим, гносеологическим недостатком метода Ватагина следует, в свете вышесказанного, признать использование той формы матрицы рассеяния, которая существенно основывается на гамилтоновом формализме и, следовательно, по существу возвращает нас обратно к концепции взаимодействия. Этот уклон был явно провозглашен самим Ватагиным в самом начале его работ⁸¹, отчетливо обнаружился в возможности осуществить его программу заменой потенциала, заданного в точке, потенциалом, заданным в окрестности этой точки,⁸² и совершенно откровенно проявился в исследовании модели трех взаимодействующих полей, где задача прямо сведена к решению уравнения Шредингера с оператором взаимодействия, обобщенным на присутствие формфактора.⁸³ Положительным, с этой точки зрения, в методе Ватагина является только тот факт, что формфакторы вводятся в линии диаграмм Фейнмана, а не в узлы, что соответствовало бы методу нелокального взаимодействия.⁸⁴

Резюмируя, мы можем сказать, что Ватагин в изложенных работах только приблизился к осуществлению намеченной выше программы, но ни в коей мере не осуществил ее. Не осуществил ее пока и никто другой из теоретиков. Может быть, сделать это

⁷⁸ G. Wataghin. On a non-local relativistic quantum theory of fields.— NC, 5, 689—701, 1957.

⁷⁹ G. Wataghin. Theoretical interpretation of multiple production of particles in high energy collisions.— NC, Suppl., 8, 793—795; 1958. Г. Ватагин. Нелокальная теория высокоэнергичных «струй». — Труды Международной конференции по космическим лучам. Июль 1959 г. Том I. Ядерные взаимодействия при энергиях 10^{11} — 10^{14} эв. М., 1960, стр. 236—239.

⁸⁰ Cp. G. Wataghin. Causality, complementarity and S-matrix formalism in 4 non-local relativistic theories of fields.— NC, 9, 519—523, 1958.

⁸¹ Сс. 76.

⁸² Сс. в, сс. 77.

⁸³ См. 80.

⁸⁴ Асколи, сс. 36.

при нынешнем состоянии метода S -матрицы и невозможно. Вообще, проблема отыскания математической структуры, допускающей более эффективное и, значит, более адекватное природе обобщение, чем это позволяет сделать лагранжиан взаимодействия, все еще остается нерешенной. С некоторой определенностью можно пока утверждать только то, что пропагаторы Фейнмана, по-видимому, не являются такими структурами, по крайней мере в рамках рассматриваемых здесь обобщений. Разумеется, у нас нет никаких оснований сомневаться в том, что необходимые структуры когда-либо будут найдены.

В данной связи кажется уместным обратить внимание на следующую особенность рассмотренных работ по теории нелокального взаимодействия: все они велись на уровне D -функции, т. е. без конкретизации вида обрезającego множителя, с учетом его только самых общих свойств. Например, схема Гайтлера — Арну справедлива — и это ее важная черта — при любых обрезających множителях из определенного класса функций.⁶⁵ Однако на вопрос, чем объясняется такое безразличие теорий — грубостью ли ее или природой самих описываемых элементарных частиц, — еще невозможно ответить. Иначе говоря, все еще сохраняет силу альтернатива, установленная на стр. 198 для свойств элементарного объема. Удачный выбор математической структуры для введения обрезającego множителя позволит, как можно надеяться, произвести, наконец, выбор между полюсами этой альтернативы, а в случае справедливости первого из них, т. е. при наличии у элементарных частиц определенной пространственно-временной структуры, выбор между различными собственными функциями. С другой стороны, переход на такой, более высокий уровень дискуссии, если только он когда-либо совершится, и будет, очевидно, означать, что нужная математическая структура, наконец, найдена.

Перед тем как расстаться с историей работ по теории нелокального взаимодействия, отметим одну недавно проявившуюся и еще не вполне ясную, но тем не менее кажущуюся достойной внимания точку соприкосновения этих работ с некоторыми новыми течениями современной теоретической физики. Речь идет об indefinitной метрике и о связанных с нею нефизических состояниях.

Индефинитная метрика

Одной из вечных проблем, волнующей умы философов и естествоиспытателей, является вопрос о взаимоотношении объективной реальности и математики. Объективная реальность и математика противостоят друг другу как два грандиозных мира — мир материальный, естественный, «не созданный никем из богов», т. е. существующий от века, и мир идеальный, ис-

⁶⁵ Сс. 62.

кусственный, созданный человеком, т. е. существующий сравнительно с недавнего времени. По происхождению и природе эти два мира, следовательно, существенно отличаются друг от друга. Тем не менее между ними имеется несомненное далеко идущее единство, на котором, между прочим покоятся все современные точные науки. Проблема соотношения между действительностью и математикой стала особенно актуальной в последние десятилетия, когда в физике выделилась специальная ветвь, теоретическая физика, которая претендует — и не без успеха — на открытие закономерностей реального мира из себя самой, с помощью математических преобразований. Многие важные положения современной физики найдены именно таким способом, и это лишний раз доказывает, что у математических построений, с одной стороны, и у явлений внешнего мира, с другой, имеется общая основа.

В конкретных областях физики проблема взаимоотношения объективной реальности и математики преломляется в тысячи самых различных предположений. О каждом математическом выражении, оправдавшем себя в применении к тому или иному кругу физических явлений, можно спросить: почему именно данное выражение обладает таким свойством, насколько полно оно обладает таким свойством, не является ли несколько иное выражение более адекватным действительности, не соответствует ли та или иная модификация данного выражения другому кругу физических явлений и т. д. Подобные вопросы кажутся особенно законными, когда модификация признанных математических выражений основывается на соображениях симметрии. Рассмотрим, например, два релятивистских соотношения, симметричных относительно знаков плюс и минус, — для энергии

$$E = \pm c \sqrt{m^2 c^2 + p^2},$$

и для потока плотности вероятности

$$j = \pm i \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial t} \psi - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} \right).$$

Обычная теория поля использует только положительные значения этих величин, считая отрицательные энергии и отрицательные вероятности не имеющими физического смысла. Но с математической точки зрения отрицательные значения этих величин не менее корректны положительных значений, в частности, отрицательным значениям энергии всегда сопутствуют отрицательные вероятности, так же как положительным энергиям — положительные значения вероятности.

Какой вывод следует из этого примера? Следует ли думать, что асимметрия реального мира в данном случае является свойством, которое каждый исследователь, если он хочет добиться успеха, должен ставить во главу угла всех своих теоре-

тических построений, или, наоборот, при развитии релятивистской теории поля следует апеллировать к соображениям симметрии, жертвуя ради нее данной нам в ощущениях реальностью?

Пойти по второму пути попытался Дирак в 1941 г. Он предположил, что в математическом плане отрицательные энергии и отрицательные вероятности не менее действенны, чем положительные энергии и положительные вероятности, и, соответственно с этим, наряду с операторами поглощения и испускания частиц для состояний с положительными энергиями, ввел в рассмотрение аналогичные операторы для состояний с отрицательными энергиями, а также операторы суммы тех и других. В результате в теории появились отрицательные вероятности и даже вероятности, большие единицы, т. е. вещи, в рамках реального мира явно нелепые. Однако в рамках математического мира они оказались не только приемлемыми, но и позволили преодолеть некоторые трудности с расходящимися выражениями⁸⁶.

Идея Дирака была подхвачена и развита в стройную систему Паули, который применил ее, в сочетании с методом предельного λ -процесса, для исключения расходимостей из квантовой теории поля. В процессе этого исследования более отчетливо проявились характерные черты произведенного обобщения. Как подчеркнул Паули, суть данной идеи Дирака состоит в том, что в пространство квантовых состояний теории поля (в пространство Гильберта) вводятся и положительные, и отрицательные нормы, т. е. пространству приписывается неопределенная, индефинитная метрика. Это, в свою очередь, влечет за собой ряд важных следствий. Так, ради сохранения инвариантности теоретических выражений относительно линейных преобразований координат в гильбертовом пространстве, вместо эрмитовых (комплексно самосопряженных) операторов ψ^* , обычно используемых в квантовой теории, в теориях с индефинитной метрикой должны применяться более общие, «самосмежные» операторы $\bar{\psi}$, связанные с прежними операторами соотношением

$$\bar{\psi} = \psi^* \gamma_4,$$

где γ_4 — матрица Дирака. В пространстве с обычной, положительно определенной метрикой самосмежные операторы совпадают с самосопряженными⁸⁷.

⁸⁶ P. Dirac. The physical interpretation of quantum mechanics.—PRS, 180, 1—40, 1942. См. также P. Dirac. Quantum electrodynamics.—Communications of the Dublin Institute for Advanced Studies. Series A. No 1. Dublin, 1943.

⁸⁷ W. Pauli. On Dirac's new method of field quantization.—RMPH, 15, 175—207, 1943.

Обобщение теории поля на индефинитную метрику гильбертова пространства сделалось актуальным в середине 50-х годов, благодаря дискуссии, развернувшейся вокруг модели Ли. Модель Ли — это система трех специальных взаимодействующих полей или, что то же самое, трех сортов частиц — нерелятивистских фермионов N и V и релятивистских бозонов Θ . Система эта замечательна тем, что может быть рассчитана и непосредственно и способом перенормировки, причем результаты того и другого расчетов, как показал Ли, совпадают только в том случае, если перенормированный заряд q' связан с исходным зарядом q соотношением

$$q' = \pm q \sqrt{V - |Z|},$$

где Z — некоторая величина, характеризующая перенормировку. Как видим, для того чтобы получить действительное q' , надо считать q мнимым⁸⁸. Это чрезвычайно странно. И это еще не все. Анализ математической структуры модели Ли показал, что норма векторов состояния в гильбертовом пространстве определяется в ней выражением $(-1)_n / \psi_n / 2$, т. е. предполагает использование индефинитной метрики этого пространства и, значит, нефизических состояний поля⁸⁹.

Модель Ли сразу же привлекла внимание специалистов. В короткий срок обсуждению ее были посвящены десятки статей. По образу и подобию модели Ли было построено большое число аналогичных моделей. Все говорило о том, что модель Ли затронула живые струны теоретической физики. Заметное место в этом потоке работ занимала индефинитная метрика. Ее начали обсуждать уже не только в связи с моделью Ли, но и в связи со многими другими вопросами, причем так интенсивно, что можно даже говорить о некотором поветрии, о некотором повальном увлечении индефинитной метрикой. То, что еще несколько лет назад не возбуждало интереса как явно выходящее за рамки реальных представлений, теперь вдруг стало пользоваться самой широкой популярностью. Индефинитную метрику начали применять не только там, где, как, например, в нелинейных теориях и в теориях с высшими производными, к тому принуждали обстоятельства, но и там, где, вообще говоря, можно было бы обойтись без нее⁹⁰.

Причиной этого внезапного наплыва активности вокруг индефинитной метрики является, конечно, прежде всего тот огонек надежды на прогресс в решении застаревших проблем

⁸⁸ T. Lee. Some special examples in renormalizable field theory.—PhR, 95, 1329—1334, 1954.

⁸⁹ G. Källén, W. Pauli. On the mathematical structure of T. D. Lee's model of a renormalizable field theory.—DVS, 30, N 7, 1955. Перевод: УФН, 60, 425—444, 1956.

⁹⁰ См., например, K. Nagy. Indefinite metric in quantum field theory.—NC, Supp., 17, 92—131, 1960.

теоретической физики, который, как казалось, мелькнул в индефинитной метрике, но в самом факте общей готовности прибегнуть для решения этих проблем к помощи явно нефизических представлений недвусмысленно проявилась одна из важных особенностей современного теоретического развития в области физики, состоящая в том, что современный теоретик не столько придает значения физической осмысленности своих рабочих идей, сколько их эффективности в деле объяснения того или иного эффекта. Современный теоретик, иначе говоря, больше заботится о результатах, чем о средствах их достижения. В этом отношении он напоминает средневекового иезуита с его принципом: цель оправдывает средства. Когда цели удается достичь на весьма сомнительном пути, она все-таки считается достигнутой, а обоснование и даже понимание того, как и почему это удалось сделать, предоставляется будущему. Оправданием такой тактики может служить разве только уверенность, что любой успешный шаг на пути познания природы заслуживает внимания и содержит элементы истины уже по той самой причине, что он успешный. Тот факт, что даже явно бессмысленные с физической точки зрения понятия, вроде индефинитной метрики, никого из нынешних физиков-теоретиков не отпугивают и не удерживают от применения этих понятий при построении теорий, призванных, как всем хорошо известно, отобразить безусловно физический, реальный мир, доказывает, судя по всему, что такая уверенность действительно свойственна нашему веку.

Изучение теорий с индефинитной метрикой в гильбертовом пространстве показало, что введение индефинитной метрики в некотором роде равносильно введению нелокальности взаимодействия. Вначале это было констатировано для нелинейной теории с индефинитной метрикой,⁹¹ затем для модели Ли,⁹² и, наконец, для общего случая: как выяснилось, во всех физически интерпретируемых вариантах квантовой теории с индефинитной метрикой гильбертова пространства появляются операторы, относящиеся к различным точкам пространства-времени, что характерно для теорий с обычной метрикой гильбертова пространства, но с нелокальным взаимодействием в пространстве-времени⁹³.

Открытием этой закономерности идея индефинитной метрики оказалась включенной в круг тех идей, которые мы обсуждаем в настоящем параграфе.

⁹¹ W. Heisenberg. Erweiterungen des Hilbert-Raums in der Quantentheorie der Wellenfelder.— ZPh, 144, 1—8, 1956.

⁹² W. Heisenberg. Lee model and quantisation of non linear field equations.— NPh, 4, 532—563, 1957.

⁹³ R. Ascoli, E. Minardi. On quantum theories with indefinite metric.— NPh, 9, 242—254, 1958.

Особенно ярко данная черта теории с индефинитной метрикой проявляется, когда нефизические состояния исключаются из теории методом Боголюбова — Медведева — Поливанова. Исключение нефизических состояний из окончательных выводов теории должно производиться, разумеется, во всех теориях с индефинитной метрикой; вопрос только в том, каким методом это следует делать. Существует несколько методов такого рода. Метод Боголюбова — Медведева — Поливанова состоит в следующем.

Предположим, что гильбертово пространство теорий с индефинитной метрикой складывается из двух частей — физической, содержащей состояния с положительной нормой, и нефизической, содержащей состояния с отрицательной нормой⁹⁴. Предположим, далее, что амплитуда каждого состояния Φ в этих теориях представляется в виде суммы физической и нефизической амплитуд:

$$\Phi = \Phi_{\text{физ}} + \Phi_{\text{нефиз}}.$$

Потребуем, чтобы наряду с сохранением на бесконечностях нормы полной функции состояния

$$\|\Phi_{-\infty}\| = \|\Phi_{+\infty}\|,$$

имело место аналогичное равенство и для физической функции состояния

$$\|\Phi_{-\infty}^{\text{физ}}\| = \|\Phi_{+\infty}^{\text{физ}}\|.$$

Ясно, что выполнение последнего условия равносильно исключению нефизических состояний из всех тех выводов теории, которые могут быть подвергнуты непосредственной экспериментальной проверке, т. е. это условие решает проблему превращения теории с индефинитной метрикой в физически интерпретируемую математическую схему.

Как показали Боголюбов, Медведев и Поливанов, предъявленные требования выполняются, если сумма нефизических состояний на минус и на плюс бесконечностей равна нулю:

$$\Phi_{-\infty}^{\text{нефиз}} + \Phi_{+\infty}^{\text{нефиз}} = 0. \quad (79)$$

Действительно, в этом случае $\Phi_{\pm\infty}^{\text{физ}}$ и $\Phi_{\pm\infty}$ совпадают между собой с точностью до операторного коэффициента:

$$\Phi_{\pm\infty}^{\text{физ}} = [1 + (1 - P)S] \Phi_{\pm\infty},$$

где S — оператор рассеяния, P — оператор проектирования полных состояний в физические; и, значит, равенство норм пол-

⁹⁴ Гейзенберг, сс. 91.

ных функций обеспечивает равенство норм физических функций⁹⁵.

Неисповедимы пути познания! Кто бы мог предвидеть, что для построения теории реального мира потребуется вводить в рассмотрение нереальные состояния и затем исключать их из теории, ставя в зависимость от реальных? Казалось бы, это равносильно применению только реальных состояний. В действительности, насколько можно судить об этом в настоящее время, введение нереальных состояний является все-таки принципиально необходимым. Таковы законы познания. Самые неожиданные приемы оказываются плодотворными и, значит, какими бы парадоксальными они ни казались, не лишены элементов истины. До поры до времени на такие открытия приходится смотреть как на откровения, смысл и значение которых будут поняты позже.

Равенство (79) представляет собой очевидное нелокальное, даже, можно сказать, ультрамелокальное граничное условие, накладываемое на нефизические амплитуды состояния. Поэтому применение метода Боголюбова — Медведева — Поливанова неизбежно придает даже локальным вначале теориям нелокальный характер,⁹⁶ причем это в равной мере справедливо в отношении теорий с уравнениями разных порядков⁹⁷.

Важно подчеркнуть, что речь при этом идет не только о формальном сходстве разных по своему характеру теорий. Применение того же метода в случае двух взаимодействующих классических полей — физического и нефизического — в предположении, что нефизическое поле при столкновении с физическим не обменивается с ним ни энергией, ни импульсом, привело к появлению в лагранжиане взаимодействия формфактора, характерного для теории с нелокальным взаимодействием. Иначе говоря, теорию с нелокальным взаимодействием по существу удалось вывести из теории с локальным взаимодействием, но с индефинитной метрикой в гильбертовом пространстве⁹⁸.

Уязвимым местом метода Боголюбова — Медведева — Поливанова является акаузальность, которую он вводит в теорию. Наличие этого спутника у данного метода явствует уже из вида

⁹⁵ Н. Боголюбов, Б. Медведев, М. Поливанов. К вопросу об индефинитной метрике в квантовой теории поля. — Научные доклады Высшей школы. Физико-математические науки, 2, 137—142, 1958.

⁹⁶ Там же, стр. 142. См. также K. Nagy. On a possibility for the elimination of the non-physical consequences of the indefinite metric. — NC, 10, 1071—1077, 1958.

⁹⁷ K. Nagy, J. Rzewuski. On the equivalence of a certain class of non-local and higher order field theories. — Bulletin de l'Académie polonaise des sciences. Série des sciences mathématiques, astronomiques et physiques, 7, 93—96, 1959.

⁹⁸ Б. Медведев, М. Поливанов. Об одной классической модели индефинитной метрики. — ДАН, 121, 623—626, 1958.

соотношения (79), смысл которого, очевидно, состоит в том, что, задав состояние системы на минус бесконечности, еще до того, как процесс совершится, мы определяем состояние системы и на плюс бесконечности. Разумеется, это явным образом противоречит обычному представлению о причинности. Тот факт, что акаузальность допускаяется в отношении нефизических состояний, не имеет в данном случае значения, так как в рассматриваемом методе, как уже упоминалось, физическое и нефизическое состояния однозначно определяются друг через друга:⁹⁹

$$\Phi_{\pm\infty}^{\text{нефиз}} = \frac{(P-1)S}{1+(1-P)S} \Phi_{\pm\infty}^{\text{физ}}.$$

Попытки устранить тем или иным путем акаузальность, сопутствующую методу Боголюбова — Медведева — Поливанова, не увенчались успехом¹⁰⁰. Даже при смягченном определенным образом требовании каузальности теория, в которой применяется этот метод, приводит к нелепым результатам, причем уже во втором порядке теории возмущений¹⁰¹. Поэтому был предложен ряд других методов, преследующих ту же цель — исключение из теории с индефинитной метрикой нефизических состояний, но уже свободных от данного недостатка¹⁰².

Интересно, однако, подчеркнуть, что акаузальность, вводимая в теорию методом Боголюбова — Медведева — Поливанова, не встретила бы возражений, если бы она распространялась только на элементарные объемы пространства-времени. Более того, она находилась бы тогда в полном согласии с теми догадками о свойствах интерьера этих объемов, целый букет которых был приведен нами в конце § 3.2. Другими словами говоря, недостаток рассматриваемого метода, как можно думать, состоит не в том, что он вводит в теорию акаузальность, а в том, что условие (79) распространяется на слишком большую область: сужение ее до размера одона и хронона, т. е. переход к условию типа

$$\Phi_{-\tau} + \Phi_{+\tau} = 0,$$

если бы его удалось совершить, снял бы все возражения против метода и исключил бы возможность появления нелепых результатов.

Возможность подобной модификации обсуждаемого метода тем более кажется вероятной, что теории с индефинитной метри-

⁹⁹ См. сс. 95.

¹⁰⁰ N. Bogolyubov. On a variant of the theory with indefinite metric.— *Ann.*, p. 129—130.

¹⁰¹ Д. Славнов, А. Суханов. К вопросу о причинности в теории с индефинитной метрикой.— *ДАН*, 124, 1229—1232, 1959. О причинности в теории с индефинитной метрикой.— *ЖЭТФ*, 36, 1472—1479, 1959.

¹⁰² См., например, Л. Максимов. О матрице рассеяния в индефинитной метрике.— *ЖЭТФ*, 36, 465—473, 1959, K. Nagy. Probabilistically interpretable field theories with an indefinite metric.— *APHN*, 11, 193—199, 1960.

кой обнаруживают совершенно недвусмысленные связи с различными идеями из арсенала концепции дискретного пространства-времени. Такова, во-первых, уже отмеченная связь этих теорий с теориями нелокального взаимодействия. Между прочим, и явление акаузальности перешло к теориям с индефинитной метрикой по наследству от теорий с нелокальным взаимодействием, где оно становится существенным при некоторых видах формфактора.¹⁰³ Во-вторых, индефинитная метрика появляется в теориях, основанных на изменении метрической формы в духе гипотезы фундаментальной длины¹⁰⁴ (см. формулу (43) на стр. 158), причем ее можно толковать здесь или как следствие пространственной размазанности заряда элементарной частицы,¹⁰⁵ или даже как следствие деформации самого пространства-времени, вносимой присутствием элементарной частицы¹⁰⁶. Наконец, индефинитная метрика появляется в пространстве импульсов постоянной кривизны (о чем упоминалось в связи с принципом обратимости координат и импульсов на стр. 116 и след.), где она выступает в некотором роде компенсатором бесконечных выражений.¹⁰⁷

Число подобных связей в действительности, надо думать, гораздо больше, чем я был в состоянии перечислить. Но и приведенные убедительно говорят о том, что индефинитная метрика со всеми примыкающими к ней течениями теоретической мысли действительно подводит нас к проблемам, связанным, «с одной стороны, со структурой элементарных частиц и, с другой стороны — со структурой пространства-времени на самых малых расстояниях».¹⁰⁸

* * *

Переходя к третьему методу из числа выделенных нами четырех родственных методов — к обобщению уравнений поля на высшие производные, мы сразу же должны отметить, что этот метод в рассматриваемый, послевоенный период почти совершенно не развивался. обстоятельный анализ метода, произведенный в начале данного периода и в самом общем виде (функция Лагранжа бралась в виде полинома из дифференциалов и варьировалась по способу Остроградского) показал, что требования сходимости, положительной определенности энергии свободного поля и строгого причинного поведения векторов состояния

¹⁰³ Б. Медведев (цит. по Славнову — Суханову, сс. 101).

¹⁰⁴ M. Markov. An example of a field theory with indefinite metric in Hilbert space.— NPh, 10, 140—150, 1959.

¹⁰⁵ Y. Miyatake. An example of nonlocal interaction.— PTP, 23, 959—960, 1960.

¹⁰⁶ Y. Takanо. The singularity of propagators in field theory and the structure of space-time.— PTP, 26, 304—314, 1961.

¹⁰⁷ Ю. Гольфанд. Квантовая теория поля в p -пространстве постоянной кривизны.— ЖЭТФ, 43, 256—267, 1962.

¹⁰⁸ Д. И в а н е н к о. Вступительная статья к сборнику НКТП, стр. 20.

физической системы, т. е. некоторые основные требования, которые кажется правильным предъявить к каждой физической теории, едва ли совместимы в его рамках.¹⁰⁹ Это не могло не охладить интереса к высшим производным. Правда, вскоре было показано, что квантование теории отдельно для входящих и исходящих волн и в представлении взаимодействия позволяет совместить конечность результатов с положительной определенностью энергии свободного поля,¹¹⁰ но это открытие оказалось не настолько важным, чтобы изменить уже установившееся равнодушное отношение к методу высших производных. За последние десять лет проблеме устранения бесконечностей методом высших производных не было посвящено, кажется, ни одной серьезной работы.

Интересно, что аналогичная участь в применении к той же проблеме постигла и метод обобщения уравнений поля на нелинейные члены, охарактеризованный нами в § 3.3 совместно с методом обобщения на высшие производные. Метод нелинейностей, возникший, как нам известно, в работах Ми и затем Борна, никогда в последующем не сходил с повестки дня теоретической физики, но систематического применения с целью ликвидации бесконечностей теории поля он не нашел. С большим успехом данное обобщение было применено в теории ядерных сил, весьма активно оно дискутировалось в теории элементарных частиц, особенно в серии работ Гейзенберга (о них см. § 5.3), т. е. метод нелинейностей в послевоенный период отнюдь не был забыт, но, как уже сказано, разработка его шла по другим руслам — не по руслу устранения бесконечностей из теории поля.

Как видим, методы, без сомнения, родственные, а частично, может быть даже эквивалентные друг другу, имеют тем не менее существенно различные исторические судьбы. Там и тогда, где и когда одни методы не находят никакого или почти никакого применения (в нашем случае, это методы обобщений на высшие производные и на нелинейные члены), другие (в нашем случае, метод обрезającego множителя, главным образом в форме нелокального взаимодействия) находят весьма широкое применение. Предполагая, что потенциальные возможности всех названных методов примерно одинаковы, мы должны будем признать, что процесс научного поиска определяется не только потенциальными возможностями метода, но и какими-то другими факторами. Среди этих последних кажется правильным прежде всего выделить уровень познания. Именно уровень познания, как можно думать, дает зеленый свет одному методу и красный — другому, в зависимости от каких-то специфических

¹⁰⁹ A. Pais, G. Uhlenbeck. On field theories with non-localized action.—PhR, 79, 145—165, 1950.

¹¹⁰ Y. K a t a y a m a. Theory of the interactions with higher derivatives and its application to the non-local interaction.—PTPh, 10, 31—56, 1953.

черт данной области исследования. На новом уровне познания относительная эффективность методов в той же самой области исследования может существенно измениться, точно так же, как она различна на одном и том же уровне для разных областей (см. I, стр. 90, 174, 242 и 245).

Спецификой интересующей нас области исследования является, как известно, аномалия элементарного пространственно-временного интерьера. С другой стороны, высшие производные и нелинейные члены, как выражения, располагающиеся в далеких областях соответствующих рядов, отражают наиболее тонкие свойства вещей. Значит, разумно предположить, что методы высших производных и нелинейных членов суть методы изучения элементарного пространственно-временного интерьера.¹¹¹ Некоторые факты подтверждают справедливость этого мнения. Так, результаты обобщения уравнений поля на производные высшего порядка находятся в прямой зависимости от свойств элементарного пространственно-временного объема, например от существования внутри его строгой упорядоченности событий.¹¹² Аналогичным образом применимость нелинейного обобщения теории для объяснения свойства насыщаемости ядерных сил обусловлена, судя по всему, тем, что нелинейные члены в какой-то мере учитывают отталкивание нуклонов на сверхмалых расстояниях или, что то же самое, — существование у нуклонов твердой сердцевины размером менее 10^{-13} см.¹¹³ Отсюда вывод: успешное применение метода высших производных и метода нелинейных членов предполагает такие знания о свойствах одона и хронона, которыми мы пока не располагаем. Час этих методов, как можно надеяться, наступит на несколько более высоком уровне познания, чем нынешний, — когда вплотную встанет вопрос об интерьере элементарных интервалов.

Последнее заключение, если оно верно, означает, что обобщение на высшие производные и на нелинейные члены, для того чтобы быть эффективными, нуждаются в известном предварительном раскрытии отмеченной выше альтернативы между D -функцией и формфактором, и наоборот, разработка их, со своей стороны, может способствовать ее раскрытию. В данной связи полезно обратить внимание на следующие две закономерности: интегро-дифференциальным уравнениям метода обрезания в случае формфакторов определенного рода можно поставить в соответствие дифференциальные уравнения не бесконечного, как обычно, а конечного порядка;¹¹⁴ теория с нелокальным

¹¹¹ Ср., однако, Блохинцев, сс. 55, стр. 158.

¹¹² Пэйс и Уленбек, сс. 109.

¹¹³ W. Thirring. Nichtlineare Terme in Meson-Gleichungen.— ZN, 7a, 63—66, 1952.

¹¹⁴ J. Rzewuski. Quantization of a certain class of non-local field theories.— APhP, 12, 100—122, 1953.

взаимодействием эквивалентна теории с высшими производными и с индефинитной метрикой в гильбертовом пространстве, если разделение физических и нефизических состояний в этой последней теории производится методом Боголюбова — Медведева — Поливанова ¹¹⁵.

Если, как сказано, метод высших производных и метод нелинейных членов сами по себе не нашли в послевоенный период активного применения в борьбе с расходящимися выражениями теории поля, то свое отношение к этой проблеме они все-таки обнаружили в полной мере: для первого из них было констатировано внутреннее родство с методом конечных разностей (напомню, что именно этот последний метод подал нам мысль включить проблему бесконечностей в обзор проблем, подлежащих обсуждению в рамках концепции дискретного пространства-времени), для второго — плодотворность сочетания с идеей квантованного пространства.

Связь между методом высших производных и методом конечных разностей удалось установить вначале на примере свободного движения нерелятивистской частицы. Соответствующее уравнение дается формулой (62). Исследование его показало, что оно является частным случаем уравнения, вытекающего из обобщения классической электродинамики на производные высших порядков, причем элементарная длина имеет смысл того максимального расстояния от центра поля, на котором становятся заметными отклонения от закона Кулона. ¹¹⁶ Позже аналогичная связь была установлена для случая релятивистской частицы и при наличии внешних полей. ¹¹⁷

Метод нелинейного обобщения, примененный в теории мезонного поля с целью учета сильного взаимодействия нуклонов, породил новую трудность: оказалось невозможным привести гамильтониан к диагональному виду, что необходимо для квантования поля. Преодолеть указанную трудность позволил переход от непрерывного пространства к решетчатому. Первоначально рассмотрению подвергся вариант теории, в которой нелинейный член вида φ^n был принят в качестве основного, а дополнительным членом, игравшим роль возмущения, служил градиентный член $(\nabla\varphi)^2$. Если учесть, что в обычной теории после устранения градиентного члена остается система, которую можно считать совокупностью свободных осцилляторов, по одному в каждой точке пространства, то подобный прием можно будет интерпретировать как попытку объяснить взаимосвязь осцилляторов с помощью сильной нелинейности. В про-

¹¹⁵ Надь и Жевуский, сс. 97.

¹¹⁶ G. Höhler. Ein Beispiel zur klassischen Feldmechanik.— APh, 9, 91—96, 1951.

¹¹⁷ P. Caldirola, F. Duimio. Introduzione di una lunghezza fondamentale nella teoria classica dell'elettrone.— NC, 12, 699—732, 1954.

цессе изучения данной схемы, между прочим, выяснилось, что при $n > 4$ параметр с размерностью длины мал, а при $n < 4$, наоборот, велик; при $n = 4$ сходимость не зависит от величины параметра¹¹⁸. Отсюда можно сделать вывод, что в нелинейной теории атомы пространства меньше, чем в линейной. Впоследствии изучались другие схемы нелинейной теории в решетчатом пространстве и, в общем, небезуспешно¹¹⁹. Надо думать, это направление развития еще не исчерпало себя.

В связи с возникновением идеи квантованного пространства в рамках нелинейной теории поля следует иметь в виду, что это не единственный случай, когда обобщение теории на нелинейные члены приводит к представлениям, заимствованным из арсенала концепции дискретного пространства-времени. Нечто аналогичное произошло, когда анализ свойств нелинейной электродинамики позволил учесть шредингерово дрожание дираковых частиц средствами двухкомпонентной теории, о чем упоминалось на стр. 198.

Дрожание частиц, отметим попутно, учитывается и формфакторными теориями или, что то же самое, теориями с высшими производными, причем здесь оно существенно для выполнения закона сохранения момента количества движения¹²⁰. Все это лишний раз доказывает как наличие внутренних связей между различными методами, применяющимися для устранения из теории поля бесконечных выражений, так и идейную принадлежность этих методов концепции дискретности.

Обратимся, наконец, к методу протяженной частицы, который ранее был отмечен как наиболее прямой итог обрезания расходящегося интеграла и охарактеризован как наглядный аналог методов формфактора, D -функции и высших производных.

Идея протяженной частицы никогда не угасала в физике с тех самых пор, как она оформилась в пионерских работах Абрагама, Лоренца, Пуанкаре. В частности, она настойчиво дискутировалась и в промежутки времени, о котором идет речь. Кроме обычного стимула — бесконечной величины собственной энергии точечной частицы — развитию ее в рассматриваемый период способствовали некоторые новые стимулы, родившиеся на различных направлениях теоретической мысли. Например, попытка получить методами релятивистской квантовой теории поля точечное взаимодействие как предел размазанного, когда область размазанности уменьшается до нуля, привела к неприемлемому заключению, что заряд электрона при нулевом радиусе

¹¹⁸ L. Schiff. Lattice-space quantization of a nonlinear field theory.— *PhR*, 92, 766—779, 1953.

¹¹⁹ Например, G. Heber. Zur Theorie der Elementarteilchen III. Quantenfeldtheorie für ausgedehnte Nukleonen.— *ZPh*, 144, 39—55, 1956.

¹²⁰ F. Bopp. Quantentheorie der Feldmechanik.— *ZN*, 1, 196—203, 1946.

размазывания равен нулю¹²¹; анализ математической структуры модели Ли показал, что процедура обрезания, эквивалентная постулированию протяженной частицы, является здесь условием применимости метода перенормировки и необходима во избежание таких физически бессмысленных последствий, как нереальность электрического заряда, неэрмитовость гамильтониана, неопределенность метрики гильбертова пространства, неунитарность матрицы рассеяния и отрицательность вероятности состояний¹²². Методы дискуссии, естественно, менялись от эпохи к эпохе. То, что вначале пытались осуществить на базе классической теории, позже пытались сделать на базе квантовой, релятивистской и квантово-релятивистской теорий. Наибольшее затруднение представило требование релятивистской инвариантности теории. В некотором смысле теория протяженной частицы и Лоренц-инвариантная теория оказались исключаящими друг друга категориями, соответственно с чем разделились и недостатки: теория точечных частиц давала результаты, противоречащие здравому смыслу; теория протяженных частиц приводила к результатам, противоречащим принципам. Стремление найти выход из этого порочного круга было лейтмотивом всех работ данного цикла.

Далеко не все работы такого рода представляются интересными с точки зрения концепции дискретного пространства-времени. Те из них, в которых элементарная частица толкуется в обычных наглядных представлениях, т. е. по существу как миниатюрный бузиновый шарик или как миниатюрный сферический конденсатор, очевидно, не имеют непосредственного отношения к данной концепции, ибо в лучшем случае способны только отодвинуть решение проблемы пространственно-временных микрообластей, но не осуществить его. Такие работы приобрели бы значение для данной концепции только при условии, если бы они завершились полным успехом: тогда мы должны были бы распространить на области одона и хронона наши обычные представления о пространстве и времени и искать новые качества на другом, более далеком рубеже. Поскольку, однако, о полном успехе таких работ пока не может быть и речи, мы вправе вообще оставить их за бортом нашего внимания. Напротив, работы, авторы которых с самого начала допускали возможность появления в малом качественно новых понятий, заменяющих здесь обычные пространственно-временные понятия, и пытались эти аномалии ввести в теорию, должны привлечь наше внимание.

Главная проблема, стоявшая в рассматриваемый период перед авторами работ последнего рода, заключалась в том, что-

¹²¹ Л. Ландау, И. Померанчук. О точечном взаимодействии в квантовой электродинамике.— ДАН, 102, 489—492, 1955.

¹²² Челлен и Паули, сс. 89.

бы предполагаемые аномалии ограничить размерами элементарных областей, так сказать, упрятать их в микроскопический сундучок, своеобразный ящик Пандоры. Интересно, что это стремление в данном случае было продиктовано не опытом, не эмпирическим знанием того, что имеет место в этих областях, а наоборот, вопреки многовековой традиции физического исследования, оно диктовалось на этот раз диаметрально противоположным соображением — уверенностью, что в эти области наш опыт никогда не проникнет. Отсюда несколько шокирующая для ученого манера действий — готовность приписать микрообластям любую аномалию, какое угодно странное свойство, самое невероятное нагромождение противоречий. И все это с целью для областей большого размера, уже подлежащих эксперименту, т. е., можно сказать, для «наших» областей получить только желательные, известные, непротиворечивые свойства.

Подобная постановка вопроса была не чужда и прежнему времени, но теперь на нее был сделан главный акцент. Символическими в этом отношении являются те случаи, когда в специальных заявлениях указывалось на принципиальную возможность ограничения аномалий, а также на то, что в ранних работах соответствующего содержания она действительно имела место¹²³. В новых работах, основанных на том или ином отклонении от точечной физики, такая возможность уже подчеркивалась как существенный момент теории¹²⁴.

Вопрос, однако, оказался сложнее, чем можно было ожидать, и наряду с заверениями об осуществимости пространственно-временной локализации аномалий раздался голоса, выражавшие сомнение в ней, или по меньшей мере указывавшие на нерешенность задачи. Так, Гейзенберг в 1953 г. выразил лишь надежду на то, что «удастся построить теорию, в которой причинность нарушается только внутри очень малой области, например порядка 10^{-13} см»¹²⁵. Результаты некоторых исследований как будто давали право для такого рода сомнений. Например, определив разложение S -матрицы условиями унитарности, инвариантности и причинности, показали, что в третьем приближении теории возмущений при любой форме фактора нарушения причинности происходит не только в малом, но и в большом¹²⁶. Правда, при другом подходе к задаче

¹²³ Например, Д. Блохинцев. Об обобщенном законе взаимодействия.— ЖЭТФ, 22, 254, 1952.

¹²⁴ Например, M. Chretien, R. Peierls. Properties of form factors in non-local theories.— NC, 10, 668—676, 1953.

¹²⁵ W. Heisenberg. Doubts and hopes in quantum-electrodynamics.— Ph. 19, 697, 1953.

¹²⁶ E. Stueckelberg, G. Wanders. Acausalité de l'interaction non-locale.— NPhA, 27, 667—682, 1954.

удалось подтвердить возможность желанной локализации аномалий¹²⁷. Но вопрос, тем не менее, все-таки не был решен окончательно¹²⁸. Открытым он остается и по сей день.

До сих пор работы, посвященные обсуждению данного вопроса, строились обычно в виде решения дилеммы: можно или нельзя заключить аномалии в микроскопическую область пространства-времени? С позиций дискретности задача представляется под иным углом зрения и может быть сформулирована в виде критерия: чем успешнее проводится локализация аномалий, тем, вообще говоря, примененный метод ближе к истине. Понятно, что данный критерий может быть применен не только для оценки уже выполненных работ, но и для прогнозов на будущее.

В последней роли он прежде всего позволяет произвести выбор темы для работы. Суть выбора, очевидно, такова: надо искать и разрабатывать те приемы, которые с наибольшей эффективностью позволяют исключить из игры пространственные и временные интервалы, меньшие элементарных.

Современная физика содержит много примеров разного рода запрещений и исключений; поэтому к решению поставленной задачи можно попытаться подойти с помощью аналогий.

Известны, например, многочисленные выражения, содержащие разного рода квантовые числа, т. е. числа, которые принимают только определенные значения и тем самым определяют как допустимые значения различных величин, так и области запретных значений. Возьмем хотя бы формулу для энергии гармонического осциллятора. При любых обстоятельствах она запрещает микротелу иметь энергию, меньшую $\frac{1}{2} h\nu$. Подобные формулы можно было бы записать и для пространственно-временных расстояний. В простейшем случае это формулы (44), отвечающие параллелепипедной пространственно-временной решетке. Метод конечных разностей, основанный на этих формулах, является, таким образом, одним из осуществлений обсуждаемого приема. В действительности, по-видимому, формулы квантования пространства-времени выглядят гораздо сложнее и в поисках соответствующих аналогий, пожалуй, правильнее ориентироваться, например, на формулу для энергии атомных электронов, $E = \frac{E_0}{n^2 h^2}$, которая при возрастании главного квантового числа n обеспечивает переход от дискретного спектра к непрерывному.

¹²⁷ E. Aronson, W. Heitler. Non-local interaction and universal cutoff.— NC, 11, 443—446, 1959.

¹²⁸ Cp. W. Heisenberg. Quantum theory of fields and elementary particles.— RMP, 29, 269—278, 1957. Д. Кирижянц. К теории поля с нелокальным взаимодействием.— ЖЭТФ, 41, 551—559, 1961.

Другую серию выражений дает теория относительности.

Здесь, благодаря присутствию в формулах радикала $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$,

из теории исключаются, как не имеющие физического смысла, все скорости, большие световой. Было бы нетрудно записать формулы, которые бы теряли смысл при $r > \rho$. Пример такой формулы можно видеть в уравнении светового конуса, обобщенном в духе принципа обратимости, т. е. в уравнении (38).

Данное уравнение, действительно, было применено с целью исключения бесконечностей из теории электромагнитного поля¹²⁹. Побудительным мотивом к тому явилось желание осуществить в координатном представлении обобщение, аналогичное обобщению, которым в импульсном представлении является переход от электромагнитного поля к мезонному. Формально процедура состояла в замене в формулах для запаздывающих и опережающих потенциалов квадрата разности между координатами источника и поля $(\xi - x)^2$ выражением $(\xi - x)^2 + \rho^2$, которое, очевидно, исключает из теории расстояния, меньшие ρ . Физически это соответствует замене светового конуса световым гиперboloидом. Неоднократно к тому же обобщению обращались и в последующие годы¹³⁰. Общим недостатком всех этих работ следует признать то, что в них к указанному изменению квадратичной формы, по существу, сводится вся проблема построения будущей теории; в нем, этом изменении усматривается не только прием, которым в будущей теории будет решена задача исключения аномалий, но и путь к этой теории, которая тем самым принижается до подобия существующей теории с точностью до малой поправки. Неудивительно, что построения, выдержанные в таком духе, внутренне противоречивы, если они не дополняются какими-то более кардинальными идеями¹³¹.

Ни одно из решений обсуждаемой проблемы, намеченных по аналогии с некоторыми выражениями квантовой теории и теории относительности, еще не реализовано. Это, однако, не означает, что наличный материал двух главных отраслей современной теоретической физики не может светом аналогий освещать путь исследования в данной области. Аналогия — мощнейший рычаг научного развития и самый верный спутник научного поиска. До сих пор почти всегда в новых решениях оказывалось возможным найти следы аналогии со старыми решениями. Пока не доказано обратное, нет оснований сомневаться

¹²⁹ H. Groenewold. A classical point charge.— Ph, '6, 115—128, 1939.

¹³⁰ Например, A. Landé. Interaction between elementary particles.— PhR, 76, 1176—1179, 1949; R. Ingraham. Classical Maxwell theory with finite-particle sources.— PhR, 101, 1411—1419, 1956.

¹³¹ А. Комар, М. Марков. Об одном варианте нелокальной теории электромагнитного поля.— ЖЭТФ, 36, 854—858, 1959.

в справедливости этой закономерности и в отношении будущих, еще не найденных решений (ср. I, стр. 27 и 134).

К проблеме локализации аномалий примыкают также вопросы о возможности построения аппарата дисперсионных соотношений в нелокальных теориях поля (мы коснемся его в § 6.2) и вопрос о границах применимости классических методов Лагранжа и Гамильтона. Обсуждение последнего вопроса носило даже весьма острый характер. Поскольку, однако, оно охватывало не только теорию полей с нелокальным взаимодействием, но и теорию нелокальных полей, историю построения которых мы проанализируем в § 6.1, изложение этой дискуссии я отнес туда же.

* * *

У нас достаточно было поводов на протяжении настоящего параграфа отмечать и подчеркивать для собранных и изложенных здесь методов устранения бесконечностей из теории поля их внутреннее родство как между собой, так и с концепцией дискретного пространства-времени. Общее впечатление таково, что все эти методы — конечных разностей, формфактора, D -функций, высших производных, нелинейных членов и протяженной частицы — суть не что иное, как разные модификации идей данной концепции. Мы можем поэтому, ради удобства, дать им общее имя: дискретные методы устранения бесконечностей. Правда, практическое применение большинства из них производилось, как правило, в предположении непрерывного пространства-времени, но мы уже знаем (см. стр. 128), что подобное мнение, коль скоро в рассмотрение введены фундаментальные интервалы длины и времени, питается скорее соками недоразумения, чем сознательной оценки ситуации, а дополнительным поощрением для него является необходимость при переходе на новый гносеологический рубеж некоторое время пользоваться представлениями старого мировоззрения (ср. стр. 59). Истина, без сомнения, заключается в том, что дискретные методы отражают какие-то фундаментальные свойства пространства-времени¹³².

Особенно ясно связь между дискретными методами устранения бесконечностей, с одной стороны, и дискретными свойствами пространства-времени, с другой, проявилась на примере рассмотренного в § 4.2 обобщения квадратичной формы: это обобщение, равносильное, как нам уже известно, введению indefinite метрики (см. стр. 231), включает в себя в виде частных случаев обобщение уравнений поля на обрезакющие множители и на высшие производные. Таким образом в данном примере в области микромира проявилась по существу та же самая взаим-

¹³² Ср. Ватагин, сс. 75.

ная зависимость между веществом и структурой пространства, которая в области макромира составляет сущность геометризованной теории гравитации.¹³³

Аналогичная зависимость, отметим попутно, существует между концепцией дискретности и теорией радиационного трения. На стр. 186 мы видели, что в дискретном пространстве-времени радиационное трение учитывается автоматически; с другой стороны, учет радиационного трения в непрерывном пространстве-времени приводит к представлениям, родственным концепции дискретности.¹³⁴

Методы дискретности не исчерпывают всех методов, нашедших применение на ниве ликвидации бесконечностей современной теории поля: если ограничиться наиболее известными, то кроме них можно будет назвать еще метод перенормировки массы и заряда частиц, метод предельного λ -процесса и метод компенсации. Известные достоинства каждого из них не подлежат сомнению, необходимо, однако, признать, что у этих методов нет того главного достоинства, которое есть у дискретных методов — твердой методологической базы. Они, иначе говоря, не выдерживают огня придирчивой критики. В методе перенормировок, наиболее разработанном из трех названных, допускается изначальное существование некоторых бесконечных величин, которые затем гасятся другими бесконечными величинами. Как бы ни интерпретировалась эта процедура, она, очевидно, не может доставить интеллектуального удовлетворения. Блестящий успех метода перенормировок в деле объяснения лэмбова сдвига и магнитной аномалии электрона заставлял долгое время как-то не замечать этого его методологического недостатка или надеяться на устранение его в будущей теории, но в сущности всегда было ясно, что метод перенормировок «не преодолевает основных трудностей современной теории, а скорее представляет собою относительно успешный путь обхода этих трудностей, пригодный в тех случаях, когда особо малые масштабы пространства и времени не играют существенной роли. Наиболее дальновидные физики никогда иначе и не оценивали значение этого метода»¹³⁵.

Не лучше обстоит дело и с двумя другими методами. В методе предельного λ -процесса вводится некоторый параметр, который в окончательных результатах устремляется к нулю; этот параметр, следовательно, исполняет роль мавра, который удаляется со сцены, сделав свое дело. Необходимость прибегать к помощи таких посредников всегда рассматривалась как самый

¹³³ Такано, сс. 106, стр. 314.

¹³⁴ См., например, Д. Блохинцев. ВМУ, 1, 83, 1948; Y. Munataka. PTP, 13, 455, 1955; G. Rosen. NC, 32, 1037, 1964.

¹³⁵ Блохинцев, сс. 55, стр. 137; см. также П. Дирак. Электроны и вакуум. М., 1957, стр. 14; D. Iwanenko. Max — Planck — Festschrift 1958. Berlin, 1959, S. 354; П. Дирак. — ВФ, 12, 89, 1963.

верный признак слабости системы. В методе компенсации в рассмотрение вводится столько ненаблюдаемых полей, сколько нежелательных эффектов обнаруживается в теории; каждый эффект устраняется своим полем. Здесь, таким образом, применяется гипертрофированный вариант той философии, согласно которой кошки созданы для того, чтобы ловить мышей. Это тоже методологически несостоятельная концепция.

Аналогичные возражения можно было бы сделать и против других методов, применявшихся с целью устранения трудностей теории поля и не принадлежащих к разряду дискретных. Тем самым устанавливается вполне отчетливая дифференциация методов: одни из них, дискретные, имеют методологическое обоснование, все остальные — не имеют его. Это позволяет в суждении, высказанное в начале настоящего параграфа, — о существовании большого числа различных методов, — внести некоторые коррективы — сделать его более определенным и целенаправленным. Разумеется, и теперь оно не может звучать вполне категорически, но к высказанному там пожеланию иметь в виду всю совокупность методов вполне вправе теперь добавить, что главное внимание целесообразно все-таки сосредоточить на одной группе методов, именно на дискретных.

В той сложной и запутанной обстановке, которая сложилась в современной теоретической физике, даже такое расплывчатое заключение не лишено известной ценности.

Факт сосуществования в современной физике методов различной методологической основательности имеет, кажется, свой источник в особенностях исторического процесса развития науки. В истории науки о природе довольно отчетливо выделяются три эпохи, соответствующие трем различным подходам к изучаемому предмету. Первая эпоха отмечена стремлением познать явления природы, проникнуть в их сущность, вскрыть их механизм и внутреннюю необходимость. В эту эпоху восприятие отдельных фактов происходит в неразрывной связи со всем целым; частная закономерность рассматривается как часть всеобщей. Это, иначе говоря, натурфилософский подход к предмету исследования, типичный в особенности для философов Древней Греции. Личность Демокрита, как кажется, самого эрудированного из натурфилософов, может считаться символом данной эпохи. Для второй эпохи характерно, напротив, стремление только о б ъ я с н и т ь явления природы, оставляя открытым вопрос об их механизме, отношении к целому и т. д. Здесь поэтому в круг исследования включается та часть мира, которая необходима для принятого объяснения. Другие факты получают другое объяснение, которое, вообще говоря, может оказаться совершенно не связанным с первым. Классическим примером такого подхода к задаче исследования является пример Ньютона с его крылатым выражением: гипотез не измышляю. Наконец, для третьей

эпохи характерно стремление всего лишь рассчитать то или иное явление. На задний план отодвигается не только познание объекта, но и объяснение его. Если расчет дает хорошее согласие с опытом, задача считается в основном решенной. Данный подход укрепился в физике в последние десятилетия, после появления квантовой механики, и нашел особенно яркое выражение в развитии расчетных методов, в том числе метода перенормировки. Девизом этой эпохи может служить признание Ферми: мы больше умеем, чем знаем.

Одной из главных причин смены перечисленных эпох является, конечно, ограниченность человека как познающего субъекта. Именно ограниченность заставляет человека все более и более сужать размах своих претензий по мере накопления эмпирического материала. То, что мог себе позволить Демокрит, Ньютон уже не мог себе позволить, а доступное Ньютону стало недоступным современному ученому. В настоящее время приходится сосредоточивать все силы своего ума на какой-нибудь одной частной задаче, чтобы быть в состоянии — и в праве — толковать о ней и делать свои выводы. Надо думать, именно по этой причине в случае разобранных нами дискретных методов устранения бесконечностей каждый теоретик, как правило, применял только какой-нибудь один метод, а об остальных в лучшем случае имел только общее представление. Согласно сказанному выше, это значит, что каждый проникал только в отдельные уголки концепции дискретности. Да и как проникал — прибегая к упрощениям, ограничиваясь разбором примеров, до последней степени сужая свою задачу. Никому еще не удалось собрать воедино все искорки истины, которые присутствуют в этих методах, и, вооружившись таким образом, решить, наконец, застарелую проблему трудностей, или доказать, что решение ее на этом пути невозможно. Что еще, кроме естественной ограниченности человека, мешало бы сделать это уже сейчас или даже в минувшие годы?

Вместе с тем ограниченность познавательных способностей человека нельзя считать единственным главным фактором обусждаемой закономерности, ибо это с неизбежностью привело бы к трагическому концу науки, а интуиция не хочет мириться с таким концом, не хочет признать, что количественный расчет, без проникновения в сущность рассчитываемого явления, без понимания того механизма, который скрывается за расчетом и обуславливает его эффективность, — последний удел человека на стезе научного описания мира. Кроме того, нельзя забывать, что сужение цели исследования до уровня объяснения привело к созданию научного естествознания, а дальнейшее сужение ее до уровня расчета не помешало создать современную физику микромира. Иначе говоря, кажущаяся деградация методов исследования при переходе от эпохи к эпохе находится в

очевидном обратном отношении в важности полученных результатов. Под влиянием этих чувств и фактов невольно рождается уверенность, что последовательность названных эпох образует лишь часть пути, проходимого в своем развитии наукой, один цикл его, за которым последуют другие циклы, где вновь появятся эпохи и объяснения и познания, и что только с помощью таких циклов, из которых каждый последующий на более высоком уровне в каком-то смысле повторяет предыдущий, люди постепенно будут приближаться к цели, сформулированной еще древними натурфилософами: понять мир из него самого, как в себе самой заключенную необходимость.

Если попытаться представить себе, как будет протекать процесс перехода с нынешнего, «расчетного» уровня на более высокий, соответствующий познанию или хотя бы объяснению явлений микромира, то естественно подчеркнуть важную роль таких действий, как глубокое осмысливание каждого сделанного открытия, установление внутренних связей между открытиями, принадлежащими как будто совершенно различным областям, истолкование отдельных фактов как частей большого целого, как элементов некоторой единой системы и т. д. Коротко это можно было бы назвать внедрением натурфилософского мышления в работу современного ученого. Пока этой стороне дела в нынешней физике не уделяется почти никакого внимания. Специалисты-физики в большинстве своем не только не являются философски мыслящими людьми, но, кажется, даже не испытывают особенного желания приобщиться к такого рода деятельности. Было бы крайне желательным как-то поощрить их активность в этом направлении.

Успех натурфилософской деятельности в современную эпоху во многом, очевидно, зависит от точки зрения, на которой стоит ученый. С другой стороны, сама эта точка зрения, чтобы быть не предвзятой и не навязанной извне, должна определиться именно в процессе деятельности такого рода. Получается некоторый порочный круг, выход из которого можно видеть в повседневной и неустанной работе по философскому осмысливанию текущего физического материала.

Попутно подчеркнем, что концепцию непрерывного пространства-времени, судя по всему, нельзя считать той платформой, в которой нуждаются сейчас физики для своих натурфилософских построений. Уже в глубокой древности было показано, что проведение ее наталкивается на серьезные методологические трудности. С течением лет число таких трудностей все более приумножалось, а все попытки избавиться от них по-прежнему оказывались тщетными. Кстати, как, между прочим, было показано в настоящем параграфе, серьезными трудностями чревата и теория поля, построенная на идеях непрерывности, причем прибегать к идеям дискретности в борьбе с недостатками тео-

рии поля потребовалось именно потому, что концепция непрерывности не нашла в себе достаточных сил для их устранения. Таким образом, для всякого сторонника дискретности это прямо-таки благо, что и классическая и квантовая теории поля, основанные на представлении о непрерывном пространстве и времени, потерпели крах как раз на тех самых бесконечностях, допущением которых концепция непрерывности отличается от концепции дискретности. Хотя и нехорошо радоваться чужому горю, в данном случае каждый финитист невольно порадуется горю континуалистов.

Несмотря на неподдельный оптимизм, с которым могут быть констатированы успехи, достигнутые в деле внедрения идей пространственно-временной дискретности в современную теорию поля, все-таки несомненным фактом остается то, что цельной теории, основанной на этой концепции, еще не существует. Имеются обнадеживающие подходы к ней, но самой ее нет; намечены перспективные пути развития, но движение по ним еще не завершено; уже достаточно ясно определились возможные результаты, но эффективная реализация их еще не произведена; уже поняты преимущества новой концепции, но еще не найдены формы их осуществления. Короче говоря, наука уже вступила на порог концепции дискретности, но еще не перешагнула его.

Подобный разрыв между потенциальным и актуальным сохраняется уже в течение многих лет, следовательно, корни его следует искать где-то в глубине самого процесса познания. Законы этого процесса нам еще неизвестны. Мы не знаем, в частности, почему данное открытие делается в данное время, а не раньше или позже; мы не знаем, что мешает одному ученому сделать то, что делает другой; не знаем, чего не хватает нашему времени для создания той теории, которая несомненно будет создана в будущем. Ситуация, рожденная нашим незнанием законов процесса познания, предстанет в еще более острой форме, если мы примем во внимание специфику обсуждаемой проблемы: ясность конечной цели — изгнание из теории бесконечностей — и вероятность средства, с помощью которого эта цель будет достигнута, — учет дискретной структуры пространства-времени.

В данной связи трудно не вспомнить заключительных слов Римана из его знаменитой лекции 1854 г. «Решение этих вопросов, — говорил Риман, имея в виду проблему пространства, — можно надеяться найти лишь в том случае, если исходя из ныне существующей и проверенной опытом концепции, основы которой были заложены Ньютоном, станем постепенно ее совершенствовать, руководствуясь фактами, которые ею объяснены быть не могут <...> Здесь мы стоим на пороге другой области, принадлежащей другой науке — физике, и переступить его

не дает нам повода сегодняшней день»¹³⁶. Известно, что в течение всей последующей жизни Риман не считал нужным вернуться хотя бы еще раз к этой проблеме, намеченной им в самом начале своей научной деятельности (достаточно сказать, что лекция, о которой идет речь, впервые была опубликована только после смерти Римана, в 1868 г., когда Дедекиннд нашел ее в бумагах покойного). Не означает ли это, что высказанное им предостережение он считал справедливым вплоть до конца своих дней? И можем ли мы утверждать, что в наше время, сто лет спустя после упомянутого события, мы уже в состоянии переступить через тот порог, перед которым остановился великий математик?

§ 5.3. Спектр масс элементарных частиц

Другой проблемой, полавшей в поле зрения нашего обзора работ, выполненных на основе математического аппарата дискретного пространства-времени, и к обсуждению которой я обещал вернуться, является спектр масс элементарных частиц. Я выполняю теперь свое обещание.

Проблема спектра масс элементарных частиц занимает в современной теоретической физике одно из центральных мест. Широко распространено мнение, что очередной важный этап научного прогресса будет состоять в решении именно этой проблемы. Открытие все новых и новых элементарных частиц подогревает желание как можно скорее решить ее, ибо тогда, как можно думать, станет возможным выработать представление о полном семействе элементарных частиц, существующих в природе, и таким образом предсказать еще неоткрытые частицы. Из всех свойств элементарных частиц масса кажется наиболее подходящей для целей полной классификации частиц по той причине, что до сих пор еще не открыто и двух разных типов частиц с одинаковой массой, тогда как другие свойства — заряд, спин, четность, странность и т. д. — являются общими для частиц нескольких видов. Эти замечания объясняют имеющую место весьма высокую активность работ по проблеме спектра масс элементарных частиц, а это, в свою очередь, делает понятным, почему и среди работ, выполненных на основе пространственно-временной дискретности, значительная часть так или иначе тяготеет к данной проблеме.

О существовании внутренней связи между концепцией дискретного пространства-времени, с одной стороны, и проблемой спектра масс элементарных частиц, с другой, можно заключить уже из следующих общих замечаний.

¹³⁶ Б. Риман. О гипотезах, лежащих в основании геометрии. 3.3 (Сочинения, М., 1948).

Фундаментальные константы природы, c и h , не могут дать величину с размерностью массы; чтобы получить такую величину, их надо дополнить константой с размерностью длины. Иначе говоря, если постулировано существование в природе этой новой константы, масса становится выводимой из трех констант. Поскольку в теориях, основанных на двух первых константах, т. е. в теории относительности и в квантовой теории, проблему масс решить не удалось, можно думать, что решение ее даст теория, основанная на третьей константе, т. е. физическая теория пространственно-временной дискретности¹.

Дополнительный аргумент в пользу этого последнего предположения следует из двойной формулы для собственной энергии заряженной частицы,

$$e = \mu c^2 = \frac{e^2}{r}.$$

Согласно формуле, масса элементарных частиц обратно пропорциональна радиусу частиц. Поскольку спектр масс элементарных частиц дискретен, дискретным должен быть и спектр их радиусов. Но дискретность масс является прямым следствием атомизма вещества. Значит, как можно думать, дискретность линейных размеров частиц предполагает атомизм пространства².

Величина с размерностью массы выражается через три упомянутые константы следующим образом:

$$\mu \sim \frac{h}{cr}. \quad (80)$$

Правая часть этой формулы равна, примерно, 10^{-25} г. Это меньше, чем масса одних элементарных частиц, и больше массы других. Весь спектр элементарных частиц нельзя, поэтому, получить из правой части данной формулы путем умножения ее на целые числа; иначе говоря, сочетание $\frac{h}{cr}$ не образует элементарной массы. Остается надеяться выразить спектр масс элементарных частиц через эту величину с помощью какого-то более сложного сочетания параметров, может быть, примерно так же, как термы атома водорода выражаются через постоянную Ридберга³.

Подставив в (80) вместо r выражение для классического радиуса электрона (вообще говоря, с любым численным коэффициентом), получим формулу, которую нам будет удобно записать в таком виде:

$$\mu = \frac{h}{2} \alpha m. \quad (81)$$

¹ W. Heisenberg. Über die in der Theorie der Elementarteilchen auftretende universelle Länge (Aph, 32, 20—33, 1938), § 2.

² Там же, § 3.

³ Там же, § 4.

Здесь k — некоторый безразмерный коэффициент, а α — обратная величина постоянной тонкой структуры:

$$\alpha = \frac{c\hbar}{e^2} \approx 137.$$

Как видим, величина с размерностью массы, которую мы, при желании, всегда можем интерпретировать как массу произвольной элементарной частицы, оказалась функцией массы электрона. Предположим, что эта частица — протон⁴. Тогда для k получится значение, близкое к 27. Целочисленный характер этой величины подает одну заманчивую мысль, которая, впрочем, способна родиться и без этого наводящего результата, уже при одном взгляде на формулу (81), особенно, когда смотрящий проникнут желанием получить спектр масс, — мысль, во-первых, рассматривать коэффициент k в формуле (81) как индекс, пробегающий ряд целых значений, 1, 2, 3 и т. д., и, во-вторых, ставить в соответствие каждому его значению частицу с массой μ_k . Как это ни странно, но уже такой примитивный способ квантования дает нам, как впервые заметил Намбу, с точностью не ниже 1%, кроме протона, массы еще четырех элементарных частиц — фотона и μ -, π - и K -мезонов, для значений k , равных, соответственно, 0, 3, 4 и 14. О степени согласия между экспериментальными и вычисленными значениями масс перечисленных частиц можно судить по следующей таблице⁵.

Таблица 2

k	μ_k	Частица	Эксперимент
0	0	фотон	0
3	206	μ -мезон	206,7
4	274	π -мезон	273,3
14	959	K -мезон	966,0
27	1849	протон	1836,1

Учитывая простоту процедуры квантования, полученный спектр масс надо признать чрезвычайно обнадеживающим и, значит, рассуждения, которые привели к нему, — заслуживающими пристального внимания.

Между прочим, можно заметить, что в приведенной таблице четным значениям индекса k соответствуют бозоны, нечетным — фермионы. Если это соответствие реально, то разложение

⁴ H. Flint. The ratio of the masses of the fundamental particles (PPhS, 50, 90—93, 1938).

⁵ Y. Nambu. An empirical mass spectrum of elementary particles (PTPh, 7, 595—596, 1952). См. также П. Кард. К вопросу о спектре масс элементарных частиц (ЖЭТФ, 27, 259—260, 1954).

Фурье по массе может оказаться в будущем удобным средством анализа элементарных частиц⁶.

Формула (81) допускает одно простое обобщение. Предположим⁷, что она связывает не массу произвольной частицы с массой электрона, а массы двух произвольных частиц, следующих друг за другом в ряду масс. Тогда ее можно будет переписать в таком виде:

$$\mu_{kn} = \left(\frac{k}{2} \alpha \right)^n m.$$

При $n=1$ мы получаем прежнюю формулу: новая, следовательно, действительно является ее обобщением. Впрочем, ничего интересного пока такое обобщение не дало.

Некоторое обоснование проведенной процедуры квантования, а также вообще всем высказанным выше соображениям о связи между проблемой масс и концепцией дискретности, было получено из работ по пятимерию.

В век, когда обычному анализу процессов, протекающих в трехмерном пространстве, пришли на смену операции с четырехмерным миром; когда всякого рода обобщения существующих теорий стали самой модной областью теоретического исследования,— переход к пятимерному пространству не представляется какой-то неожиданностью. Отметим все-таки, что этот переход совершил впервые Калуца в 1921 г. Обобщение Калуцы имело целью ввести в рассмотрение, наряду с гравитационным полем, электромагнитное поле; его пятая координата должна была, следовательно, ассоциироваться каким-то образом с потенциалами или напряженностями электромагнитного поля. Однако это обстоятельство не помешало другим авторам придать пятой координате другой смысл. Собственно говоря, смысл пятой координаты до сих пор еще не установлен и ее поэтому можно толковать так или иначе, в зависимости от желаемого результата. В частности, ничто не мешает толковать пятую координату как собственное время частицы.

Намек на возможность подобного толкования можно уловить в следующих двух фактах. Во-первых⁸, пятая координата в ряде работ по пятимерию появляется только в выражениях типа

$$e^{\frac{ic}{h} x_5};$$

известно же, что в ряде областей физики, в особенности, в электродинамике и в квантовой теории, часто встречается экспонента

$$e^{i\omega t},$$

⁶ В. Кадышевский. К вопросу о спектре масс и фундаментальной длине в теории поля.— ДАН, 131, 1305—1307, 1960.

⁷ R. Reulos. Echelle quantique des masses, des longueurs et des temps (JPhR, 14, 346—347, 1953).

⁸ H. Flint. The quantization of space and time (PhR, 74, 209—210, 1948).

в которой t — время. Во-вторых⁹, обобщение теории электромагнитного поля на случай мезонного поля можно предполагать в виде перехода от формы

$$c^2 dt^2 - \sum dx_k^2 = 0$$

к форме

$$c^2 dt^2 - \sum dx_k^2 - c^2 dx_5^2 = 0,$$

но в последнем выражении величине x_5 трудно приписывать иной смысл, кроме указанного.

Из тех же фактов можно вывести заключение и о величине, канонически сопряженной пятой координате. Действительно, если в первом случае величину λ отождествлять с длиной комптоновой волны частицы, а во втором случае выбрать простейшее решение обобщенного, пятимерного волнового уравнения, то в обоих случаях мы приходим к выражению типа¹⁰

$$e^{\frac{i}{\hbar} \mu x_5},$$

которое показывает, что величиной, сопряженной пятой координате, является масса частицы¹¹.

Уже этот результат заслуживает внимания: понятие массы частицы появилось в той же математической схеме, в которой фигурирует константа с размерностью длины, λ .

Пойдем, однако, дальше и наложим на пятую координату требование периодичности, предположив, кроме того, для нее и для массы обычную квантовомеханическую операторную связь сопряженных величин.¹² Это немедленно даст для собственных значений оператора массы формулу

$$\mu_k = k \frac{\hbar}{c\lambda}$$

— ту самую формулу (80), с которой мы начали наши рассуждения, приведшие нас к спектру масс. Данная формула оказывается, таким образом, простым продуктом весьма сложного обобщения, и это, с известной точки зрения, придает дополнительный вес и примененной нами процедуре квантования масс, и полученной в результате ее теоретической части табл. 2.

Рассмотренные факты и результаты доказывают, как мне кажется, целесообразность постановки вопроса о спектре масс элементарных частиц в рамках концепции дискретного пространства-времени. Между прочим, это означает, что в отношении проблемы элементарных частиц, так же как в отношении труд-

⁹ В. Родичев. Некоторые результаты обобщенной теории поля (ЖЭТФ, 21, 869—878, 1951).

¹⁰ Флинт, сс. 8; Родичев, сс. 9.

¹¹ Ср. P. Dirac. The Lorentz transformation and absolute time.— Ph. 19, 888—896, 1953.

¹² Кард, сс. 5.

ностей теории поля с бесконечностями, прогноз, сделанный на основе применения дискретного математического анализа к решению конкретных физических задач, оказался правильным. Но коль скоро принято такое заключение, задачу, стоявшую в данной области перед теоретиками, следует видеть в отыскании среди великого множества дорог, пересекающих в разных направлениях концепцию дискретности, той дороги, которая приводит к желанной цели кратчайшим образом и с затратой наименьших средств.

Если физик-теоретик ищет решение проблем, стоящих на порядке дня науки, то историк физики должен искать критерии, которые бы позволяли ему из громадного числа всех сделанных попыток выбирать для своего анализа наиболее плодотворные и перспективные. Необходимость такого выбора образует существенную черту современного исторического исследования. В настоящее время, из-за колоссального объема научных работ, практически невозможно охватить историческим исследованием все работы, имеющие отношение к данной теме; да было бы и нецелесообразно стремиться к такому полному охвату, ибо это неизбежно обременило бы труд историка малоценным материалом и сделало бы его бесхребетным. Но учитывая только часть имеющегося материала, историк по необходимости вносит в свою работу элемент субъективизма. В этом отношении его деятельность родственна деятельности теоретика и, значит, сочетание историка и теоретика определяется в конечном счете сродством их душ.

Указанный фактор, с одной стороны, и концепция дискретности как исходная позиция, с другой, предопределили выбор материала для настоящего параграфа. Здесь речь будет идти главным образом о работах Гейзенберга и его учеников по теории элементарных частиц. Эти работы, начатые в конце 40-х годов и до настоящего времени еще не завершённые, образуют важную часть истории современной теоретической физики, при определенном взгляде на вещи — ее центральную часть. Знакомство с этим направлением развития представляет поэтому не только частный, но и общий интерес.

Работы Гейзенберга по теории элементарных частиц

Многолетние размышления над теорией ливневых процессов в космических лучах (см. стр. 112)¹³ привели Гейзенберга к убеждению, что способность отдельной элементарной частицы рождать множество других элементарных час-

¹³ См. также W. Heisenberg. Zur Theorie der explosionsartigen Schauer in der kosmischen Strahlung. II.—ZPh, 113, 61—86, 1939.

тиц, т. е. в конечном счете способность элементарных частиц к взаимным превращениям должна составлять существенную часть будущей теории элементарных частиц и, следовательно, успеха в деле построения такой теории можно надеяться достичь только в рамках той теоретической схемы, которая охватывает не одну или некоторое определенное число частиц, как это имеет место в гамильтоновом формализме, а сразу всю совокупность существующих частиц, какой бы многочисленной она ни оказалась¹⁴.

Вначале Гейзенберг рассуждал следующим образом. Пусть каждой частице с массой m_h соответствует волновая функция ψ_h . Тогда любой совокупности частиц можно поставить в соответствие суперпозицию волновых функций, $\psi = \sum c_h \psi_h$. Если функцию ψ считать спинором, откроется возможность рассматривать бозоны как системы фермионов — мысль, уже не раз возникавшая в науке, — и более того, можно будет изучать любые системы частиц наряду и совместно с самими частицами — мысль, которая, очевидно, является естественным обобщением первой. Мы получаем в результате универсальную или единую теорию вещества, в которой функция ψ имеет смысл «мировой функции». Тот факт, что при разработке такой теории придется опираться на уравнение Дирака, наиболее плодотворное уравнение физики микромира, служил лишним подтверждением правильности намеченного подхода к проблеме¹⁵.

Чтобы получить в теории поля частицы, надо уметь поле квантовать. Гейзенберг принял каноническую процедуру квантования элементарных полей, т. е. подчинил функции ψ_h антикоммутиационному соотношению

$$[\psi_\alpha(x), \bar{\psi}_\beta(y)]_+ = -iS_{\alpha\beta}(x-y),$$

но функцию $S_{\alpha\beta}$ в этом соотношении, в отличие от обычной теории, определил как регулярную на световом конусе, введя в нее в качестве параметра фундаментальную длину. В отсутствие взаимодействия функция $S_{\alpha\beta}$ является единственным детерминантом теории; задание ее вида есть, следовательно, задание самой теории. К сожалению, никаких убедительных критериев для определения этой функции указать не удалось. Для того, далее, чтобы учесть связи, существующие между различными частицами, надо было ввести оператор энергии взаимо-

¹⁴ W. Heisenberg. Two Lectures. Cambridge, 1949 (The present situation in the theory of elementary particles).

¹⁵ W. Heisenberg. Zur Quantentheorie der Elementarteilchen.—ZN, 5a, 251—259, 1950; Stationäre Zustände in der Relativistischen Quantentheorie der Wellenfelder.—ZN, 5a, 367—373, 1950.

действия, $H(x)$. Вид этого оператора также мог быть определен лишь с большой степенью произвола¹⁶.

Итак, в основе намеченной теории элементарных частиц лежат два «камня» — перестановочные соотношения и энергия взаимодействия или, другими словами, функция $S_{\alpha\beta}$ и функция $H(x)$. От того, как определены эти две функции, существенно зависит вид всей теории. Поскольку функция $S_{\alpha\beta}$ предполагается регулярной, теория оказывается свободной от расходящихся выражений: поскольку, далее, регулярность функции $S_{\alpha\beta}$ обусловлена зависимостью от фундаментальной длины, теория становится выражением концепции дискретного пространства-времени. Именно эти два последних момента — сходимости и дискретность — кажутся наиболее привлекательными в разбираемой теории, именно с ними поэтому и можно было связывать возможный успех теории.

Попытки Гейзенберга развить изложенные представления не привели, однако, ни к каким конструктивным результатам¹⁷. В то же время против основ теории оказалось возможным выставить ряд серьезных возражений. О произволе в выборе вида фундаментальных функций $S_{\alpha\beta}$ и $H(x)$ уже говорилось. Кроме того, было замечено, что оператор $H(x)$, как он определяется в теории, не является эрмитовым¹⁸. Соответственно, матрица T , получаемая с его помощью по обычной формуле Дайсона, не является унитарной. Для получения унитарной матрицы рассеяния S приходится значительно усложнять теорию, например полагать

$$S = \frac{T}{\sqrt{T^*T}}$$

и вводить представление о двух типах частиц, из которых один тип принципиально ненаблюдаем¹⁹. Все это, разумеется, говорит не в пользу теории.

Еще одно возражение, выдвинутое против данной теории и оказавшееся для нее роковым, состояло в указании на несовместимость некоторых выводов теории с общепринятым физическим мировоззрением. Это возражение определилось в процессе тщательного анализа физического смысла причинных функций квантовой теории поля. Применение результатов анализа к теории Гейзенберга показало, что в этой последней уже во втором порядке метода возмущений нарушается принцип причинности, т. е. не соблюдается обычная временная последовательность событий. Нарушение принципа причинности приводит, со своей стороны, к нарушению закона сохранения энергии, а если его

¹⁶ Гейзенберг, сс. 15.

¹⁷ Там же.

¹⁸ W. Pauli, (цит. по сс. 15, стр. 253).

¹⁹ Гейзенберг, сс. 15.

хотя бы то ни стало соблюсти, появляются не имеющие физического смысла кванты отрицательной энергии. Все это, без сомнения, является серьезным пороком теории²⁰.

Последнее возражение было выдвинуто Фирцем и потребовало от Гейзенберга специального исследования.

Гейзенберг признал, что отмеченные эффекты не могут быть устранены из теории, и более того, являются общей чертой метода S -матрицы, модификацией которого является рассматриваемый метод. Но имеется надежда заключить все аномалии в область порядка элементарной длины. Признание же аномальности элементарной области, как нам хорошо известно, не может считаться недостатком теории. Что касается существования аномальной области в рамках данной теории, то в пользу его говорит, например, следующий факт: если, как отмечено выше, бозоны суть системы фермионов, то в применении к фотону, движущемуся в пустоте, это означает, что действие одной компоненты фотона на другую только тогда вызовет противодействие, когда мировая линия каждой из компонент будет лежать в конусе прошедшего мировой точки другой компоненты, т. е. когда будущее и прошедшее внутри бозона будут обратимы²¹.

Тем не менее намеченная схема не получила в дальнейшем развития. Как можно предполагать, Гейзенберг разочаровался в ней. Сам он в качестве недостатка схемы назвал только одну причину — необходимость вводить отклонение от обычной временной последовательности событий²², т. е. как можно думать, признал неосуществимость в рамках данной схемы заключения всех аномалий в элементарную область. Но можно указать и на другие слабые стороны обсуждаемой схемы. Как уже говорилось, содержание данной теории целиком определяется заданием двух функций, $S_{\alpha\beta}$ и $H(x)$. Первая из них определяет перестановочное соотношение, которое отнюдь не кажется выражением, способным служить основой для теории элементарных частиц: в квантовой теории поля оно, насколько можно судить, играет скорее вспомогательную, чем главную роль²³. Вторая функция, энергия взаимодействия также по-видимому принадлежит к числу неадекватных микроприроде представлений (ср. стр. 220). Во всяком случае, постулирование ничем не связанных частиц, на которые затем, как нечто дополнительное, накладывается взаимодействие, нельзя отнести к сильным сторонам теории²⁴. Таким образом, оба положения, образующие

²⁰ M. Fierz. Über die Bedeutung der Funktion D_c in der Quantentheorie der Wellenfelder. — HPhA, 23, 731—739, 1950.

²¹ W. Heisenberg. Zur Frage der Kausalität in der Quantentheorie der Elementarteilchen. — ZN, 6a, 281—284, 1951.

²² W. Heisenberg. — ZN, 9a, 298, 1954.

²³ Ср. W. Pauli. — Ann., p. 122.

²⁴ Ср. Фирц, сс. 20, стр. 738.

фундамент теории, вызывают сомнение. С другой стороны, идея элементарной длины, представляющаяся с нашей точки зрения наиболее прогрессивным началом теории, получила в ней лишь очень смутное и завуалированное выражение. В этой двухсторонней слабости обсуждаемой схемы и заключается, надо думать, тот главный недостаток, который predeterminedил ее участь.

Если пожелать извлечь урок из опыта разобранной попытки — а Гейзенберг не мог не желать этого, — то дальнейшее развитие в области теории элементарных частиц будет, вероятно, правильным связывать, во-первых, с явным введением в теорию элементарного пространственно-временного объема (напомню, что к тому же заключению привели и усилия освободиться от возражений, выдвинутых Фирцем); во-вторых, с отказом от презумпции невазаимодействующих частиц; в-третьих, с изменением исходного формализма теории. Осуществление первого положения не встречает трудности: мы познакомились в § 3.3 с целым набором теоретических схем, освещенных идеей элементарной длины. Осуществление второго и третьего пожеланий сложнее. Чтобы уяснить мотивы, руководившие Гейзенбергом при решении этих последних вопросов (кстати, оно predeterminedило и решение первого вопроса, т. е. выбор схемы), нам опять придется обратиться к его работам по теории множественного рождения частиц в космических лучах.

По мере накопления экспериментальных данных все более становилось ясно, что при столкновении высокоэнергетических нуклонов происходит рождение большого числа мезонов. Мезоны и нуклоны — носители сильного взаимодействия, поэтому расчет явления не может быть произведен обычным способом теории возмущений. Гейзенберг обнаружил, что имевшийся в его распоряжении экспериментальный материал о спектральном и пространственном распределении рожденных мезонов получает хорошее объяснение, если процесс столкновения нуклонов толковать как столкновение волн, подчиняющихся нелинейному уравнению. Эффект нелинейности обусловлен в данном случае взаимодействием мезонов: чем больше родится мезонов, тем важнее роль нелинейности; напротив, в пределе, при исчезающей плотности мезонного облака, уравнение переходит в линейное. Значит, если правильно данное указание теории, сильное взаимодействие при высоких энергиях описывается нелинейным членом. Верно, видимо, и обратное: введение нелинейного члена эквивалентно постулированию сильного взаимодействия²⁵.

Для Гейзенберга тем легче было принять идею нелинейности, что она представляет собой одно из обобщений существующих теорий, самым прямым образом связанное с идеей

²⁵ W. Heisenberg. Mesonenerzeugung als Stoßwellenproblem.— ZPh, 133, 65—79, 1952.

элементарной длины (см. § 3.3, серия 2), горячим приверженцем которой Гейзенберг был уже многие годы (см. стр. 125). Кроме того,—и это с точки зрения теории элементарных частиц представляется чрезвычайно существенным—нелинейность является символом самодействия. Если линейные теории с их принципом суперпозиции состояний предполагают наложение чего-то уже существующего, то нелинейность, напротив, предполагает выведение всего из самой себя. Нелинейность, иначе говоря, это — узел, который представляет в самом себе заключенную и из себя развивающуюся природу. Пользуясь аллегорией, можно сказать, что на стадии линейности изучаются лепестки цветка, а на стадии нелинейности изучается завязь, из которой эти лепестки происходят. Все это, разумеется, находится в полном согласии с духом теории, которая, по замыслу, должна дать из себя,* как из рога изобилия всю совокупность элементарных частиц, т. е., по существу, весь материальный мир.

Таковы, как можно думать, были главные соображения, определившие отношение Гейзенберга к нелинейности как средству теоретического описания элементарных частиц. Большая вескость соображений позволяет понять тот странный на первый взгляд факт, что отныне и на многие годы вперед Гейзенберг сделался самым ревностным прозелитом нелинейности, к которой раньше он, по крайней мере явно, не испытывал особенной симпатии.

Верные своему выбору, мы последуем за Гейзенбергом в эту новую область исследования, оказавшуюся необыкновенно богатой драматическими коллизиями и психологическими нюансами.

Нелинейная теория единого спинорного поля

В поисках нелинейного спинорного уравнения, которое, по предположению, должно лежать в основе будущей теории элементарных частиц, исходить, очевидно, следовало из уравнения Дирака

$$\sum \gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} + k\psi = 0,$$

наиболее методологически обоснованного спинорного уравнения современной теоретической физики. (Здесь γ_ν — матрицы Дирака, связанные с прежде употреблявшимися, соотношениями $\gamma_i = \alpha_i$, $\gamma_4 = \beta$.)

В этом уравнении коэффициент при втором члене имеет смысл обратной комптоновой длины волны и, значит, определяется массой частицы, движение которой описывается данным уравнением. В теории, претендующей на объяснение элементарных частиц со всеми их свойствами, такого члена, по-видимому,

не должно быть: масса, как и все другие константы взаимодействия, должна выводиться из теории как ее следствия, а не вводиться в нее в качестве постулата. Другими словами, создатель теории вначале как бы не знает о существовании такого свойства частиц, как масса; о существовании этого свойства должна сообщить ему сама теория.

В соответствии со сказанным, второй член в дираковом уравнении был отброшен Гейзенбергом. На его место был поставлен нелинейный член²⁶.

Нелинейный член, согласно программе Гейзенберга, должен был учитывать взаимодействие спинорного поля с самим собой. Подобная роль нелинейности уже имела прецеденты. Впервые нелинейные члены были применены для описания взаимодействия и оправдали себя в теории радиоактивного β -распада²⁷. В дальнейшем они неоднократно обсуждались и в связи с другими вопросами. Поэтому акцент на нелинейный член как на символ самодействия в ту пору, когда к нему обратился Гейзенберг, вообще говоря, не требовал большого мужества. Задача заключалась только в том, чтобы из различных форм нелинейности выбрать какую-то одну, наиболее в рассматриваемом случае подходящую.

Простейшим нелинейным членом является квадратичный, ψ^2 . Но квадрат волновой функции имеет в квантовой теории смысл физически наблюдаемой величины, и потому член такого вида для предпринимаемого обобщения непригоден. Следующим по сложности членом является кубический, ψ^3 . Такой член неоднократно использовался в различных обобщениях как в ранний период развития квантовой физики, например в доюкаковой теории ядерных сил²⁸, так и во время, непосредственно предшествовавшее работе Гейзенберга, например при объяснении свойства насыщения ядерных сил²⁹. Не исключено, что успешное применение кубического члена в последних работах стимулировало доверие к нему Гейзенберга и предопределило его выбор.

Разумеется, исходное уравнение будущей теории элементарных частиц должно быть релятивистски инвариантным. Первый член диракового уравнения уже обладает таким свойством; значит, релятивизировать оставалось только нелинейный член. Одним из простейших кубических выражений, обладающих свой-

²⁶ W. Heisenberg. Zur Quantisierung nichtlinearer Gleichungen.—NAWG, 8, 111—127, 1953. Перевод: НКТП, стр. 41—62.

²⁷ E. Fermi. Versuch einer Theorie der β -Strahlen.—ZPh, 88, 161—177, 1934.

²⁸ Д. Иваненко, А. Соколов. Закон взаимодействия тяжелых частиц.—Труды Сибирского Физико-технического института, 4, 67—77, 1936.

²⁹ L. Schiff. Nonlinear meson theory of nuclear forces.—PhR, 84, 1—11, 1951. W. Thirring. Nichtlineare Terme in Meson-Gleichungen.—ZN, 7a, 63—66, 1952.

ством Лоренц-инвариантности, является выражение $\psi(\bar{\psi}\psi)$, где $\bar{\psi}$ — самосопряженная волновая функция. Гейзенберг вначале остановился именно на этом члене, в связи с чем исходное уравнение его теории приняло вид³⁰

$$\sum \gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} + l\psi(\bar{\psi}\psi) = 0. \quad (82)$$

Здесь l — новый параметр, характерный для теории и могущий быть истолкованным в духе концепции дискретности. Например, его можно выразить через константы c , h и ρ соотношением

$$l = \left(\frac{c\rho}{h}\right)^2. \quad (83)$$

Выбор основного уравнения теории, конечно, во многом предопределяет и общий облик теории, и характер результатов, которые она должна дать. Справедливо поэтому утверждать, что те физические представления, которые руководят теоретиком при выборе нового уравнения, суть в то же время основные представления всей новой теории. В рассматриваемом случае такими представлениями, как мы видели, Гейзенбергу служили релятивизм основного уравнения, нелинейность в роли взаимодействия и представление об элементарных частицах как порождениях единого спинорного поля. Таковы, следовательно, те физические принципы, на которых зиждется его теория. Надо признать, что принципы эти не новы. Не нов и математический аппарат, призванный дать им количественное выражение. Дирак как автор уравнения, Ферми как автор нелинейного взаимодействия и Иваненко, Соколов и Шифф как авторы кубической нелинейности предшествуют Гейзенбергу как автору рассматриваемой теории.

Уравнение (82), благодаря матричному характеру входящих в него операторов Дирака и волновых функций, распадается на систему дифференциальных нелинейных уравнений для обычных, скалярных функций, компонент четырехрядного спинора, ψ_1, ψ_2, ψ_3 и ψ_4 , а также их сопряженных $\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \bar{\psi}_3$ и $\bar{\psi}_4$. Решение этой системы представляет собой хотя и трудную, но разрешимую математическую задачу; главное же — вид решения существенным образом зависит от вида и характера краевых условий, которые наложены на систему и выбор которых неоднозначен. В интересах теории элементарных частиц надо было, очевидно, попытаться отыскать среди различных решений дискретные решения, и именно такие, которые бы можно было сопоставить дискретному семейству элементарных частиц, и тем самым в какой-то степени достичь поставленной цели. Это значит, что главная проблема теории состояла отныне в отыскании нужных ре-

³⁰ См. сс. 26.

шений уравнения (82) или, что то же самое, в отыскании эффективного способа квантования нелинейной теории³¹.

Современная физика знает два способа квантования, так называемые «первичное», применяющееся в квантовой механике, и «вторичное», применяющееся в квантовой теории поля. Первый способ состоит в замене динамических переменных операторами и во введении некоторой новой функции координат и времени — волновой функции, на которую и действуют эти операторы; второй способ состоит в истолковании волновых функций как операторов, подчиняющихся определенным соотношениям — соотношениям коммутации или антикоммутации. Особенностью второго способа квантования является также то, что каждому сорту частиц ставится в соответствие свое уравнение: бесспиновым частицам — уравнение Клейна — Гордона, частицам половинного спина — уравнение Дирака, частицам единичного спина в случае нулевой массы покоя — уравнения Максвелла, в случае ненулевой массы покоя — уравнения Прока, наконец, частицам со спином два — уравнение Эйнштейна. С точки зрения теории, претендующей на описание всех сортов элементарных частиц на основе одного единственного уравнения, такое положение вещей представляется совершенно неудовлетворительным и, значит, вторичное квантование как прием — мало подходящим. Перспективнее кажется метод первичного квантования, совместимый, как известно, с существованием одного уравнения — уравнения Шредингера, — описывающего любой вид частиц и систем, в зависимости от вида входящей в него силовой функции. Значит, разумно выдвинуть программу: искать решение уравнения (82) средствами первичного квантования.

Волновые функции квантовой механики суть функции $3N$ переменных, где N — число частиц в системе. Их поэтому можно считать векторами (вернее, лучами) в $3N$ -мерном конфигурационном пространстве или пространстве Гильберта. Операции квантовой механики с этой точки зрения представляют собой не что иное, как различные преобразования векторов конфигурационного пространства. Проведение той же процедуры в случае теории поля затруднено по крайней мере двумя причинами: во-первых, поле есть система с бесконечно большим числом степеней свободы, т. е. N здесь равно бесконечности; во-вторых, в полевых системах, благодаря возможности процессов рождения и аннигиляции частиц, число частиц является переменным, т. е. N здесь переменное. Прямое перенесение метода первичного квантования в теорию поля привело бы, следовательно, к исчислению бесконечностей, что по самой сути своей нелепо. Значит, цели можно было надеяться достичь только на каком-нибудь обходном пути, который бы позволил, сохраняя идею конфигу-

³¹ Гейзенберг, сс. 26.

рационального пространства, освободиться от необходимости оперировать с бесконечностями.

Обещающим кажется следующий путь. Введем в рассмотрение конфигурационное пространство с числом измерений $3N$, где N принимает все целые значения от нуля до бесконечности: $N = 0, 1, 2, \dots, \infty$. Это даст нам бесконечную последовательность конфигурационных пространств, соответствующих случаям, когда нет ни одной частицы, когда есть одна частица, две, три и т. д. Каждому значению N поставим в соответствие волновую функцию ψ_N , характеризующую, по определению, вероятность того, что поле состоит из N частиц. Функции ψ_N образуют бесконечное множество и, должны быть, связаны друг с другом бесконечной системой дифференциальных или интегральных уравнений³².

Намеченный путь в полной мере оправдал себя: применение его в случае электромагнитного поля, взаимодействующего с электронами, позволило получить уравнения, эквивалентные уравнениям вторично квантованного поля³³, а изучение в общем случае дало возможность установить соответствие между вторичным и первичным квантованиями на каждой стадии расчета³⁴. Впоследствии, в связи с общими успехами ковариантной формулировки квантовой теории поля, данный прием получил четырехмерное выражение³⁵. При этом выяснилось, что дифференциально-интегральные уравнения записываются для матричных элементов упорядоченных во времени произведений волновых операторов. Наиболее важное значение имеют матричные элементы, соответствующие переходу системы из состояния вакуума, Φ_0 в некоторое реальное состояние Φ_n , т. е. функции типа

$$\tau_{0n}(k|l-k) \equiv \langle \Phi_0 | P \psi(t_1) \psi(t_2) \dots \psi(t_k) \bar{\psi}(t_{k+1}) \dots \bar{\psi}(t_l) | \Phi_n \rangle,$$

где P — хронологический оператор. Совокупность τ -функций, характеризующих все возможные переходы из вакуума в данное состояние, и характеризует это состояние. Каждому уравнению поля или, что то же самое, каждому гамильтониану взаимодействия соответствует своя система дифференциально-интегральных уравнений для таких функций.

Определяемые указанным способом τ -функции являются функциями конечного числа переменных, и в этом смысле они

³² W. Heisenberg, W. Pauli. Zur Quantentheorie der Wellenfelder.— ZPh, 59, 168—190, 1930.— S. 190.

³³ L. Landau, R. Peierls. Quantenelektrodynamik im Konfigurationsraum.— ZPh, 62, 188—200, 1930.

³⁴ V. Fock. Konfigurationsraum und zweite Quantelung.— ZPh, 75, 622—647, 1932; Zur Quantenelektrodynamik.— PhZ der Sowjetunion, 6, 425—469, 1934.

³⁵ P. Matthews, A. Salam. Covariant Fock equations.— PRS, 221, 128—134, 1954.

подобны волновым функциям квантовой механики. Более того, при исчезновении связей между частицами t -функции переходят в обычные волновые функции системы многих частиц³⁶. Существенное отличие t -функций от волновых функций квантовой механики заключается лишь в том, что они теряют свойство аналитичности в точках одинаковых времен, т. е. там, где нарушается простая хронологическая последовательность волновых операторов. Поэтому целесообразно ввести в рассмотрение еще один вид функций, φ -функции, которые отличаются от первоначальных только в особых точках. Эти последние функции являются уже достаточно гладкими и потому по праву могут быть названы «волновыми функциями» квантовой теории поля³⁷.

Бесконечная система дифференциально-интегральных уравнений, для того чтобы быть решенной, должна быть как-то усечена, превращена в конечную систему. Это равносильно наложению на систему краевых условий, от выбора и характера которых существенно зависит вид решения. Подходящий выбор краевого условия подсказывается спецификой самого рассматриваемого метода квантования, основанного на постулировании последовательности конфигурационных пространств все более высокого числа измерений: естественно предположить, что вначале должны быть учтены процессы, обусловленные малым числом частиц — одной, двумя и т. д. Иначе говоря, естественно применить почастичное приближение.

Соответствующий математический аппарат впервые был развит с целью релятивистского расчета стационарных состояний системы нейтрон — протон. Расчет был проведен только в первом приближении, т. е. в предположении, что взаимодействие между нуклонами осуществляется посредством обмена одним мезоном с произвольным импульсом. Хотя получить в этом приближении каких-нибудь новых результатов в отношении стационарных состояний ядерных систем не удалось, прецедент применения нового метода — метода Тамма — был создан³⁸.

Приведенные данные позволяют, как мне кажется, понять, почему Гейзенберг, когда перед ним встала проблема квантования уравнения (82), остановился на концепции конфигурационных пространств с применением расчетного метода Тамма. Последний метод был истолкован им при этом как дающий право полагать равными нулю все $\tau(k/l - k)$ при l , большим некоторого числа N ³⁹.

³⁶ W. Zimmermann (цит. по E. Freese.— ZN, 8a, 782, 1953).

³⁷ E. Freese. Gebundene Teilchen und Streuprobleme in der Quantenfeldtheorie.— ZN, 8a, 776—790, 1953.

³⁸ I. Tamm. Relativistic interaction of elementary particles.— Journal of Physics, 9, 449—460, 1945. См. также S. Dancoff. Non-adiabatic meson theory of nuclear forces.— PhR, 78, 382—385, 1950.

³⁹ Сс. 26.

Допустив справедливость некоторой процедуры квантования в отношении нелинейного уравнения (82), кажется разумным предположить, что тот же способ должен давать хорошие результаты и в отношении любого другого нелинейного уравнения, в том числе тех, которые, как например уравнение ангармонического осциллятора, могут быть проквантованы и обычным, более простым способом. Такое предположение уместно здесь сделать по той причине, что сравнением результатов, полученных тем и другим способами, можно надеяться установить, насколько новый способ в интересующей нас области эффективен. Производя расчет осциллятора, естественно было на место волновых операторов и их сопряженных поставить координаты и импульсы осциллятора, соответственно с чем состоянию вакуума отвечало бы нижнее состояние осциллятора, а числу частиц — число возбужденных состояний.

Квантование ангармонического осциллятора новым способом было произведено Гейзенбергом для двух случаев — для случая слабой нелинейности и для случая сильной нелинейности — и для двух значений N : 1 и 3. Расчет производился на базе одновременной теории по аналогии с квантовой механикой. В одночастичном приближении для τ -функций была получена система трех уравнений, в трехчастичном приближении — система шести уравнений. Результаты расчета в полной мере подтвердили эффективность нового метода: в трехчастичном приближении для энергии осциллятора получились значения, лишь на 10% отличающиеся от результатов, даваемых обычным методом квантования⁴⁰.

Успешное применение нового способа квантования к старой задаче открыло путь для применения его к уравнению (82). Здесь, в области теории поля существенным было употребление уже многовременного формализма. Специальный характер приобрела также проблема массы частиц.

Понятие массы, как мы знаем, не входит в мировое уравнение Гейзенберга. Нужные значения масс элементарных частиц должны, по предположению, появиться в результате квантования базисного поля. Если квантование производится в конфигурационном пространстве, массы должны быть каким-то путем получены из решения интегро-дифференциальных уравнений для τ -функций. Как это сделать, далеко не очевидно. Решить задачу помогли успехи в развитии релятивистской квантовой теории поля.

Изучая формулы для констант перенормировки, Челлен показал,⁴¹ что τ -функции могут быть представлены в виде инте-

⁴⁰ Гейзенберг, сс. 26.

⁴¹ G. Källén. On the definition of the renormalization constants in quantum electrodynamics.— NPhA, 25, 417—434, 1952.

гралов от некоторой переменной, которую естественно истолковать как массу частицы. Например, для простейшей τ -функции — для вакуумного ожидания произведения двух операторов, отнесенных к одному и тому же времени, — имеем:

$$\langle 0 | \psi(x) \bar{\psi}(y) | 0 \rangle = \int \rho(\xi) f(x, y, \xi) d\xi.$$

Величина $\sqrt{\xi}$ имеет здесь смысл массы, и, следовательно, функцию $\rho(\xi)$ можно назвать спектральной функцией массы. Функция f в общем случае весьма сложна. В первом приближении для нее можно взять

$$f(x, y, \xi) = \int e^{i(p, x - y)} \frac{\gamma_\nu p_\nu}{p^2 + \xi} d^4 p,$$

где p — 4-импульс.

Спектральное представление Челлена справедливо не только для свободных, но и — что имеет решающее значение для теории Гейзенберга — для связанных полей⁴². Именно это обстоятельство позволяет из интегро-дифференциальных уравнений для ϕ -функций получить характеристические уравнения для оператора массы и, решая их, отождествить собственные значения этого оператора с экспериментально наблюдаемыми значениями масс элементарных частиц. Практический интерес при таком расчете представляют только те случаи, когда функция $\rho(\xi)$ выражается через δ -функции Дирака, так как только тогда получается дискретный спектр масс. Кстати, во всех других случаях вычисление представлений Челлена чрезвычайно затруднено⁴³.

Поскольку масса частиц в теории Гейзенберга целиком обусловлена взаимодействием, в приближении одной частицы, когда взаимодействие не может реализоваться, теория вырождается в уравнение для безмассовой частицы. Напротив, уже в первом нетривиальном, в двухчастичном приближении для массы фермионов теория дала формулу

$$\mu = \frac{7,45}{\sqrt{l}}, \quad (84)$$

откуда, определяя коэффициент l выражением (83) и принимая q равным длине комптоновой волны π -мезона, получим значение, характерное для массы нуклонов. Следовательно, как можно заключить отсюда, нелинейная спинорная теория, основанная на уравнении (82), выдает в качестве масс фермионов массы нуклонов⁴⁴.

⁴² H. Lehmann. Über Eigenschaften von Ausbreitungsfunktionen und Renormierungskonstanten quantisierter Felder. — NC, 11, 342—357, 1954.

⁴³ W. Heisenberg. Zur Quantentheorie nichtrenormierbarer Wellengleichungen. — ZN, 9a, 292—303, 1954. Перевод: НКТП, стр. 63—89.

⁴⁴ Там же, стр. 300.

Получить массы бозонов оказалось сложнее, хотя принципиально возможность для этого существовала⁴⁵. Только после специальных усилий было установлено, что минимальная масса бозонов, согласно теории, раз в десять меньше массы фермионов. отождествляя последние с нуклонами, отсюда можно заключить, что бозонами, учитываемыми теорией, являются пионы, масса которых, как известно, примерно на порядок величины меньше массы нуклонов⁴⁶.

Итак, теория, основанная на уравнении (82) и применении нового способа квантования, оказалась в состоянии дать массы обоих сортов частиц, фермионов и бозонов, в удовлетворительном количественном согласии с экспериментом. Это был большой успех теории, указывающий на перспективность того подхода к проблеме элементарных частиц, который лежит в основе теории. В то же время было ясно, что это — только первый, далеко еще не полный и не окончательный успех, так как теория не позволила получить массы лептонов и осталось неясным, позволит ли она в согласии с опытом получить массы более тяжелых частиц, чем нуклоны и пионы⁴⁷. Все эти вопросы могли быть решены только в процессе дальнейшего развития теории.

Другим воодушевляющим результатом проведенного анализа явилось обнаружение того факта, что обсуждаемая теория свободна от расходящихся выражений. Это был отнюдь не очевидный результат. Правда, мы знаем, что с помощью нелинейности могут быть устранены бесконечности из теории, но это вовсе не означает, что каждая нелинейная теория конечна. Иначе говоря, свойством конечности обладают только определенные нелинейные теории, или развиваемые специально с учетом этого свойства, или обнаруживающие его в силу каких-то своих особых достоинств. Рассматриваемая теория Гейзенберга оказалась принадлежащей к числу последних: хотя при построении ее на недопущение в нее бесконечностей специального внимания не обращалось, они не появились в ней. Отсутствие их здесь было, следовательно, в какой-то степени приятной неожиданностью⁴⁸.

Причиной конечности теории следовало считать отказ от применения δ -видной перестановочной функции, замену ее регулярной функцией⁴⁹. Суть этой модификации, как выяснилось в ходе дальнейшей работы, обусловлена учетом теорией некото-

⁴⁵ Гейзенберг, сс. 43, стр. 301.

⁴⁶ W. Heisenberg, F. Kortel, H. Mitter, Zur Quantentheorie nichtlinearer Wellengleichungen. III.—ZN, 10a, 425—446, 1955. Перевод: НКТП, стр. 90—142. См. также Я. Грановский. Спектр масс мезонов в теории Гейзенберга.—ЖЭТФ, 36, 1154—1158, 1959; О вычислении константы взаимодействия в нелинейной теории.—ЖЭТФ, 37, 192—196, 1959.

⁴⁷ Там же, стр. 446.

⁴⁸ Гейзенберг, сс. 26, стр. 126.

⁴⁹ Там же.

рых новых состояний, которые своим действием компенсируют сингулярности перестановочной функции. Механизм этого эффекта будет выглядеть яснее, если обратить внимание на одну особенность квантовой механики, существующую и в данной теории, — на особенность, состоящую в том, что для описания некоторого состояния системы в квантовой механике, в отличие от классической, надо знать совокупность всех других возможных состояний той же системы, если даже они и не реализуются в действительности. Так, при расчете процессов рассеяния необходимо учитывать, кроме единственно наблюдаемых начального и конечного состояний частицы, все промежуточные виртуальные состояния. Именно учет теорий этих виртуальных состояний и приводит к бесконечным выражениям. Таких выражений, очевидно, не существовало бы, если бы мы сумели как-то погасить виртуальные состояния. Нелинейная теория, точнее, новый способ квантования, применяющийся в нелинейной теории, открывает для этого возможность⁵⁰.

Новые состояния теории могут быть отделены от обычных, наблюдаемых, физических состояний. Соответственно, гильбертово пространство разбивается на две части: на физическую часть, или гильбертово подпространство I и на остаток, или гильбертово подпространство II⁵¹ (впредь, ради краткости и удобства, мы будем обозначать эти части, по начальной букве немецкого написания фамилии Гильберта, частями $H-I$ и $H-II$ ⁵²). Часть $H-II$, по определению, содержит только те состояния, которые физически не наблюдаются, точнее, соответствуют процессам, протекающим внутри области минимальной длины; это, таким образом, подпространство аномальных, нефизических состояний. Определение этой части носит сугубо номинальный характер, а само подпространство является чисто фиктивным, символическим. С ним дело обстоит примерно так же, как с мнимой единицей i : ее вводят в математические выражения и затем пользуются ею, без попыток дать ей какое-либо более глубокое обоснование⁵³.

Компенсация некоторых состояний подпространства $H-I$ состояниями подпространства $H-II$ становится возможным благодаря тому обстоятельству, что норма последних состояний имеет отрицательный знак. Это указывает на индефинитный характер метрики подпространства $H-II$ и тем самым лишний раз доказывает нефизический характер состояний этого пространства. Отсутствие в рассматриваемой теории бесконечностей можно теперь объяснить иначе, сказав, что оно обусловлено введением в теорию индефинитной метрики в гильбертовом простран-

⁵⁰ Гейзенберг, сс. 43, стр. 292.

⁵¹ Там же.

⁵² Д. Иваненко.— НКТП, стр. 7.

⁵³ Гейзенберг, сс. 43, стр. 297.

стве⁵⁴. Значит, индефинитная метрика в теории Гейзенберга играет роль формфакторов в теориях нелокального типа⁵⁶ (см. § 5.2).

Одним из важных следствий конечности нелинейной теории явилась возможность распространить ее на случай электромагнитного поля. Механизм этой возможности выясняется из следующих замечаний. Как известно, в линейной теории поля перестановочная функция и функция распространения совпадают. В нелинейной теории это не так, тем не менее та и другая функции обладают все-таки общими аналитическими свойствами, и поэтому устранение δ -функции из перестановочных соотношений самым явным образом отражается на форме функции распространения, именно сглаживает ее. Но функция распространения, в свою очередь, имеет непосредственное отношение к силам, действующим между частицами. Например, на диаграммах Фейнмана линиям взаимодействия ставятся в соответствие определенные функции распространения. Сглаженный характер функции распространения нелинейной теории может быть поэтому истолкован как указание на учет теорией далекодействующих сил, т. е. сил типа Кулона⁵⁶. Действительно, специальное исследование показало, что силы большого радиуса, действующие в обсуждаемой теории между элементарными частицами, тождественны кулоновым силам. Вообще данная нелинейная спинорная теория поля, по всей вероятности, включает в себя максвеллову электродинамику как частный случай, причем из уравнений теории могут быть получены как электрический заряд электрона, так и недалекое от истинного значение зоммерфельдовой постоянной тонкой структуры⁵⁷.

В связи с важной ролью в теории Гейзенберга нефизических состояний отметим следующие три факта.

1. Поскольку состояния подпространства $H-II$ считаются ненаблюдаемыми, естественно возникает вопрос: а надо ли сохранять в теории такие состояния, не следует ли исключить их из теории, ограничившись рассмотрением состояний подпространства $H-I$? Некоторые соображения заставляют, однако, отметить на этот вопрос отрицательно. Во-первых, имея в виду отмеченную выше аналогию между $H-II$ и i , уместно вспомнить, что комплексные числа не только позволили создать новые, даже в практическом отношении чрезвычайно плодотворные отрасли

⁵⁴ W. Heisenberg, Erweiterungen des Hilbert-Raums in der Quantentheorie der Wellenfelder.— ZPh, 144, 1—8, 1956. Перевод: НКТП, стр. 143—152.

⁵⁵ Там же, стр. 8.

⁵⁶ Гейзенберг и др., сс. 46, стр. 427.

⁵⁷ R. Ascoli, W. Heisenberg, Zur Quantentheorie nichtlinearer Wellengleichungen. IV. Elektrodynamik.— ZN, 12a, 177—187, 1957. Перевод: НКТП, стр. 153—174. См. также Я. Грановский, Электромагнитное взаимодействие в теории Гейзенберга.— ЖЭТФ, 37, 442—451, 1959.

математики, но оказались исключительно удобными и там, где, как например в электродинамике, без них, вообще говоря, можно было бы обойтись. Во-вторых, припомним, что в квантовой теории многих тел, когда этими телами являются фермионы и когда, следовательно, как будто можно было бы обойтись только антисимметричными состояниями, в действительности приходится учитывать и симметричные состояния, чтобы упростить математический аппарат, а подчас, и чтобы вообще сделать задачу практически разрешимой⁵⁸. Как показывают эти примеры, иногда явно нереальные величины помогают наилучшим и наикратчайшим способом приходить к совершенно реальным результатам. Не исключено, что аналогичная ситуация имеет место и в данном случае, т. е. введение подпространства $H-II$, наряду с подпространством $H-I$, является условием достаточно простого и последовательного математического описания элементарных частиц⁵⁹.

2. У всякого, хотя сколько-нибудь знакомого с историей физики последних десятилетий, предыдущее замечание и вывод из него не могут не возбудить представления о «своеобразной исторической иронии»⁶⁰, состоящей в том, что Гейзенберг, который, начиная с середины 20-х годов, был убежденным сторонником концепции наблюдаемых величин и, опираясь на эту концепцию, как в 20-е годы, при построении квантовой механики, так и позже, в 40-е годы, при разработке метода S -матрицы (о нем подробнее см. в § 6.2) действительно добился epochальных результатов, теперь, в 50-е годы, выступил не менее убежденным сторонником противоположной концепции. Аналогичный метаморфоз в мировоззрении Гейзенберга мы отмечали, когда говорили об истории его отношения к нелинейности как к средству выхода за рамки существующих теорий (см. стр. 256). Причина метаморфозов в обоих случаях, как можно думать, одна — идея фундаментальной длины. Эта идея лежит в основе и нелинейности исходного уравнения теории и аномальности состояний подпространства $H-II$; и то и другое, следовательно, можно считать естественным следствием развития этой идеи в голове творчески мыслящего ученого.

3. Последние заключения особенно убедительно показывают, что, развивая нелинейную теорию единого спинорного поля, физики все время вращаются в сфере понятий и представлений концепции дискретного пространства-времени. Теория Гейзенберга с этой точки зрения представляет собой не что иное, как одну из попыток практического воплощения концепции дискретности на определенном конкретном материале — на материале

⁵⁸ Гейзенберг, сс. 54, стр. 8.

⁵⁹ Там же.

⁶⁰ Иваненко, сс. 52, стр. 20.

элементарных частиц. Таким образом, математический аппарат дискретного пространства-времени подсказал нам остановить свое внимание на проблеме элементарных частиц, а изучение истории этой проблемы заставило нас остановить внимание на теории, которая во всех своих главных чертах является попыткой провести в жизнь эту концепцию.

Особенно тесный контакт между концепцией дискретности и нелинейной теорией Гейзенберга обнаружился по линии элементарного пространственно-временного объема, с одной стороны, и гильбертова подпространства $H-II$, с другой. И элементарный объем, и подпространство представляют собой части некоторого целого, обладающего существенно иными свойствами, чем эти части; оба связаны с представлением о ненаблюдаемости, о нефизичности и т. п.; совершенно общим для обоих является охват явлений, которым соответствуют длины волн, меньшие элементарных. В то же время между элементарным объемом и подпространством $H-II$ имеются существенные различия. Например, в подпространстве $H-II$ обычная причинно-следственная последовательность событий сохраняется⁶¹, тогда как в объеме $\omega = \varphi^3 t$ она, по всей вероятности, нарушается (см. §§ 3.2 и 5.2). Впрочем, полного совпадения свойств того и другого пространств нельзя было и ожидать, так как в разных случаях речь идет о совершенно различных по существу пространствах — о четырехмерном локально-временном, в первом случае, и о многомерном пространстве квантовых состояний, во втором. Тем больший интерес приобретают те свойства, которые являются общими для обоих пространств. Мы уже знаем, что индефинитной метрике в одном из них соответствует нелокальность взаимодействия в другом (см. стр. 227). Другое вероятное следствие индефинитности — нарушение вероятностной интерпретации событий⁶². Установление других связей того же рода представляло бы для концепции дискретности немалый интерес.

* * *

Воодушевленный наметившейся возможностью подойти к спектру масс элементарных частиц в рамках теории, свободной от расходимостей, Гейзенберг почувствовал себя в состоянии еще более расширить и конкретизировать свою программу. Наиболее ясно его новый взгляд на вещи выражен в его речи, произнесенной в Висбадене осенью 1955 г. Уже не в порядке пожеланий и далеких прогнозов, а в смысле плана, способного служить руководством в текущей практической деятельности, он поставил задачу — «создать такую теорию, которая бы по-

⁶¹ Гейзенберг, сс. 43, стр. 297.

⁶² В. Гейзенберг. Боровская интерпретация квантовой теории и физика элементарных частиц — Сборник «Развитие современной физики», М., 1964, стр. 67.

зволюла понять и чисто логическим путем получить распределение масс элементарных частиц, их зарядов и спиновых и магнитных моментов»⁶³. Основываясь на своем личном опыте, эту будущую теорию Гейзенберг рисовал себе в следующем виде: «Теория должна оперировать с основными уравнениями, написанными для материи вообще, а не для отдельных элементарных частиц. Из этих основных уравнений должно вытекать существование всех элементарных частиц, скажем, в виде собственных решений. Отсюда немедленно следует, что в такой теории элементарные частицы играют примерно такую же роль, как стационарные состояния сложной атомной системы в квантовой механике, а не такую, какую играли в старой теории электроны. Далее, элементарные частицы должны появиться, если можно так выразиться, одновременно со всеми своими взаимодействиями; представление о свободных частицах станет бессмысленным <...> В будущем интересы всех исследователей должны концентрироваться на связанных состояниях, так как в правильно сформулированной теории сами элементарные частицы и являются своеобразными связанными состояниями»⁶⁴.

Несколько позже⁶⁵ ту же программу Гейзенберг изложил в виде пяти пунктов:

1. Исходные уравнения теории должны описывать не каждый сорт частиц по отдельности, а вещество вообще, «праматерию».

2. Элементарные частицы и некоторые сложные системы частиц должны выводиться из этих уравнений как их собственные решения.

3. Исходные уравнения должны быть нелинейными, чтобы учитывать взаимодействие частиц, ибо представление о «голых» частицах бессмысленно.

4. Правила отбора, необходимые для объяснения процессов рождения и распада частиц, должны получаться из свойств симметрии исходной системы уравнений.

5. Исходные уравнения должны быть максимально простыми.

Данная программа (назовем ее висбаденской программой Гейзенберга) замечательна в нескольких отношениях. Прежде всего она совершенно естественна и в этом смысле элементарна. Если начать излагать ее с последнего пункта, то получится следующая последовательность почти очевидных положений: теория должна быть по возможности простой и инвариантной

⁶³ В. Гейзенберг. Современное состояние теории элементарных частиц. УФН, 60, 413—424, 1956 — стр. 413.

⁶⁴ Там же, стр. 422.

⁶⁵ W. Heisenberg. Quantum theory of fields and elementary particles.—RMPH, 29, 269—278, 1957. Перевод: НКТП, стр. 221—247.

относительно определенных групп преобразований; уравнения теории должны быть нелинейными и иметь дискретные решения, соответствующие элементарным частицам. Как совокупность этих общих положений, программа Гейзенберга не содержит в себе чего-нибудь принципиально нового или необычного. Вместе с тем, при всей своей общности данная программа глубоко оригинальна и субъективна, ибо положения ее наполняются совершенно своеобразным содержанием, если мы воспринимаем их — как, разумеется, и надо делать — под углом зрения рассмотренных работ Гейзенберга. Возьмем, например, требование простоты. Исходное уравнение (82) по виду действительно очень простое. Но эта простота является результатом лишь удачно выбранной символики, так что следовало бы говорить скорее о компактности, чем о простоте. При обычной форме записи функциональной зависимости уравнение (82) распадается на целую систему уже менее простых по виду уравнений; решение же его даже в нижних приближениях представляет колоссальные трудности и зависит от многих факторов отнюдь не очевидной природы. Далее, возьмем требование инвариантности. Однозначно решается вопрос только в отношении релятивистской инвариантности, что касается других систем преобразований, то здесь открывается непочатый край возможностей, предположений, вариантов и т. д. Далее, требование нелинейности. Из всех возможных форм нелинейности речь в данном случае, очевидно, идет об одной, определенной форме, той, которая была применена Гейзенбергом — о нелинейности в роли взаимодействия фермиевого типа. Наконец, оценим требование дискретных значений. Фактически за этим требованием скрывается целая система приемов, сложный расчетный аппарат, определенная последовательность действий, одним словом, — новый способ квантования. С учетом всех этих фактов программа Гейзенберга приобретает краски жизни, превращается из перечня общеизвестных истин в конструктивное руководство к действию. В этом отношении, следовательно, она нова и оригинальна.

Подводя итог, мы можем сказать: висбаденская программа Гейзенберга обладает в одно и то же время и очевидностью общей схемы, и проблематичностью частной теории; она сочетает в себе наиболее естественный подход к проблеме с совершенно своеобразной попыткой его практического осуществления; в ней, иначе говоря, воплотилось общее и частное, явное и спорное, известное и скрытое, абстрактное и личное. Все это, без сомнения, свидетельствует о том, что разработка Гейзенбергом проблемы элементарных частиц нигде не увела его в область принципиально новых представлений, не вывела его за пределы первоначальной схемы, но, с другой стороны, позволила наполнить эту схему конкретным содержанием, тем самым преобразовав ее. Схема стала той же и не той же — она выросла, обогатилась,

как растет и обогащается живой организм. Преподобней была ее внешняя структура, иной — ее внутренняя структура. В этом единстве внешнего и внутреннего, постоянного и изменяющегося, старого и нового заключается тайна всякого развития.

В известном смысле процесс научного познания природы состоит в раскрытии такого рода противоположностей. О каждой еще непознанной области явлений мы можем сказать, какими самыми общими свойствами должна обладать теория этой области — то, очевидно, прежде всего некоторые незыблемые принципы, вроде логической непротиворечивости теории и ее количественного согласия с экспериментом, а также целый ряд более специальных положений, которые можно выставить, учитывая специфику явлений. Тем не менее эта общая схема еще не является теорией, хотя, с другой стороны, после того как теория будет построена, данная схема сохранит свое значение и свою справедливость. Теория, следовательно, может быть определена как своеобразная конкретизация общей схемы, осуществляемая без выхода за ее границы, как индивидуализация безличного и детализация расплывчатого. Сама схема может считаться при этом первой, низшей ступенью такой конкретизации, а процесс научного познания — процессом перехода на все более и более высокие ступени.

Когда достигается достаточно высокая ступень, соответствующая общепринятому представлению о научной теории, всегда оказывается возможным окинуть мысленным взором пройденный путь и тогда выясняется, что каждый раз для подъема на следующую ступень чего-то не хватало — каких-то понятий, идей, решений. Цель научного познания на каждой данной ступени развития можно поэтому определить как отыскание недостающего нечто. Научный поиск по природе своей таков, что успешный результат его не всегда сопровождается возгласом «Эврика!», напротив, в большинстве случаев к нужному не раз подходят очень близко, даже касаются его и пользуются им, но, не поняв его, отходят от него и продолжают поиск в другом направлении (см. I, стр. 12, 63, 162, 184). В силу этой особенности научного поиска, наряду с задачей «найти», важное значение приобретает задача «понять найденное». Одинаковы ли законы решения той и другой задач? Как установить, о какой задаче в каждом данном случае идет речь? Чем можно помочь решению этих задач или ускорить процесс решения? Эти и им подобные вопросы пока сами представляют задачу, которую неизвестно, как решать. Но что решать ее необходимо, это очевидно.

Повторяя перечисленные вопросы по отношению к теории Гейзенберга, мы вправе спросить, является ли дифференциальное уравнение для праматерии той находкой, которая решает проблему количественного описания элементарных частиц;

является ли уравнение (82) той находкой, которая решает проблему мирового уравнения; является ли нелинейность в роли Ферми-взаимодействия той находкой, которая решает проблему обобщения уравнения Дирака; является ли квантование с применением индефинитной метрики той находкой, которая решает проблему уравнения (82)? И еще много подобных вопросов можно было бы поставить в отношении теории Гейзенберга, но на все такие вопросы, увы, еще невозможно дать ответа. Между тем ответы, если можно так выразиться, где-то существуют, раз их удастся дать после того, как теория элементарных частиц будет построена. А если они существуют, то их не исключено найти не только путем построения теории элементарных частиц — это путь, так сказать, столбовой, давно известный, — но и другими путями, в том числе, такими, которые, может быть, более похожи на едва заметные звериные тропы.

При осуществлении висбаденской программы Гейзенберга прежде всего надо было подумать о более полной, чем предыдущая, систематике элементарных частиц. До сих пор систематика производилась по существу только по одному, правда, наиболее общему свойству, — по спину. Это позволило учесть разделение всех элементарных частиц на две большие группы — на группу фермионов и на группу бозонов. Следующим по общности свойством с точки зрения систематики можно считать изобарический спин. С помощью изобарического спина элементарные частицы разделяются на несколько подгрупп — на подгруппы синглетов, дублетов и триплетов. В теории, основанной на уравнении (82), эти два свойства жестко связаны, и поэтому все частицы с полуцелым спином получают и полуцелый изоспин, а все частицы с целым спином получают и целый изоспин. Такая связь в некоторых случаях оправдывается. Например, пионы обладают нулевым спином и образуют зарядовый триплет, т. е. в обоих отношениях ведут себя по закону целочисленности. Но в некоторых других случаях такая зависимость не выполняется. Например, K -мезоны обладают нулевым спином и полуцелым изоспином. Все это, по-видимому, говорит за то, что между данными двумя свойствами элементарных частиц нет жесткой связи и, значит, в теории они должны описываться независимо друг от друга⁶⁶.

Один из мысленно возможных способов учета этого обстоятельства состоит в обобщении уравнения (82) на вторую волновую функцию, которая бы являлась спинором только в обычном пространстве, а в пространстве изоспина вела бы себя как скаляр. Способ, иначе говоря, состоит в том, чтобы каждое свойство описывать своей волновой функцией⁶⁷.

⁶⁶ Асколи и Гейзенберг, сс. 57, стр. 185.

⁶⁷ Там же.

Легко заметить, что такой путь выхода из трудности, по крайней мере по тенденции, очень напоминает оставленный нами в начале изложения работ Гейзенберга путь квантовой теории поля: если там функция определенного ранга ставится в соответствие каждому сорту частиц, то здесь предлагается функцию определенного ранга ставить в соответствие каждому свойству частиц. Ранее мы признали этот путь неэффективным. Окажется ли он успешнее теперь, в несколько измененном виде? И следует ли пытаться идти по нему дальше, например вводя для описания лептонов еще одну дополнительную функцию? ⁶⁸

Эти вопросы могли быть выяснены только после специального исследования. Такого исследования — судя по всему, без ущерба для науки, так как шансы на положительный результат представляются мизерными — не состоялось: неожиданно открылась возможность направить развитие теории по совершенно иному пути, по всем показателям гораздо более перспективному.

Мы уже не раз имели случай убедиться в наличии у Гейзенберга сильно развитого чувства актуальности. Работая по сугубо индивидуальному плану, он никогда, тем не менее, надолго не отрывался от общего потока научной жизни. Так, его обращение к нелинейности произошло в тот период, когда эта форма обобщения интенсивно обсуждалась в связи с проблемой ядерных сил в работах Шиффа, Тирринга и других; для квантования исходного уравнения своей теории он воспользовался методом конфигурационных пространств в форме, незадолго перед тем найденной Швингером, Фейнманом, Дайсоном и другими в их работах по релятивистской квантовой теории поля; расчет масс элементарных частиц он произвел с помощью спектрального представления, только что использованного Челленом при исследовании ренормируемых теорий; конечность нелинейной спинорной теории была обоснована им с помощью понятия индефинитной метрики, введенной в повседневный обиход Паули и Челленом при анализе математической структуры модели Ли; разработку своей теории он вел параллельно и в тесном идейном контакте с общей дискуссией по уравнению для связанной системы двух частиц Бете — Салпетера и его теоретико-полевого обоснованию, данному Гелл-Манном и Лоу и другими. Эти примеры доказывают, что Гейзенберг, как теоретик, при всей своей оригинальности никогда не уединялся в «башне из слоновой кости», всегда сохранял, так сказать, чувство локтя с современностью, прислушивался к веяниям нового времени и весьма живо, хотя и своеобразно, откликался на них. Прибегая к образному сравнению, можно сказать, что он всегда шел своей дорогой, но дорога его всегда проходила через самую гущу толпы.

⁶⁸ Асколи и Гейзенберг, сс. 57.

Но, пожалуй, наиболее ярко его реакция на успехи своих коллег проявилась в той области, к изложению которой мы сейчас переходим.

Уравнение (82), кроме свойства полной Лоренц-инвариантности, обеспечивающего выполнение универсальных законов сохранения (энергии, импульса и момента импульса), обладает также свойством инвариантности относительно преобразования усеченной калибровки

$$\begin{aligned}\psi' &\rightarrow e^{i\alpha} \psi, \\ \bar{\psi}' &\rightarrow \bar{\psi} e^{-i\alpha},\end{aligned}$$

которое обеспечивает закон сохранения электрического заряда. Но универсальные законы сохранения и закон сохранения электрического заряда не исчерпывают всех сохраняющихся свойств элементарных частиц. Отсюда следует, что теория элементарных частиц, основанная на уравнении (82), ни в коем случае не является полной и окончательной. Для улучшения теории необходимо было учесть прежде всего сохранение при реакциях таких свойств, как только что упоминавшийся изобарический спин (короче, изоспин), как барионное и лептонное числа (величины, запрещающие тяжелым и легким элементарным частицам переходить друг в друга) и, наконец, странность — квантовое число, равное разности между удвоенным значением среднего электрического заряда частиц в изобарическом мультиплете и барионным числом. Если считать, что и этим всем сохраняющимся величинам соответствуют группы симметрии, то задачу дальнейшего развития теории следовало видеть в отыскании этих групп и в соответствующей переформулировке исходного уравнения теории.

Сейчас мы увидим, как своеобразно распределились роли при первом, частичном решении данной задачи: первую часть ее в отношении барионного числа и изоспина решили другие исследователи, а когда они это сделали, Гейзенберг, основываясь на их результатах, тотчас же решил вторую часть.

После того, как неодолимо растущий экспериментальный материал сделал обоснованным предположение о нарушении четности (т. е. инвариантности волновых функций относительно перемены знака у пространственных координат) в процессах распада, происходящих с участием нейтрино⁶⁹, явилась потребность математически учесть эту новую закономерность природы. Поскольку функцией, обладающей противоположной четностью по сравнению с четностью функции ψ , является, например, $\gamma_5\psi$, где $\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$, γ_ν — матрица Дирака, цель была бы достигнута, если бы лагранжиан нейтрино был сделан инвариантным

⁶⁹ T. Lee, C. Yang. Question of parity conservation in weak interactions.— PhR, 104, 254—258, 1956.

относительно подстановки $\psi \rightarrow \gamma_5 \psi$. Можно показать, что это возможно только при условии нулевой массы покоя нейтрино, а также нулевого магнитного момента нейтрино и т. п.⁷⁰ Но при таких условиях лагранжиан свободного нейтрино становится инвариантным относительно еще более широких групп преобразований, например, преобразования Тушека⁷¹:

$$\begin{aligned}\psi' &\rightarrow e^{i\alpha\gamma_5}\psi, \\ \bar{\psi}' &\rightarrow \bar{\psi}e^{i\alpha\gamma_5}\end{aligned}$$

(здесь α — произвольный действительный параметр) и преобразования Паули⁷²:

$$\begin{aligned}\psi' &\rightarrow a\psi + b\gamma_5 C^{-1}\bar{\psi}, \\ \bar{\psi}' &\rightarrow a^*\bar{\psi} + b^*\psi C\gamma_5\end{aligned}$$

(здесь a и b — c -числа, удовлетворяющие условию $|a|^2 + |b|^2 = 1$, C — унитарный оператор зарядового сопряжения). Эти два преобразования коммутируют друг с другом и, следовательно, свидетельствуют о существовании каких-то двух независимых друг от друга интегралов движения.

Решающим с интересующей нас сейчас точки зрения явилось открытие Гюрсеем того факта, что, во-первых, группы Тушека и Паули могут быть обобщены на случай заряженных частиц с конечной массой покоя⁷³; и, во-вторых, группа Паули изоморфна группе вращений в символическом трехмерном пространстве и, значит, может быть применена для описания изобарического спина, обладающего, как было известно, именно такими свойствами⁷⁴; а группа Тушека имеет смысл калибровочного преобразования для нуклонов и, значит, соответствующий ей интеграл представляет собой барионное число⁷⁵.

Задача систематики элементарных частиц в рамках теории Гейзенберга формулировалась после этих открытий как задача отыскания уравнения, инвариантного, в дополнение к прежним свойствам, относительно двух названных типов преобразований⁷⁶. Уравнение (82) не обладает такими свойствами; точнее,

⁷⁰ A. Salam. On parity conservation and neutrino mass.— NC, 5, 299—301, 1957.

⁷¹ B. Touschek. Parity conservation and the mass of the neutrino.— NC, 5, 754—755, 1957. The mass of the neutrino and the non-conservation of parity.— *ib.*, 1281—1291.

⁷² W. Pauli. On the conservation of the lepton charge.— NC, 6, 204—215, 1957.

⁷³ F. Gürsey. Relation of charge independence and baryon conservation to Pauli's transformation.— NC, 7, 411—415, 1958.

⁷⁴ Там же.

⁷⁵ Там же.

⁷⁶ W. Heisenberg, W. Pauli. On the isospin group in the theory of elementary particles (стеклографическое издание б. м. и б. г.).

такими свойствами не обладает его второй член. Значит, надо было отбросить этот член, заменить его не только Лоренц- и не только калибровочно-, но и Паули-, и Тушек-инвариантным членом.

Если остановиться на наиболее простом члене, как это сделали Гейзенберг и Паули⁷⁷, уравнение, обладающее всеми перечисленными свойствами, определится вполне однозначно, именно примет вид:

$$\sum \gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} \pm i \sum \gamma_\nu \gamma_5 \psi (\bar{\psi} \gamma_\nu \gamma_5 \psi) = 0. \quad (85)$$

Анализ данного уравнения подтвердил правильность сделанного выбора: теоретически учтенными оказались не только электрический заряд, но и барионный заряд и изобарический спин. Соответственно, элементарные частицы, согласно теории и в согласии с экспериментом, распались на следующие семь семейств (чертой сверху отмечены античастицы)⁷⁸:

фотон: γ

лептоны: e^+ , e^- , ν , $\bar{\nu}$

мюоны: μ^+ , μ^-

пионы: π^+ , π^0 , π^-

K-мезоны: K^+ , K^- , K^0 , \bar{K}^0

нуклоны: p , \bar{p} , n , \bar{n}

гипероны: Λ^0 , Σ^+ , Σ^0 , Σ^- ; Ξ^0 , Ξ^- .

Важность полученного результата трудно переоценить. Это была первая в истории физики классификация элементарных частиц; основанная исключительно на теоретических соображениях, причем таких общих, как требования симметрии. Все предыдущие классификации в главной или значительной своей части носили эмпирический характер. Более или менее органически оказывалось возможным учесть только отдельные свойства частиц, например свойство комбинированной инверсии в рамках нелокальной теории⁷⁹ или свойство странности в рамках билкальной теории⁸⁰. В данном же случае теория давала из себя все наиболее важные свойства частиц: спин, изобарический спин, барионное число, а также, по крайней мере в качественном согласии с опытом, массу некоторых частиц⁸¹. Впервые, таким образом, вся совокупность элементарных частиц и, значит, весь

⁷⁷ См. сс. 76.

⁷⁸ Там же, стр. 13.

⁷⁹ P. Sen. Non-local theory of elementary particles.— NC, 8, 407—416, 1958.

⁸⁰ E. Minardi. Mass selection rules in the bilocal theory.— NC, 7, 898—900, 1958.

⁸¹ H. Dürr, W. Heisenberg, H. Mitter, S. Schlieder, K. Yamazaki. Zur Theorie der Elementarteilchen.— ZN, 14a, 441—485, 1959. Перевод: НКТП, стр. 351—459.

материальный мир забрезжили перед взором ученого как некое грандиозное здание, построенное по определенному плану, и приобрело черты реальности убеждение, что «в основе кажущегося столь сложного мира лежат элементарные частицы и поля сил простой и ясной математической структуры. Все те связи, которые мы в различных областях физики обычно называем законами природы, могут быть выведены из одной этой структуры»⁸².

Если попытаться подыскать историческую аналогию, то достигнутый успех в деле систематизации элементарных частиц можно будет в какой-то мере сравнить с успехом квантовой механики в объяснении периодической системы химических элементов. Правда, систематизация элементарных частиц в нелинейной спинорной теории еще не обладает той полнотой, какая свойственна систематизации химических элементов в квантовой механике, но ведь и уровень эмпирических знаний в области элементарных частиц в настоящее время существенно ниже того уровня в области химических элементов, который предшествовал теоретическому обоснованию периодической таблицы Менделеева. В настоящее время элементарные частицы представляются нам еще в значительной степени «неорганизованными». Мы даже не знаем, составляют ли известные нам элементарные частицы главную часть будущей «менделеевой таблицы» элементарных частиц или в этой таблице они окажутся редкими, беспорядочно разбросанными и, может быть, даже несущественными элементами. До сих пор в области систематизации элементарных частиц происходит только предварительная работа: одно свойство элементарных частиц пытаются поставить в зависимость от другого, например спин в зависимость от массы⁸³, из частиц с повторяющимися свойствами пытаются составить разного рода триады, квартеты и т. п.⁸⁴ Аналогом такой работы в истории химии была деятельность предшественников Менделеева. Мы можем, следовательно, сказать, что в смысле эмпирической классификации современная физика элементарных частиц еще во многом уступает физике химических элементов в 20-е годы текущего века, когда под эмпирическую классификацию химических элементов была подведена теоретическая база. Не удивительно поэтому, что и уровень теоретической классификации в области элементарных частиц пока ниже, чем в области химических элементов.

Итак, теория элементарных частиц, основанная на уравне-

⁸² W. Heisenberg. Die Plancksche Entdeckung und die philosophischen Grundfragen der Atomlehre.— Nw, 45, 227—234, 1958.— S. 233. Перевод: ВФ, 11, 61—69, 1958.

⁸³ Б. Кедров. О классификации «элементарных» частиц по массе.— Сборник «Философские вопросы современной физики». М., 1952, стр. 489—521.

⁸⁴ См., например, М. Гелл-Манн, А. Розенфельд, Д. Чу. Сильно взаимодействующие частицы.— ФН, 83, 695—727, 1954.

нии (85), должна быть отнесена к разряду наиболее крупных научных достижений, сделанных когда-либо в этой области физики. Когда она появилась, современники с полным основанием могли сказать о ней. «Перед нами во всей видимости вырисовываются контуры на сегодняшний день наиболее правдоподобной, довольно грандиозной объединяющей теории»⁸⁵.

Важно понимать, что отмеченный успех нового варианта теории Гейзенберга был достигнут на основе тех же принципов, которые были выявлены нами в начале знакомства с этим циклом работ Гейзенберга. Родство нового варианта теории с первоначальным вариантом хорошо видно уже из уравнения (85), которое имеет ту же структуру, что и уравнение (82). Оно проявляется также в том, что в новом варианте теории сохраняются и квантование методом конфигурационных пространств, и решение интегро-дифференциальных уравнений методом Тамма, и вычисление масс элементарных частиц методом Челлена. Наконец, по-прежнему в теории важную роль играет разделение гильбертова пространства на две части, $H-I$ и $H-II$, т. е., другими словами, по-прежнему в гильбертово пространство вводится индефинитная метрика, причем значение ее в новом варианте теории даже увеличивается⁸⁶.

Частным выражением принципиальной важности индефинитной метрики в теории Гейзенберга является необходимость прибегать здесь для получения непротиворечивых физических результатов к помощи так называемых призрачных диполей, т. е. состояний, принадлежащих одновременно обоим подпространствам пространства Гильберта, но соответствующих одному и тому же собственному значению энергии частицы. Правда, вероятностная интерпретация теорий с индефинитной метрикой может быть сохранена и без помощи призрачных диполей, путем придания собственным значениям оператора энергии комплексных значений, причем это достижимо как в простейших случаях, типа мезон-нуклонного рассеяния⁸⁷; так и в более сложных случаях, типа множественного рассеяния мезонов⁸⁸, однако для физической интерпретации теоретических результатов одной возможности определить вероятности рассеяния еще недостаточно — надо чтобы имели смысл вероятности результатов измерения, относящиеся к достаточно большим пространственно-временным объемам⁸⁹. В нелинейной теории с ее призрачными диполями

⁸⁵ Д. Ивановичко. Развитие физики элементарных частиц.— ВФ, 5, 87, 1958.

⁸⁶ Гейзенберг и Паули, сс. 76, стр. 5.

⁸⁷ R. Ascoli, E. Minardi. On the unitarity of the S-matrix in quantum fields theories with indefinite metric.— NC, 8, 951—953, 1958. W. Pauli. The indefinite metric with complex roots.— Ann. 127—128.

⁸⁸ W. Heisenberg (цит. по Асколи—Минарди, сс. 89, стр. 253).

⁸⁹ R. Ascoli, E. Minardi. On quantum theories with indefinite metric.— NPh, 9, 242—254, 1958, p. 254.

это условие выполняется; можно ли его выполнить и в линейных теориях с помощью комплексных значений энергии — еще вопрос⁹⁰. Все это давало право считать нелинейные теории, в частности теорию, основанную на уравнении (85), наиболее вероятной сферой непротиворечивого применения индефинитной метрики⁹¹.

Наконец, в новом варианте обсуждаемой теории еще отчетливее, чем прежде, проявился тот факт, что пространственно-временное описание в малом не может быть интерпретировано на языке привычных представлений, например в терминах вероятности. Было высказано мнение, что вероятностная интерпретация событий, когда речь идет о малых масштабах, является в некотором роде дополнительной к пространственно-временному описанию, т. е. допустимо только что-то одно: или пространственно-временное описание без вероятностной интерпретации, или вероятностная интерпретация без пространственно-временного описания⁹². Важно подчеркнуть, что этот новый принцип неопределенности обусловлен присутствием в теории элементарной длины⁹³.

Неполнота систематики элементарных частиц, осуществленной на базе уравнения (85), состоит, в частности, в том, что по-прежнему открытым остается вопрос о критерии самой элементарности частиц. А между тем ясно, что решение этого вопроса имеет первостепенное значение для систематики элементарных частиц, ибо от него зависит, собственно, для каких и скольких частиц надо строить систему: нужно ли, в частности, ограничиться только наиболее распространенными частицами, рассматривая редкие частицы своего рода «трансуранами», или, наоборот, с самого начала надо включать в систему все известные частицы; имеет ли для систематизации какое-нибудь значение степень стабильности частиц или любая частица, каким бы ничтожным ни было время ее жизни, например, все резонансы должны включаться в систему; следует ли ограничиться учетом только тех частиц, которые в настоящее время носят титул «элементарных», или система должна охватывать и атомные ядра, и атомы, и молекулы?

Перечисленные вопросы и по сию пору еще далеки от своего разрешения. Даже последний из них, представляющийся на первый взгляд наиболее простым, в действительности совершенно неясен. В самом деле, чем в настоящее время мы можем оправдать проведение демаркационной линии между элементарными

⁹⁰ R. Ascoli, E. Minardi. Lee model with complex energy eigenvalues. — NC, 14, 1254—1265, 1959.

⁹¹ Ср. K. Nagy. Indefinite metric in quantum field theory. — NC, Supp., — 17, 129, 1960.

⁹² Гейзенберг и Паули, сс. 76, стр. 16.

⁹³ H. Dügg. Heisenbergs Theorie der Elementarteilchen. — Werner Heisenberg und die Physik unserer Zeit. Braunschweig, 1961, S. 305.

частицами и сложными системами? Ничем, кроме соображений удобства описания! Только в силу этих соображений, например, мезон считается элементарной частицей, а атом кислорода — сложной системой⁹⁴. Есть много фактов, которые заставляют предполагать гораздо более тесную связь между элементарными частицами и сложными системами, чем в настоящее время принято думать. Так, по плотности вещества, по геометрическому размеру, по величине спина и т. д. нуклоны ничем не отличаются от ядер, не говоря уже о том, что протон одновременно является и ядром и элементарной частицей. С другой стороны, элементарная частица нейтрон, будучи по существу ядром, обнаруживает общие свойства с нейтральными атомами и молекулами. Одним словом, по-видимому, не напрасно Гейзенберг в своей висбаденской программе (см. пункт 2 на стр. 269) предусматривал возможность единой классификации и элементарных частиц и сложных систем.

Создавшаяся ситуация, когда теория объясняет один ряд фактов и не объясняет другой, является вполне типичной для процесса познания и доказывает обычно, что исследование находится на правильном пути, хотя цели еще не достигнуто. В рассматриваемом случае целью является полное объяснение элементарных частиц. Принимая во внимание многочисленность элементарных частиц и разнообразие их свойств, приходится признать, что цель эта трудно достижима. Задача еще более осложняется тем обстоятельством, что половинчатое решение данной проблемы, кроме того, что оно не принесло бы нам удовлетворения, судя по всему, вообще невозможно в силу перекрестной взаимосвязи частиц друг с другом. Исследователь элементарных частиц находится как бы в положении Синдбада-морехода, которому волшебник разрешает унести из пещеры драгоценности, но только — сразу все. Прием, к которому прибегают ученые в подобных случаях, уже достаточно ясно вырисовывался из проведенного рассмотрения: это прием постепенного приближения к цели, приближения по кругам. Вначале теорией охватываются наиболее общие закономерности, «крупный план». Затем круги сжимаются — учитываются более мелкие закономерности, «детали»⁹⁵. Уравнения (82) и (85) с этой точки зрения суть две большие вехи на этом пути.

Эффективность описанного приема, этой, так сказать, уловки, с помощью которой ученые хотят обмануть волшебника, стоящего на страже тайн природы, во многом, очевидно, зависит от того, насколько правильно произведена рекогносцировка проблемы, т. е. выделено главное, определены этапы, исключено несущественное. Правильность же рекогносцировки обусловлена

⁹⁴ Гейзенберг, сс. 65.

⁹⁵ Ср. W. Heisenberg. Doubts and hopes in quantum-electrodynamics.— Ph, 19, 897—908, 1953.

прежде всего наличным состоянием эксперимента. История науки показывает, что очень часто переориентация научных взглядов, а вместе с ней и правильное понимание проблем происходит под влиянием новых экспериментальных открытий. Пока не сделано нужное открытие, все попытки штурмовать проблему оказываются тщетными. В других случаях, как показывает та же история науки, успех работы определяется новой мыслью, высказанной при том же самом положении эксперимента. Как откровение, такая мысль заставляет видеть старые вещи в новом свете и сравнительно легко находить решение там, где прежде его искали долго и напрасно. Удачная мысль в этом отношении вполне идентична важному открытию. Процесс познания они двигают наряду друг с другом, в одной «упряжке». Когда сделано решающее открытие или высказана решающая мысль, свет истинного знания быстро, как огонь по бикфордову шнуру, распространяется от одного предмета к другому, освещая разные области науки. Соответственно с этим, в истории человеческого знания можно различать периоды напряженного затишья и периоды бурного извержения.

Ни всеозаряющие открытия, ни всеосвещающие прозрения не подлежат сознательному планированию; их поэтому можно только учитывать, но основываться на них нельзя. В частности, мы совершенно не в состоянии сказать, объясняется нерешенная часть проблемы элементарных частиц отсутствием какого-то факта или отсутствием какой-то идеи. Единственно прочной базой для дальнейших атак на проблему является в таких случаях уже решенная часть проблемы, развивая и уточняя которую мы вправе рассчитывать совершить еще один шаг в том же направлении, по которому идем. У науки нет иного тыла, кроме тыла ее собственных достижений. Поэтому ее новые успехи обеспечены лишь постольку, поскольку правильно выбрано направление развития. Возможность на каждом данном этапе пути делать достигнутое плацдармом для новых достижений и есть условие и одновременно самый верный признак научного прогресса.

Уравнение (85) является венцом нелинейной теории Гейзенберга на обсуждаемом этапе развития. Как заметил сам Гейзенберг, «оно, выражаясь осторожно, по крайней мере на первый взгляд выглядит таким образом, как будто выражает все известные свойства элементарных частиц и является истинным уравнением материи»⁹⁶. Значит, дальнейшее наступление на проблему элементарных частиц следовало вести, отправляясь именно от этого уравнения.

Как уже отмечалось, уравнение (85) позволило получить массы некоторых элементарных частиц. Как и в первоначальном

⁹⁶ Сс. 82, стр. 233.

варианте теории, полученные значения масс казались правильным отождествить с экспериментальными значениями масс нуклонов и пионов. Для массы нуклонов вместо формулы (84) получилось

$$M = \frac{6,39}{\sqrt{l}}, \quad (86)$$

где коэффициент l определяется тем же выражением (83), что и раньше. Таким образом, отличие нового варианта теории от прежнего в отношении масс состоит только в совершенно незначительном изменении величины параметра ρ ⁹⁷.

Эти результаты для масс были получены при расчетах с двухточечными τ -функциями, т. е. при условии $N=2$ (см. стр. 261). Далее, очевидно, важно было выяснить, что нового дает применение более сложных функций. Сделать это отнюдь не легко, так как с каждым новым аргументом τ -функции быстро нарастают математические трудности. Тем не менее в течение ближайшего же года было выполнено несколько таких расчетов.

Расчет с трехточечной функцией типа $\tau(xy/z)$ был произведен путем разложения этой функции по одночастичным функциям. Дело свелось к решению уравнения пятой степени, положительные корни которого могли быть истолкованы как собственные значения оператора массы. В процессе решения выяснилась следующая интересная закономерность: результат для массы нуклона, близкий к (86), получается только в случае положительного знака в уравнении (85), в случае же отрицательного знака теория дает два разных значения массы нуклонов, причем лежат они по разные стороны от значения (86)⁹⁸.

Расчет с четырехточечной функцией своей громоздкостью доказал, что практически исследователь достигает здесь предела человеческих возможностей. Достаточно сказать, что в процессе вычислений появляется сумма из 768 членов. Получающиеся выражения из-за их сложности не могут получить разумного истолкования. Не помогла в этом отношении и попытка установить соответствие данного приближения с основным, двухчастичным приближением. Из интересных результатов можно отметить только следующий: в теории появляются два независимых спектра масс, каждый из которых является функцией шести произвольных параметров⁹⁹.

Вычислительные трудности значительно понижаются, если рассчитывать не вакуумные значения масс, а разности соседних собственных значений. Хотя допустимость подобного приема не-

⁹⁷ Дюрр, Гейзенберг, Миттер, Шлидер, Ямазакн, сс. 81.

⁹⁸ K. Just, I. Hartmann, H. Ossowski. Genäherte 3-Punkt-Funktionen in der Heisenbergschen Theorie.—ZPh, 158, 39—43, 1960.

⁹⁹ E. Montaldi. On the structure of the four point functions in Heisenberg's non linear spinor theory.—NPh, 23, 439—451, 1961.

ясна, интересно отметить, что он позволяет получить не только отдельные массы, но целый спектр масс:

$$m_n = m_1 \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{\frac{3}{2k^2 + 1}}$$

Если, как принято в теории Гейзенберга, за основную массу принимать массу нуклона, данная формула ничего замечательного собой не представляет¹⁰⁰, напротив, когда основной частицей считается μ -мезон¹⁰¹, мы получаем следующую заслуживающую внимания таблицу:

Таблица 3

n	m_n	Отожествляемая частица	Экспериментальное значение массы
1	207	μ -мезон	207
8	968	K -мезон	966
23	1855	протон	1836
31	2200	Λ -гиперон	2181
35	2360	Σ -гиперон	2327
39	2515	Ξ -гиперон	2538

Разумеется, окончательное суждение о достоинствах той теории, которая привела к этой таблице, можно будет сделать не раньше, как после выяснения в рамках той же теории вопроса о стабильности частиц и доказательства, что значениям n , не показанным в таблице, соответствуют частицы крайне нестабильные¹⁰².

Перечисленные расчеты масс производились в предположении нулевого значения массы призрачного диполя. Иначе говоря, спектральная функция массы в представлении Челлена предполагалась при этих расчетах в виде

$$\rho(\zeta) = \delta(\zeta - \mu^2) + x_1 \delta(\zeta) - x_2 \delta'(\zeta).$$

Анализ общих свойств спектрального представления в двухточечном приближении показал, что такое ограничение является, по-видимому, единственно правильным, так как в случае ненулевой массы призрачного диполя нарушаются требования микропричинности и положительности полной энергии. Кроме того, только при указанном ограничении спектральное представление Челлена удовлетворяет нелинейному дифференциальному урав-

¹⁰⁰ Н. Kaiser. Untersuchungen zur neuen Tamm — Dancoff-Methode. — APh, 6, 131—149, 1960.

¹⁰¹ К. Wohlhab (цит. по сс. 100, стр. 148).

¹⁰² Кайзер, сс. 100.

нению примерно той же структуры, что и уравнение (85)¹⁰³. Тем не менее казалось целесообразным в процессе непосредственного расчета выяснить, не вносит ли каких-либо изменений в теоретические результаты отказ от указанного ограничения.

Расчет был произведен. Его результат: обобщение теории на произвольную массу дипольного призрака не дает ничего нового. Как выяснилось, и в этом случае реальное значение массы нуклона может быть получено только при условии, что масса дипольного призрака по меньшей мере на порядок меньше массы стабильных частиц, причем при допустимых ненулевых значениях массы дипольного призрака масса нуклона получается почти той же, как в формуле (86)¹⁰⁴.

Подводя итог перечисленным работам, мы можем сказать, что теория элементарных частиц, в основе которой лежит уравнение (85), судя по всему, позволяет получить массы частиц, близкие к экспериментальным значениям масс нуклонов и пионов, но на пути к этим результатам встречается так много трудностей и приходится делать так много разных оговорок, что проблему масс двух данных сортов частиц в рамках данной теории еще нельзя считать решенной¹⁰⁵.

Прежде чем переходить к изложению других событий, связанных с изучением уравнения (85), остановимся на одной своеобразной черте обсуждаемого цикла работ.

Для нашего времени характерным является такое положение, когда новое направление в теоретической физике быстро и активно поддерживается другими учеными, причем иногда с такой решительностью, что сам инициатор нового направления оказывается затерянным в толпе своих более энергичных коллег. В два последних десятилетия нечто подобное произошло, например, с работой Ли по ренормируемой модели теории поля, с работой Ли и Янга по несохранению четности и с работой Редже по аналитическому продолжению матрицы рассеяния в область комплексных значений момента импульса. С работами Гейзенберга по нелинейной спинорной теории элементарных частиц не случилось ничего подобного: с начала и до конца развитие этого направления исследований было делом исключительно одного Гейзенберга и его сотрудников, постоянных, работающих в Институте имени Макса Планка в Геттингене, и временных, посещавших этот институт в порядке научных командировок. Никто из других ведущих физиков, за исключением Паули, весьма на короткий срок включившегося в работу, участия в этой серии

¹⁰³ H. Mitter. Zur Zweipunktfunktion in nichtlinearen Spinortheorien.— ZN, 15a, 753—758, 1960.

¹⁰⁴ Arif-Uz-Zaman. Zur Berechnung der Masse des Fermions in einer nichtlinearen Spinortheorie.— ZN, 16a, 225—227, 1961.

¹⁰⁵ Cp. W. Heisenberg. Die Entwicklung der einheitlichen Feldtheorie der Elementarteilchen, § 5.— Nw, 50, 3—7, 1963.

исследований не принимал. Ситуация, как видим, для нашего времени действительно необычная.

Для отношения современников к работам Гейзенберга по нелинейной теории характерен, например, следующий эпизод: обзорный доклад Гейзенберга по этим работам, сделанный на Пизанском конгрессе в 1955 г., прошел почти незамеченным¹⁰⁶, а между тем, как мы знаем, к этому времени уже были получены те результаты, которые позволили Гейзенбергу сформулировать его висбаденскую программу. Равнодушие сохранялось и в последующие годы. Высыкалось мнение, что после проведения в рамках теории систематики частиц положение изменилось: «перелом наступил зимой 1957/58 г., когда Гейзенбергу и временно присоединившемуся к нему Паули удалось включить в теорию группу изотопического спина и таким образом продвинуться на пути объединенного описания частиц <...>. Это явилось одним из наиболее заметных успехов нелинейной теории, привлечших к ней общее внимание»¹⁰⁷. Надо, однако, признать, что если такой перелом и произошел, то он не выразился в творческой активности значительной группы ученых: по-прежнему разработка нелинейной спиновой теории оставалась делом узкого круга лиц, группировавшихся вокруг Гейзенберга. В частности, не внесли заметного вклада в эту теорию и советские теоретики, несмотря на выход в русском переводе весьма полного сборника работ Гейзенберга.

Теоретическая изолированность Гейзенберга объясняет, как мне кажется, один неожиданный уклон обсуждаемого цикла работ — повышенное внимание Гейзенберга к модели Ли, с которой мы встречались в § 5.2. К анализу модели Ли в связи со своей нелинейной моделью Гейзенберг обращался неоднократно и каждый раз проводил его с большой обстоятельностью. Это не может не казаться странным, так как модель Ли — частный пример линейной теории, на первый взгляд вообще не имеющий непосредственного отношения к обсуждаемой нелинейной теории. Правда, при более близком знакомстве с моделью Ли, как показал Гейзенберг, между нею и нелинейной моделью обнаруживается ряд точек соприкосновения. Таково, например, некоторое сходство между прозрачными состояниями модели Ли и состояниями подпространства $H-II$ в модели Гейзенберга¹⁰⁸. В ряде случаев обращение к модели Ли оказывало прямое влияние на развитие модели Гейзенберга. Например, именно в связи с моделью Ли было установлено наличие в модели Гейзенберга состояний с индефинитной метрикой¹⁰⁹; обсуждение

¹⁰⁶ Д. Иваненко. Вступительная статья.— НКТП, стр. 5.

¹⁰⁷ Там же, стр. 5 и 19.

¹⁰⁸ Сс. 54.

¹⁰⁹ Там же.

модели Ли способствовало лучшему пониманию математической структуры модели Гейзенберга¹¹⁰ и т. д. И все-таки то большое место, которое заняла модель Ли в работах Гейзенберга по нелинейной теории, едва ли можно понять, не привлекая на помощь отмеченную изолированность Гейзенберга, именно не объясняя его желанием Гейзенберга сохранить идейный контакт между своей теорией и наиболее обсуждаемыми теориями казенной теоретической физики, желанием, так сказать, заполнить пропасть, которая образовалась из-за этой изолированности.

Сделанный вывод подтверждается тем акцентом, который красной нитью проходит через все эти работы Гейзенберга — мыслью о преимуществах нелинейной модели над линейной моделью. Уже в первой работе, выполненной с привлечением модели Ли, со всей силой подчеркнута, что нефизические состояния, существующие в нелинейной модели, не приводят здесь к тем трудностям, к которым они приводят в модели Ли. Дело в том, что нефизические состояния нелинейной модели, имея дипольный характер, не влияют на экспериментально контролируемые результаты теории, и потому в теории не появляются отрицательных вероятностей, неунитарности S -матрицы и т. п. В этом — существенное отличие модели Гейзенберга от модели Ли¹¹¹. Неучет этого обстоятельства способен привести к выводу о внутренней несостоятельности модели Гейзенберга¹¹².

Еще яснее та же тенденция выражена в другой большой работе Гейзенберга, специально посвященной сравнительному анализу двух моделей и выполненной в процессе переписки с Паули (переписки через океан!). Здесь Гейзенберг рассмотрел вариант модели Ли, в котором возможны только переходы

$$V \rightleftharpoons N + \theta,$$

т. е., например, распад протона на нейтрон и мезон и рекомбинация нейтрона и мезона в протон. В этих случаях (в этом «секторе») сумма протонов и нейтронов и сумма протонов и мезонов остаются неизменными в продолжение всего процесса. Эти две величины и были приняты Гейзенбергом в качестве констант движения в модели Ли, так как при таком выборе констант математическая структура модели Ли после перенормировки во многом оказалась аналогична математической структуре нелинейной модели, что позволило произвести сравнение моделей.

¹¹⁰ W. Heisenberg. Lee model and quantisation of non linear field equations.— NPh, 4, 532—563, 1957. Перевод: НКТП, стр. 175—220

¹¹¹ Гейзенберг, со. 54. См. также W. Heisenberg. Hilbert space II and the «ghost» states of Pauli and Källén.— NC, Supp., 4, 743—747, 1956.

¹¹² H. Kita. Remarks on Heisenberg's non-linear field theory.— PTP, 15, 83—85, 1956.

Сравнение, как показал Гейзенберг, во всех пунктах говорило в пользу нелинейной модели. Например, исходная система уравнений в нелинейной модели проще, чем в модели Ли; допустимость обобщения выбранного сектора на случай n -мезонов и одного нейтрона или $n-1$ мезонов и одного протона в модели Ли еще не доказана, тогда как в нелинейной теории существования соответствующих дискретных состояний представляется вполне вероятным; в нелинейной модели S -матрица унитарна в строгом смысле, именно в смысле равенства $\sum_i |S_{ik}|^2 = 1$, а в моде-

дели Ли имеет место лишь равенство $S^*S=1$, которого, вообще говоря, недостаточно для физической интерпретации результатов; наконец, в модели Ли как нерелятивистской теории, в отличие от нелинейной модели, неприменим критерий микропричинности, выражаемый равенством нулю коммутаторов для пространственноподобных расстояний и, значит, неясно, выполняется ли в ней принцип причинности¹¹³.

Для более полного сравнения модели Ли и нелинейной модели надо было произвести расчет той и другой одним и тем же способом, т. е. фактически надо было рассчитать модель Ли в пространстве Гильберта методом Тамма. Гейзенберг произвел такой расчет, предварительно ренормировав модель Ли для случая дипольных признаков. Выяснилось, что модель Ли может быть рассчитана точно, ибо она значительно проще нелинейной модели: если последняя соответствует ангармоническому осциллятору и содержит возможность одновременного рождения нескольких частиц, то первая соответствует гармоническому осциллятору и содержит возможность рождения только одной частицы. В силу этого различия результаты расчета модели Ли, строго говоря, не могли служить основой для суждения о степени приближения, даваемого новым методом квантования в нелинейной модели, хотя в общем они подтвердили правильность тех результатов, которые были получены применением нового метода к ангармоническому осциллятору¹¹⁴ (см. стр. 262).

Как видим, модель Ли служила Гейзенбергу своего рода оселком, на котором он испытывал достоинства и свойства своей теории. Если признать модель Ли типичным представителем казенной теории поля, т. е. линейной ренормируемой теории, то можно будет сказать, что Гейзенберг сравнивал на ней свою нелинейную теорию с общепринятой линейной. Это как раз то дело, которое с успехом могли бы выполнить другие теоретики, если бы они подхватили идеи Гейзенберга. Выполняя эту работу, Гейзенберг, таким образом, ликвидировал тот разрыв, который

¹¹³ Гейзенберг, сс. 110.

¹¹⁴ W. Heisenberg. Application of the Tamm — Dancoff-method to the Lee-model. — NPh, 5, 195—201, 1958.

образовался между ним и другими ведущими физиками по причине равнодушия последних к его идеям.

Ставя вопрос о причинах идейной изолированности Гейзенберга, мы должны прежде всего отметить, что, конечно, не каждая новая идея и не каждое новое направление развития может и должно привлекать внимание широкой научной общественности.

С этой, абстрактной, стороны к современникам Гейзенберга нельзя, следовательно, предъявить никаких претензий. Но мы вправе далее спросить, насколько правильной была позиция пренебрежения к данному конкретному новому течению, к данной теории Гейзенберга? Разумеется, наш ответ на этот вопрос прозвучал бы однозначно только в случаях, если бы теория Гейзенберга или явно оказалась негодной, или, наоборот, если бы она решила проблему элементарных частиц. При существующем в действительности положении вещей, когда нет ни того, ни другого, а есть только более или менее зримые успехи теории, ответ по необходимости должен быть неопределенным. Возможно, что современники были правы, не подарив своим вниманием работ Гейзенберга; но не исключено и то, что они роковым образом в данном случае ошиблись. Будущее, конечно, произнесет над ними приговор. Пока же можно только подчеркнуть, что первая достаточно полная систематика элементарных частиц, как уже говорилось выше, была дана в рамках теории Гейзенберга и, следовательно, это уже исторический факт, что современники Гейзенберга к первой систематике частиц никакого отношения не имеют.

Выбор направления работы составляет, несомненно, весьма важный момент научной деятельности ученого. От того, насколько удачно выбрана тема, во многом зависит успех ее разработки (см., например, I, стр. 124). Конечно, чтобы не ошибиться, надо было бы идти сразу по всем дорогам, но так как это невозможно, приходится рисковать — выбирать какую-то одну. Среди большого числа различных факторов, определяющих этот выбор, важное место занимает интуиция ученого. Поскольку, однако, это сложное чувство еще совершенно не изучено и к тому же не у всех развито достаточно сильно, ориентироваться только по нему было бы и опасно и непрактично. Нет ли каких-нибудь других ориентиров, которыми можно было бы пользоваться при выборе научной темы для работы? Нельзя ли попытаться внести в этот вопрос ясность, основываясь на каких-нибудь объективных, от воли и интуиции людей независимых закономерностях и, таким путем, может быть, объяснить саму интуицию? Среди закономерностей последнего рода внимание не могут не привлечь прежде всего исторические закономерности. Убежденность в существовании исторических закономерностей, способных служить указанной цели, в свою очередь основывается

пока только на интуиции, но коль скоро подобная убежденность существует, она должна быть воплощена в дело. Но как?

Выяснению последнего вопроса, по-видимому, способствовало бы установление некоторых общих принципов развития науки, установление в истории науки некоторых общих тенденций, которые можно было бы определить как тенденции раскрытия истины. Тогда каждое данное направление в науке можно было бы характеризовать его отношением к этим тенденциям и таким образом судить о степени его истинности. Если бы, например, удалось установить, что истинной тенденцией обсуждаемого ранга является переход естествознания от концепции непрерывности к концепции дискретности, то все современные теории, так или иначе тяготеющие к пространственно-временному атомизму, пришлось бы признать прогрессивными и перспективными, а все теории, третирующие его, наоборот, обреченными в лучшем случае на эпизодические успехи. Чем полнее новая теория выражает идеи данной концепции, тем, согласно сделанному предположению, она ближе к истине, тем более у нее шансов на тотальный успех, и наоборот, чем дальше теория от духа концепции дискретности, тем беднее ее будущее.

Нелинейная теория Гейзенберга реализует некоторые идеи концепции дискретности — и в этом, по предположению, ее сила; но она, судя по всему, реализует далеко не все нужные идеи и не так, как нужно — и в этом, по предположению, ее слабость. Степень истинности теории Гейзенберга определяется, следовательно, степенью близости ее к концепции дискретности и, значит, степенью правоты тех, кто не счел возможным поддержать ее, определяется степенью удаленности ее от этой концепции. Поскольку в данном случае интуиция Гейзенберга пришла в противоречие с интуицией большинства других физиков, приходится считать, что Гейзенберг лучше чувствовал эту близость, а большинство лучше чувствовало эту удаленность. Подобное раздвоение между гениальной личностью и коллективом — в порядке вещей. Часто коллектив не видит того, что видит гений, но, с другой стороны, коллективный гений видит то, чего не видит отдельный ум. Каждый из них по-своему и пристален и прав, но когда-то и в чем-то один превалирует над другим — и в этом смысле он более прогрессивен. Кто же был более прогрессивен в данном случае — Гейзенберг или коллектив?

В связи с этим новым вопросом, относящимся к еще совершенно неизученной области взаимоотношений личности и коллектива в области познания, интересно проследить за взаимоотношениями в процессе обсуждения нелинейной спинорной теории между Гейзенбергом и Паули, которого, по-видимому, можно считать типичным представителем коллектива, противостоявшего в данном вопросе Гейзенбергу.

В отношении Гейзенберга, так же как в отношении некото-

рых других корифеев современной теоретической физики, Паули всегда занимал позицию плодотворного критика¹¹⁵. Эту же позицию, как кажется, он занял и по вопросу о нелинейной спинорной теории элементарных частиц. Во всяком случае, с критикой теории Гейзенберга Паули выступал уже на Пизанском конгрессе в 1955 г.¹¹⁶, на Берлинской конференции в апреле 1958 г. и, наконец, за полгода до своей смерти, на Женевской конференции в июле того же года. Упомянутое выше сотрудничество Паули с Гейзенбергом также, судя по всему, носило характер скорее критики, чем конструктивной работы. Между прочим их совместная статья, известная в виде рукописи, так и не была опубликована в журнале.

Особенно яркую форму дискуссия между Паули и Гейзенбергом приняла в Женеве. Эта дискуссия, в которой приняли участие и некоторые другие ведущие теоретики современности, представляет интерес не только по существу обсуждавшихся вопросов (в этом отношении она является неотъемлемой составной частью излагаемой истории), но и по форме. Поэтому я приведу выдержки из нее, по возможности держась ближе к стенограмме.

Нелинейная теория Гейзенберга на Женевской конференции обсуждалась секцией фундаментальных теоретических идей. Председательствовал на заседании Паули. Докладчиками выступали Юкава и сам Гейзенберг. Прежде чем предоставить им слово, Паули произнес вступительную речь. И уже этой краткой речью он вполне ясно определил свое отношение к теории Гейзенберга. Обращаясь к присутствующим, он сказал:

Наша секция называется «Фундаментальные идеи» в теории поля, но вы вскоре поймете или уже поняли, что никаких фундаментальных идей нет. То, что вы услышите, это — подобия фундаментальных идей, вроде того, как я являюсь подобием докладчика. Вы увидите также, что существует два рода незнания: строгое незнание и более грубое незнание. Вы, наконец, услышите, что некоторые докладчики хотели бы взять новый аванс у будущего. Я лично не очень склонен давать такие авансы, но здесь каждый волен поступать по-своему. Итак, послушайте, о чем же идет речь¹¹⁷.

Своей вступительной речью Паули недвусмысленно дал понять, что, во-первых, он не считает, будто теория Гейзенберга основывается на каких-то глубоких идеях, и во-вторых, вообще

¹¹⁵ См., например, C. Weizsäcker. Wolfgang Pauli.— ZN, 14a, 439, 1959; W. Heisenberg. Wolfgang Paulis philosophische Auffassungen.— Nw, 46, 661, 1959.

¹¹⁶ См. Кита, сс. 112.

¹¹⁷ W. Pauli.— Ann, p. 116.

не видит в настоящее время таких идей — в противном случае он, надо думать, не подменил бы словесными каламбурами программную речь председателя, а сказал бы примерно следующее: «В настоящее время нет ясной программы действий. Предлагаемые решения в лучшем случае несут в себе лишь фрагменты фундаментальных идей, а не сами эти идеи. Поскольку, однако, другого пути нет, ничего лучшего не остается, как со всем вниманием прислушиваться к этому отдаленному шепоту будущей теории. В нелинейной модели Гейзенберга наибольшего внимания с этой стороны заслуживает то-то и то-то». Если бы Паули раскрыл эти «то-то», его вступительную речь мы могли бы цитировать не только с целью показать, в какой форме разговаривают современные теоретики.

В своем докладе Гейзенберг сообщил некоторые уже известные нам результаты, полученные из анализа уравнения (85). Как только он кончил, выступил Паули. Он сказал:

Я счастлив, что в течение последнего месяца вновь имел случай обсудить со многими коллегами проблему элементарных частиц в связи с теорией групп и квантованием поля. Но логическая связь между уравнениями поля и перестановочными соотношениями еще недостаточно выяснена как строгими, так и более грубыми интуитивными методами. Поэтому надежных способов для расчета масс элементарных частиц еще не существует. Что касается последних работ Гейзенберга с сотрудниками по спинорной модели, то после многочисленных дискуссий я пришел к выводу, что они вызывают математические возражения¹¹⁸.

Для иллюстрации этого своего мнения Паули разобрал вопрос с перестановочными соотношениями в обычной теории и в теории Гейзенберга. Как известно, в обычной теории поля антикоммутаторы типа $\{\psi^*(x), \psi(y)\}$ равны нулю при $x \neq y$ и равны бесконечности при $x=y$. Последнее условие обуславливает расходимость теории. В модели Гейзенберга такого условия нет. Здесь вместо δ -функций в перестановочные соотношения входят тригонометрические функции и, значит, в пределе при $x \rightarrow y$ получается не бесконечный рост функции, а ее бесконечное осциллирование. Паули выразил сомнение в возможности последовательного проведения такой замены функций, если же тригонометрическую функцию усреднить, т. е. обратить в нуль, то антикоммутаторы окажутся равными нулю не только для разных, но и для одной и той же точки, что, по мнению Паули, неизбежно приводит, в рамках теории Гейзенберга, к внутренним противоречиям. Например, поскольку равными нулю в каждый данный момент становятся также антикоммутаторы для функ-

¹¹⁸ См. сс. 117, стр. 122.

ций и для их временных производных, теряет смысл дифференциальное уравнение (85), лежащее в основе этой теории. В данной связи Паули между прочим подчеркнул, что указанное противоречие, как ему кажется, отсутствует в модели Ли, так как там вместо дифференциального уравнения выступает интегральное¹¹⁹.

В ответном слове Гейзенберг категорически отрицал какую бы то ни было значимость за возражениями Паули. В частности, заявил он, различие, которое провел Паули между дифференциальным и интегральными уравнениями, основывается целиком на недоразумении и вызвано недоучетом со стороны Паули одной важной аксиомы, согласно которой волновых операторов, определенных на произвольно малом интервале времени Δt , достаточно для построения из вакуума полного пространства Гильберта; устремляя же Δt к нулю, мы приходим к дифференциальному уравнению во временных координатах. Таким образом, предположение об антикоммутировании $\psi^*(x)$ и $\psi(x')$ всюду на гиперповерхности $t=t'$ совместимо с существованием уравнения (85)¹²⁰.

Ответ Гейзенберга в свою очередь не удовлетворил Паули. Между ними произошел следующий знаменательный диалог, одну реплику в котором подал также Чу.

Паули: Вероятно, неверно, что операторы, заданные на поверхности одинакового времени, определяют все гильбертово пространство. Вы должны учитывать, что волновая функция является ненаблюдаемой величиной.

Гейзенберг: Это не имеет никакого значения. Она принадлежит гильбертовому пространству — и этого достаточно. Я мог бы воспользоваться для определения пространства Гильберта любым оператором, но мне нужно только предполагать, что операторов пространства, определенных на некотором конечном временном интервале, достаточно для построения полного пространства. Я думаю также, что это предположение полностью справедливо и в модели Ли.

Чу: Я не понимаю.

Гейзенберг: О, конечно! Существует кажущееся противоречие, так как в модели Ли ренормированное волновое уравнение принимает вид интегрального уравнения в пространстве координат. Тем не менее возможно, на основании упомянутой аксиомы, перевести его в дифференциальное уравнение, которое, по-видимому, будет включать интегрирование по локальным координатам.

Паули: Я не думаю, что мы достигнем согласия по этому вопросу. Есть много других спорных мест в работе Гейзенберга.

К вопросам, поднятым Паули, Гейзенберг вернулся тотчас же после конференции и в письменном виде подробно попытался обосновать правильность той позиции, которую защищал устно¹²¹. Несколько позже он вновь подверг ту же проблему еще более обстоятельному анализу, в процессе которого между прочим показал, что интегральное уравнение в ренормирован-

¹¹⁹ W. Pauli.— Апп, р. 122.

¹²⁰ Там же, стр. 124.

¹²¹ Там же, стр. 123.

ной модели Ли с его пределами интегрирования от $-\infty$ до t действительно может быть преобразовано в дифференциально-интегральное уравнение с временными интегралами типа $\int_{t+\Delta t}$

и, следовательно, эквивалентно дифференциальному уравнению¹²². В итоге этих работ стало окончательно ясно, что внутренних противоречий, существование которых подозревал Паули, в математическом аппарате теории Гейзенберга в действительности нет и, значит, путь для непротиворечивого развития этой теории можно было считать открытым¹²³. К сожалению, Паули уже не мог определить своего отношения к этому выводу, так как к тому времени его уже не было среди живых. В дальнейшем удалось пойти еще далее в установлении параллелизма между дифференциальной и интегральной формами теории, например доказать, что при наличии в уравнениях модели Ли интегралов указанного типа исчезновение антикоммутаторов для равных времен совместимо с гамильтоновой формой этой теории¹²⁴.

После этой исторической справки вновь вернемся к заседанию Женевской конференции, посвященному обсуждению теории Гейзенберга, и проследим за дальнейшим ходом дискуссии.

После обмена мнениями по некоторым, не представляющим для нас в настоящее время интереса, вопросам Венцель спросил Гейзенберга, как обстоит дело с идеей вырожденного вакуума¹²⁴.

Представление о вырождении вакуума было введено Гейзенбергом с целью учесть странность элементарных частиц. Представление носило сугубо предварительный характер и было едва намечено Гейзенбергом.

У наиболее распространенных элементарных частиц, странность, как известно, равна нулю; лишь у частиц, встречающихся очень редко, она равна единице, а странностью, равной 2, обладает и вовсе всего лишь один род чрезвычайно редких частиц (отсюда, между прочим, следует, что было бы правильнее называть эти частицы не «странными», а «редкими», и, соответственно, обсуждаемое квантовое число,— не «странностью», а «редкостью», что, кстати сказать, и делают немцы). Столь резкое различие между обычными и странными частицами, как можно думать, и было той причиной, которая побудила Гейзенберга интерпретировать странные частицы как продукты вырождения вакуума.

¹²² Сс. 81, гл. 7. См. также сс. 114.

¹²³ Ср. Д. Иваненко, сс. 106, стр. 37. См., однако, С. Hirsch. Sur certaines difficultés des théories spinorielles non-linéaires.— NPh, 59, 353—363, 1964.

¹²⁴ K. Sekine. Canonical and non-canonical method of quantisation in the Lee model.— NPh, 23, 245—268, 1961. См. также его же. On the quantization of Heisenberg's nonlinear theory.— Cahiers de physique, 16, 261—269, 1962.

¹²⁵ Сс. 117, стр. 125.

Соответственно с этим намерением, он удвоил число векторов состояния, введя новый род сопряжения. Увеличилось и число квантовых чисел. По аналогии с угловым импульсом микросистем, который состоит из двух частей, орбитальной и спиновой, было предположено, что электрический заряд в нелинейной теории определяется не компонентой I_3 вектора, соответствующего преобразованию Паули, а величиной

$$Q = I_3 + \frac{I_Q}{2},$$

и что барионное число определяется не числом I_N , соответствующим преобразованию Тушека, а величиной

$$N = I_N + \frac{I_N}{2},$$

где I_Q и I_N — новые квантовые числа, способные принимать произвольные положительные и отрицательные значения, причем такие, что разность

$$s = I_Q - I_N$$

представляет собой странность, принимающую только значения 0, ± 1 и 2. Квантовые числа I_Q и I_N , по предположению, соответствуют некоторым группам преобразований, которые, в свою очередь, связаны с удвоением вакуума¹²⁶.

Эти соображения, как сказано, не составляли законченной части теории, а были лишь наметками, способными, по мнению Гейзенберга, в дальнейшем получить развитие. Тем интереснее и тем важнее для историка та дискуссия, которую вызвал вопрос Венцеля и которая, кажется, неожиданно для самого Гейзенберга приобрела необычно острый характер, а также все последующие работы, посвященные объяснению странности с помощью вырождения.

Вот стенограмма этой дискуссии. В ней, кроме Гейзенберга и Венцеля, приняли участие Паули и Гелл-Манн.

Гейзенберг: Я думаю, вопрос об удвоении вакуума является более техническим, чем принципиальным. Например, когда имеются решения для лептонов и для барионов, разделить их можно двумя способами: или сказать, что оператор ψ является суммой двух операторов, из которых один относится к изменению барионного числа, а другой — к изменению лептонного числа; или ввести два рода вакуумов для матричных элементов между некоторым состоянием и вакуумом, так что вместо удвоения операторов мы удвоим вакуум. Следовательно, преобразовывать можно не только операторы, но и вакуум. Если нужно рассчитать значение вакуумного ожидания для произведения не двух, а $2l$ ψ -функций, эта величина будет изображаться уже матрицей с 2^l строками и столбцами. Но может быть я выражу свою мысль более ясно таким образом. Когда Дирак ввел спин в старую теорию атома, его аргументация состояла в следующем. В старой теории мы имеем импульс и коор-

¹²⁶ Сс. 76. См. также сс. 81.

динату, p и q , и с учетом Лоренц-инвариантности получаем уравнение второго порядка; теперь же, вместо того чтобы брать квадратный корень, введем новую степень свободы, приписав ее волновым функциям, которые имеют смысл векторов гильбертова пространства. Таким путем Дирак ввел удвоение состояний в гильбертовом пространстве, т. е. мы имеем теперь не только вектор состояния, функцию ψ , но функции ψ_1 и ψ_2 и тем самым имеем удвоение состояний. Точно так же и в нашем случае можно начать с лагранжиана, в котором нет ничего, что указывало бы на удвоение, но когда мы будем искать коммутатор, соответствующий этому лагранжиану, может оказаться необходимым брать квадратный корень (например, для массы в уравнении Клейна — Гордона) и, следовательно, можно будет произвести удвоение в вакууме или в векторах состояния.

В е н ц е л ь: Это — частичный ответ на мой вопрос, но давайте держаться ближе к фактам. Мы имеем квантовое число, которое называется странностью. Достаточно ли мультиплетности, содержащейся в нашем формализме, для получения всех квантовых чисел, в которых мы сегодня нуждаемся? Конечно, вы можете ввести дополнительно σ и Σ , и беря разные степени двух, получать то, что вам нужно. Но является ли это естественным приемом?

Г е й з е н б е р г: Я думаю, для этих квантовых чисел — вы имеете в виду квантовые числа, обозначенные в препринте через I_Q и I_N , — характерно то, что они определяются только циклической группой. Для объяснения этих квантовых чисел не нужно ни пространственной группы, ни вращения в пространстве. Представляется естественным, что в гильбертовом пространстве должны быть введены лишь циклические группы. Как подчеркнул Дюрр, циклические группы могут быть отнесены к вакууму, тогда как пространственные вращения не могут «...» Кажется естественным связать этот результат с другим эмпирическим фактом, с существованием новых групп, и считать их циклическими группами. Таким образом, я думаю, не будет неестественным сказать, что две циклические группы, принадлежащие числам I_Q и I_N , могут быть выражены удвоением вакуума или векторов состояния.

П а у л и: Я полностью не согласен с ответом Гейзенберга. Я думаю, это не только не естественно, но и математически не допустимо. Вы не можете использовать мультиплетность вакуума для получения странности, так как тогда заряд двух протонов не будет равняться двум, когда заряд одного протона равен единице. Этот вопрос уже обсуждался в апреле, и я удивляюсь, что вы снова все это повторяете.

Г е й з е н б е р г: Конечно, я снова полностью не согласен с тем, что говорит Паули, так как не вижу ни малейшей причины, которая бы мешала брать от вакуума столько зарядов, сколько имеется протонов. Это то же самое, что и в теории Дирака. Дирак вводил удвоение для каждого нового электрона, и для десяти электронов он получил десять спинов.

П а у л и: Дело в том, что аддитивность зарядов отлична от аддитивности других операторов. Поэтому ответ снова полностью неправильный. Аддитивность зарядов отлична от аддитивного поведения других операторов, подобных спину, изотопическому спину и массе. В этом все дело. Число вакуумов не увеличивается, если вы имеете два протона. Мне казалось, это уже было опровергнуто в апреле.

Г е л л - М а н и: Позвольте мне попытаться восстановить обстановку. Я не уверен, понимаю ли я все правильно, но это обнаружится. Как я понимаю, идея состоит примерно в следующем. Вы берете двойной вакуум и оператор, который обычно называете нейтронным оператором. В одном положении он создает нейтрон, в другом — Λ . В результате вы получаете два состояния — состояние нейтрона и состояние Λ . Я думаю, трудность состоит в том, что, когда вы возьмете два нейтронных оператора, два вакуума дадут вам только двойное число состояний, хотя вы нуждаетесь теперь в четырех состояниях, именно в состояниях нейтрон-нейтрон, нейтрон- Λ , Λ -нейтрон и Λ - Λ . Таким образом, если вы хотите описать N частиц, вам нужно 2^N вакуумов, т. е. число вакуумов должно изменяться с изменением числа описываемых частиц. Я полагаю,

это осуществимо, но прием кажется сложным и очень напоминает введение новых полей.

Гейзенберг: Я полностью согласен с тем, что сказал сейчас Гелл-Манн. В то же время я предлагаю отнести обсуждение этого вопроса на полгода, и тогда мы узнаем больше, чем сейчас.

Паули: Ну, я думаю, это излишне. Я думаю, через полгода ответ будет таким же, каким дал его сейчас Гелл-Манн.

В изложенной дискуссии можно выделить два рода возражений против способа введения Гейзенбергом новых квантовых чисел — возражение Венцеля, поддержанное Гелл-Манном и состоящее в указании на искусственность примененной Гейзенбергом процедуры, и возражение Паули, состоящее в указании на математическую недопустимость данной процедуры из-за своеобразия аддитивных свойств заряда. Эти два возражения имели существенно разные последствия.

Тщательное изучение вопроса показало, что математических препятствий на пути к удвоению зарядовых состояний в действительности не существует, если операцию производить определенным образом, и допустимым является не только удвоение, но любая степень вырождения¹²⁷. Тем самым возражение Паули было снято. Поскольку, однако, математическая допустимость операции еще не означает ее физической целесообразности, возражение Венцеля продолжало сохранять свою силу. На преодоление его Гейзенбергу и его группе пришлось затратить уже много труда, но и до сих пор вопрос остается еще не полностью решенным.

Легкость и быстрота преодоления трудности, указанной Паули, обусловлены, конечно, прежде всего ее чисто негативным характером. Паули усомнился в допустимости некоторой процедуры. Возможно, она действительно была недопустимой в той форме, которую имел в виду Паули. Но при несколько ином подходе к задаче процедура оказалась допустимой. Это довольно частое явление в истории науки. Научный поиск, собственно, в том и состоит, чтобы преодолевать встречающиеся на пути препятствия, меняя направления подхода, формы выражения и т. п. Поэтому тот исследователь, который строит свою позицию на сомнении в преодолении очередного препятствия, ставит себя в чрезвычайно рискованное положение. Мы вынуждены признать, что Паули в отношении рассматриваемой теории Гейзенберга поставил себя именно в такое положение. Чем объяснить эту несколько странную позицию Паули? По-видимому, она объясняется сложным комплексом чувств и убеждений. Прежде мы уже имели случай отмечать элемент пессимизма в характере Паули. Добавим теперь, что принцип запрета, открытый Паули, как нельзя лучше соответствует этой черте характера. С другой стороны, он мог еще более обострить эту

¹²⁷ Дюрр и др., сс. 81, стр. 459.

черту: с течением времени слова «Паули» и «запрет» стали как бы синонимами и, может быть, не только для других, но и для самого Паули. Однако даже признавая принцип запрета блестящей победой пессимизма, рассчитывать на успех той же тактики и во всех других случаях не было оснований. Как говорил Гёте, «не каждый день у бога праздник».

Возражение Венцеля, напротив, затрагивало самую суть процесса познания. Своим вопросом Венцель и присоединившийся к нему Гелл-Манн как бы говорили: «Хорошо, вы преодолеете все возражения Паули, преодолеете много других возражений, но будет ли это означать, что тем самым вы достигнете желанной цели, т. е. постройте новую физическую теорию?» Ясно, что преодолеть трудность и построить теорию — не одно и то же. Научная теория должна, очевидно, удовлетворять каким-то незыблемым требованиям, которые могут оказаться невыполненными, если даже некоторые трудности будут преодолены. Вопросы такого рода должны, несомненно, решаться только на конкретном материале. В нашем случае они формулируются так: если даже странность элементарных частиц удастся описать с помощью вырождения вакуума, то можно ли будет считать проблему странности решенной? Иначе говоря, является ли такое описание истинным, т. е. плодотворно ли оно? Дает ли оно что-либо нового? Будет ли оно жить?

В науке выживают, как правило, только те построения, которые ценой малого произвола позволяют привести в систему большое количество информации. Напротив, там, где для достижения единичной цели одна гипотеза нагромождается на другую, объяснение оказывается зыбким и недолговечным. Надо признать, что в области новых квантовых чисел Гейзенберг допустил именно такое нагромождение допущений. Как мы видели, он предположил, что: 1) существуют числа Q и N ; 2) существуют числа I_Q и I_N ; 3) эти четыре числа попарно связаны определенным образом с изоспином и барионным числом; 4) числа I_Q и I_N соответствуют непрерывным циклическим группам; 5) разность этих чисел соответствует дискретной группе; 6) эта разность есть странность элементарных частиц.

Всякая последовательность предположений, рассматриваемая с точки зрения научной достоверности, может быть интерпретирована как произведение вероятностей. Поэтому вероятность истинности теории тем меньше, чем длиннее лежащая в ее основе последовательность гипотез. Только обладая исключительной интуицией, ученый может не сбиться с пути истины, делая во мраке неизвестности и один шаг, и второй, и третий... Вероятность истинности рассматриваемых построений Гейзенберга, согласно такому подсчету, очень мала. Значит, если они и могли оказаться истинными, то только благодаря незаурядной интуиции Гейзенберга, благодаря его способности глубоко

проникать в будущее развитие науки. Каковы же они в действительности?

К сожалению, в настоящей книге мы уже не сумеем вынести определенное суждение по этому животрепещущему вопросу: лабда нашего повествования уже почти касается берега современности, где историк передает эстафету теоретику, и место исторических методов исследования заступают другие методы. Но именно здесь, где вынести определенное суждение невозможно, оно становится особенно желанным. Если для историка вопрос об истинности того или иного направления развития носит академический характер, то для теоретика он является делом жизни и славы. Как уже отмечалось на стр. 288, надежду на решение подобных вопросов, если не возлагать ее целиком на интуицию ученого, можно связывать только с познанием исторических тенденций науки. В применении к обсуждаемому случаю это означает, что произнести окончательный приговор над построениями Гейзенберга с новыми квантовыми числами приходится предоставить или будущему развитию событий в рамках самой теории Гейзенберга, или будущей научной истории науки.

Если, как сказано, окончательное решение вопроса о перспективности взаимосвязи между странностью элементарных частиц и вырождением вакуума еще не может быть дано, некоторые результаты, достигнутые на пути реализации этой идеи, уже могут быть перечислены. Чтобы лучше уяснить себе их содержание, добавим прежде всего еще несколько общих слов о странности и вырождении к тем, которые были сказаны на стр. 293.

Странность как квантовое число сохраняется в одних реакциях и не сохраняется в других. Если учесть, что законы сохранения в современной физике теоретически интерпретируются с помощью инвариантности уравнений теории относительно тех или иных групп преобразований, то станет ясно, какую неловкую, если не сказать большего, ситуацию создает существование таких квантовых чисел в теории, претендующей на описание всех явлений природы одной единственной системой уравнений: эта система уравнений оказывается как бы одновременно и инвариантной, и неинвариантной относительно некоторой группы преобразований. Другими словами, в теориях подобного рода возникает новая специфическая проблема — проблема не строгих, «ступенчатых» законов сохранения. Можно наметить разные подходы к решению этой проблемы. Гейзенберг, как нам уже известно, принял следующий: исходное уравнение теории остается строго инвариантным относительно всех групп преобразований, но среди решений этого уравнения физический смысл иногда имеют такие решения, которые не обладают некоторым свойством симметрии. Так как существование решений, обладающих всеми свойствами симметрии, является само собой ра-

зумеющимся, подобный подход к проблеме эквивалентен признанию неоднозначности решений, т. е., выражаясь на физическом языке,— вырождения квантовых состояний. Иначе говоря, Гейзенберг предположил, что одному и тому же собственному значению энергии иногда соответствуют две разных собственных функции. Вакуум, обладающий таким свойством, было предложено называть «миром»¹²⁸. Вырождаемость «мира», согласно сказанному, и есть, по предположению, математический эквивалент физической ступенчатости закона сохранения странности.

Важную роль для дальнейшего развития этих идей сыграло обнаружение аналогии между теорией элементарных частиц и теорией сверхпроводимости, сделанное как раз в тот момент, когда теория сверхпроводимости только что пережила в своем развитии бурный подъем, отмеченный проникновением в некоторые новые глубокие физические связи и разработкой некоторых новых весьма тонких методов математического анализа. Исходным для прогресса явилось предположение о том, что сверхпроводимость определяется главным образом взаимодействием электронов с фонами кристаллической решетки, т. е. тем самым взаимодействием, которое в нормальных условиях определяет обычное сопротивление металла. Крупным этапом на пути развития данного предположения была запись гамильтониана, позволившего объяснить некоторые важные свойства сверхпроводников, а окончательная стабилизация теории произошла после того, как удалось разработать строгий метод анализа этого гамильтониана. Существенной чертой нового метода является его универсальность: он в равной мере применим и к явлению сверхпроводимости, и к явлению сверхтекучести, а также, может быть, к явлениям ферромагнетизма, кристаллизации, конденсации и т. д.¹²⁹ Упомянутая аналогия между теорией элементарных частиц и теорией сверхпроводимости состоит в том, что калибровочная инвариантность, энергетическая щель и коллективные возбуждения в теории сверхпроводимости находятся друг с другом в той же логической связи, что и Тушек-инвариантность, масса барионов и промежуточные мезоны в теории элементарных частиц¹³⁰. Благодаря универсальности нового метода, с одной стороны, и подмеченной аналогии, с другой, образовался стимул для дальнейшего развития теории элементарных частиц.

Как выяснилось далее, новая теория сверхпроводимости в предельном случае бесконечно большого числа электронов при-

¹²⁸ См. сс. 76 и 81.

¹²⁹ См., например, Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, Новый метод в теории сверхпроводимости. М., 1958.

¹³⁰ Y. Nambu. Axial vector current conservation in weak interactions.—PhR, Lett., 4, 380—382, 1960.

водит к вырождению основного состояния кристалла, причем по характеру своему это вырождение того же рода, которое было постулировано Гейзенбергом в его теории¹³¹. Таким образом, мысль Гейзенберга о вырождении «мира» получила подтверждение совершенно с неожиданной стороны. Вместе с тем создались предпосылки для работы с бóльшим энтузиазмом, чем прежде, в направлении реализации этой мысли с целью учета свойств странных частиц.

Из опыта известно, что при слабых взаимодействиях одновременно нарушаются и странность, и четность. Это заставляет предполагать наличие тесной связи между двумя данными свойствами. Если сосредоточить внимание сначала на четности, то можно будет заметить, что обычное определение четности как инвариантности уравнений относительно подстановки

$$\psi(r, t) \rightarrow \gamma_4 \psi(-r, t)$$

не коммутирует с преобразованиями Паули и Тушека. Это подает мысль вообще отказаться от четности в ее обычном виде. Но для группы Лоренца без пространственного отражения существует двумерное неприводимое представление и, значит, открывается возможность записать исходное уравнение теории для двухкомпонентной функции. Форму записи подсказывает известный нам факт изоморфности преобразований Паули и Тушека группам, соответственно, вращения в трехмерном пространстве и калибровки первого рода. Придавая преобразованиям вращения и калибровки обычный вид, получим более естественную интерпретацию изобарического спина и барионного числа. В частности, станет ясно, что увеличение числа компонент волновой функции до четырех соответствует введению изоспина. Таким образом, исходное уравнение теории примет вид, при котором учет изоспина виден явно¹³².

На место отброшенной четности в обычном понимании этого свойства Дюрр попытался поставить инвариантность теории относительно изменения знака перед параметром i . Заранее отнюдь не было ясно, что с помощью инверсии такого рода можно получить сохранение величин, имеющих физический смысл. Однако прием оказался успешным и на него можно было смотреть как на аналог введения обычной четности. Расчет масс нуклонов и пионов на основе модифицированной теории подтвердил допустимость произведенных модификаций¹³³.

¹³¹ P. Mittelstaedt. *Über die Entartung des Grundzustandes in der Theorie der Supraleitung.*—Werner Heisenberg und die Physik unserer Zeit, Braunschweig, 1961, S. 195. B. Zumino. *Field theories with a degenerate vacuum.*—*Ibid.*, p. 234. H. Dürr. *Heisenbergs Theorie der Elementarteilchen.*—*Ibid.*, S. 306.

¹³² H. Dürr. *Isospin und Parität in der nichtlinearen Spinortheorie.*—ZN, 16a, 327—345, 1961.

¹³³ Там же.

В рамках измененной указанным образом теории существует возможность для получения двукратного вырождения относительно изоспина и двукратного вырождения относительно четности. Так как изоспин связан со странностью по определению, а четность — в силу указанного выше экспериментального факта, в этом можно усмотреть реальные предпосылки для объяснения странности с помощью вырождения.

В теории сверхпроводимости, а по аналогии — и в теории элементарных частиц проблему вырождения можно анализировать двояко: или сразу же исходя из вырождения основного состояния, представленного двухточечной t -функцией, или отпавляясь от невырожденного основного состояния, представленного четырехточечной t -функцией. В последнем случае для перехода к двухточечным функциям надо вводить промежуточные состояния, которые в теории сверхпроводимости и учитывают эффект исчезновения сопротивления. В теории элементарных частиц, согласно установленной аналогии, им должны соответствовать тяжелые частицы. Именно введение произведения промежуточных состояний и позволяет, не нарушая общую симметрию теории, наделить отдельные сомножители меньшей степенью симметрии и тем самым учесть возможные нарушения законов сохранения изоспина, четности и странности. Например, считая операторы поля и функции состояния инвариантными относительно вращений в символическом трехмерном пространстве и относительно отражений в пространстве только одновременно, а не порознь, как это имеет место в обычной теории, получим четырехкратное вырождение основного состояния «мира» в отношении изоспина и четности, что в свою очередь позволяет учесть странность. Странные частицы оказываются при этом как бы сложными, состоящими из обыкновенных частиц и добавок, взятых из «мира» с тем или иным значениями изоспина и четности¹⁸⁴.

Вычисление масс элементарных частиц в новом варианте теории дало следующие результаты. Масса нуклонов, из-за присутствия в теории промежуточных состояний, несколько снизилась, но не настолько, чтобы изменить какое-либо из прежних заключений: вместо (86) для нее получилось

$$M = \frac{5,88}{\sqrt{t}}$$

Средняя масса пионов также оказалась несколько ниже прежнего значения, но все-таки по-прежнему заметно выше экспериментального значения: $0,19 M$ вместо экспериментального $0,15 M$. Массы странных частиц оказалось возможным рассчитать бо-

¹⁸⁴ H. Dürr, W. Heisenberg. Zur Theorie der «seltsamen» Teilchen.— ZN, 16a, 726—747, 1961.

лее дифференцированно, именно отдельно для всех сортов частиц со странностью ± 1 — для K -мезонов и Λ - и Σ -гиперонов. Выраженные в средних массах нуклонов их теоретические значения вместе с ближайшими экспериментальными значениями образовали следующую таблицу:

Таблица 4

Частица	K	Λ	Σ
Теория	0,44	1,19	1,25
Эксперимент	0,53	1,19	1,26

Кроме указанных значений, теория дала ряд других, которые пока можно считать принадлежащими крайне неустойчивым частицам; зато Ξ -гипероны, обладающие странностью 2, остались неучтенными. Учесть их удалось пока только в рамках предварительной схемы, на основе уравнения Дирака, дополненного членом взаимодействия между нуклоном и «спурионами» — гипотетическими псевдочастицами, образующими, по предположению, вакуум, не занимающими определенного места в пространстве и не обладающими определенным спином, но несущими определенный изоспин¹³⁶.

Приведенные результаты являются в высшей степени обнадеживающими. Особо следует подчеркнуть, что теория не только позволила выделить странные частицы, но и, в количественном согласии с опытом, дала массы трех сортов этих частиц из четырех известных науке. Для всякой другой теории подобный успех мог бы считаться определяющим; в отношении теории Гейзенберга с ее почти сверхчеловеческой претензией приходится быть более сдержанным в окончательных оценках. Вот почему, как уже отмечалось выше, несмотря на известные результаты, полученные на пути объяснения странности с помощью вырождения, проблему странности равно как и ряд других вопросов, касающихся систематизации и описания элементарных частиц в рамках данной теории, все еще приходится считать открытыми. К этому можно добавить, что и сама гипотеза о вырождении вакуума, имеющая фундаментальное значение, по-видимому, не только для проблемы странности, но для теории познания вообще, еще нуждается в апробации¹³⁶.

Отмеченное выше преобразование исходного уравнения теории Гейзенберга и связанное с ним значительное упрощение теории позволили пролить свет также на структуру теории в ее

¹³⁶ H. Dürr, J. Géhéniau. A spurion model of the Ξ -particle.— NC, 28, 132—164, 1963.

¹³⁶ L. Van Hove. Opening adress to discussion.— Problems and Trends in the Theory of Elementary Particles. Geneva, 1963, p. 2 (перевод: УФН, 85, 738, 1965).

высших приближениях и на возможности теории в отношении электродинамики.

Анализ четырехточечной τ -функции на базе уравнения в общем виде, как мы помним, захлебнулся в математических трудностях; результаты повторного анализа, произведенного на базе упрощенного уравнения, причем для двухкомпонентной ψ -функции, оказались значительно компактнее, а их физическая интерпретация — несколько яснее¹³⁷. В частности, стало возможным установить связь с результатами, полученными при вычислениях с двухточечными τ -функциями, спектральное представление для которых определяется формулой Челлена. Критерием достигнутого успеха служил при этом следующий прием. Если на двухточечную τ -функцию вида $\langle O|T\psi(x)\bar{\psi}(y)|O\rangle$ подействовать оператором Дирака $\gamma\frac{\partial}{\partial x_\nu}$, то, как подсказывает уравнение (85), полученное выражение можно будет заменить четырехточечной функцией типа $\tau_0(xy/yy)$. Как видим, самое исходное уравнение теории Гейзенберга производит удвоение числа сомножителей в τ -функции, правда, частного вида. Общая форма четырехточечной функции должна, очевидно, переходить в эту частную форму при разумных допущениях. Именно установление их и оказывается затруднительным в теории, основанной на дифференциальном уравнении (85) в его общем виде¹³⁸. В теории, основанной на уравнении, усеченном указанным способом, оно гораздо проще¹³⁹.

Одним из первых конкретных применений достигнутого прогресса в деле расчета 4-точечных τ -функций явилось подтверждение того, что вакуумные математические ожидания в теории Гейзенберга содержат члены, которые можно интерпретировать как операторы рождения и аннигиляции π -мезонов. Изучение структуры функций типа $\tau_0(xx/yy)$ и $\tau_0(xy/xy)$ показало допустимость подобной надежды, хотя это заключение и не удалось, из-за встретившихся на пути математических трудностей, подкрепить количественным результатом¹⁴⁰. Другое применение состояло в обобщении результатов, полученных для 4-точечных функций, на $2n$ -точечные функции, в частности, при $n=3$ ¹⁴¹.

Электродинамика, как, должно быть, помнит читатель, уже была однажды выведена из нелинейной спинорной теории Гей-

¹³⁷ E. Montaldi. The four — point function for a nonlinear two — component field, and its connections with Heisenberg's theory of elementary particles. — NC, 25, 1167—1182, 1962.

¹³⁸ H. Mitter. (цит. по сс. 137, стр. 1168).

¹³⁹ Монтальди, сс. 137.

¹⁴⁰ E. Montaldi. On the interpretation of the τ -functions in Heisenberg's nonlinear theory of elementary particles. — NC, 25, 1369—1374, 1962.

¹⁴¹ V. Gorini, E. Montaldi. On the theory of the $2n$ -point function for Heisenberg's nonlinear field. — NC, 33, 808—852, 1964.

зенберга (см. стр. 266), но сделано это было на основе первоначального уравнения (82), не обладающего свойствами симметрии в отношении изобарического спина. С переходом к уравнению (85) приходилось решать ту же задачу заново. Решить ее, как уже сказано, помог упрощенный вариант данного уравнения. Результат и на этот раз оказался положительным: как выяснилось, уравнение (85) допускает решения для бозонов с нулевой массой покоя и конечной нормой, обладающие свойствами симметрии, характерными для фотонов, т. е., как можно утверждать на основании этих данных, содержит в себе уравнения Максвелла в качестве частного случая. Важно отметить, что существование фотонных решений теснейшим образом связано с наличием в теории дипольных призраков нулевой массы, которые, в свою очередь, существуют лишь тогда, когда сингулярности функций распространения устранены введением индефинитной метрики в гильбертово пространство. Кроме того, теория позволяет получить различные характеристики элементарных частиц (заряд, гиперзаряд, странность и др.) и установить между ними соотношение, совпадающее с эмпирическим правилом Гелл-Манна — Нишиджимы. В частности, странность обнаруживает себя как инвариант калибровочного преобразования, производимого над спурионами¹⁴². Наконец, удалось наметить путь вычисления постоянной тонкой структуры. Само вычисление этой величины не было произведено и при единственно доступном методе вычисления — методе Тамма — не могло быть произведено достаточно точно, но Гейзенберг выразил уверенность, что порядок ее определяется Лоренц-инвариантной частью исходного уравнения теории и, значит, должен остаться таким же, каким был в прежнем вычислении; дополнительная же, Паули-инвариантная часть уравнения может изменить результат не более, чем раза в два — четыре¹⁴³.

Среди новых и непредвиденных применений теории Гейзенберга следует отметить объяснение с ее помощью резонансных состояний, т. е. возбужденных состояний элементарных частиц, сохраняющихся в течение предельно малых промежутков времени, порядка 10^{-23} сек. Это применение тем более интересно, что основы теории Гейзенберга были заложены до открытия резонансов и, значит, закладывались без учета их существования. Тем не менее, теория оказалась в состоянии учесть эти новые формы элементарных частиц и, по крайней мере, для трех из них предсказала значения масс, нашедшие экспериментальное подтверждение¹⁴⁴.

¹⁴² W. Heisenberg. Electrodynamics in the non-linear spinor theory.— 1962. International Conference on High-Energy Physics at CERN. Proceedings, Genève, 1962, p. 675—680.

¹⁴³ Там же, стр. 682 (ответ на вопрос Челлена).

¹⁴⁴ См. сс. 105, стр. 7, примечание при корректуре.

На этом мы заканчиваем знакомство с гейзенберговой нелинейной теорией единого спинорного поля. В заключение следовало бы подвести какой-нибудь итог, но всякий итог неизбежно создал бы впечатление некоторой завершенности, некоторой законченности или остановки в развитии данного цикла исследований, теория же Гейзенберга ни в коей мере не завершена, и развитие ее еще не прекратилось: неутомимый, приближающийся к своему 65-летию великий теоретик нашей эпохи, окруженный группой учеников, продолжает ее разработку. Кроме того, инспирированные его примером, по параллельным курсам пошли многие другие теоретики, в том или ином отношении изменившие или исходное уравнение теории, или метод его анализа¹⁴⁵; что нового они вносят в цикл — еще неясно. В заключение я позволю себе лишь напомнить еще раз, что эпистемологической основой теории Гейзенберга, судя по многим данным, является концепция дискретного пространства — времени и, значит, все то доброе, что можно сказать по адресу этой теории и частично было сказано выше, в какой-то мере относится и к данной концепции.

* * *

Нелинейная теория единого спинорного поля, история построения которой рассмотрена на предыдущих страницах книги, — не единственная теория, разрабатывавшаяся в последние годы с целью решения проблемы элементарных частиц: § 6.1 раскроет перед нами вторую теорию такого рода — теорию нелокального поля в ее различных вариантах, а § 6.2 подведет нас к третьей теории — к теории полюсов Редже. Кроме того, имеются десятки других теорий, которых мы не касаемся в этой книге. Во всех этих теориях, как и в рассмотренной нами теории Гейзенберга, были получены более или менее удачные результаты, но всюду там, как и здесь, в конце концов приходится признать нерешенность проблемы.

Легко заметить, что нечто совершенно аналогичное мы констатировали в конце предыдущего параграфа в отношении попыток устранить из современной теории поля трудности с рас-

¹⁴⁵ Например, K. L a d á n y i. Über ein Spinormodell in der Quantentheorie nichtlinearer Wellengleichungen.—ZN, 14a, 580—581, 1959; Zur nichtlinearen Spinortheorie der Elementarteilchen.—ZN, 16a, 79—91, 1961. Y. N a m b u, G. J o n a — L a s i n i o. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity.—PhR, 122, 345—358, 1961. R. M a r s h a k, S. O k u b o. Towards a two-field theory of elementary particles.—NC, 19, 1226—1248, 1961. G. W a t a g h i n. On the two-center model and the nonlocal theory of high-energy interactions.—NC, 25, 1383—1388, 1962. A. D a s. On the unification of matter fields.—NC, 27, 1175—1178, 1963. Н. М и ц к е в и ч. Спинорная электродинамика взаимодействующих зарядов.—Доклады Болгарской Академии наук, 17, 543—544, 1964. E. V a n d e r S p u y. Role for a fundamental equation in fundamental theory of matter.—NPh, 58, 353—73, 1964.

ходящимися выражениями. Общность ситуации заставляет предполагать единство причин, и одну из таких причин естественно усмотреть в отсутствие в современной физике достаточно эффективного математического аппарата, адекватного тем явлениям, об описании которых идет речь¹⁴⁶.

Исследователи микромира пользуются в своей работе старым математическим анализом, тем анализом, который в преамбулах к четвертой и пятой главам и особенно в начале § 4.2 мы признали совершенно в этой области непригодным. По-видимому, прежде всего именно непригодностью классического математического анализа в области микромира обусловлена необыкновенная сложность создаваемых здесь с его помощью теорий. Сложность и громоздкость математических выражений современной теоретической физики уже достигли катастрофических размеров и все еще продолжают расти. Сейчас считается обычным делом начать изучение какого-нибудь вопроса с записи гамильтониана, занимающего несколько строк, и получить в процессе преобразования формулы, не уместяющиеся на одной странице журнала. Если в конце такой работы, применив ряд упрощений, автор приходит к выражению, которое может быть решено на электронно-счетной машине, он считает, что получил достаточно компактный результат. Все это, разумеется, сильно затрудняет развитие теории, если не сказать: практически делает его невозможным¹⁴⁷.

Иллюстрацией высказанных замечаний может служить нелинейная теория Гейзенберга. Теория Гейзенберга с внешней стороны — это Монблан сложнейших формул, физический смысл которых далеко не всегда ясен. А ведь нынешняя форма теории Гейзенберга, в лучшем случае, — лишь грубый эскиз будущей точной теории! Сложность математического аппарата теории не позволяет составить представление даже по тем вопросам, на пути к выяснению которых не встречается принципиальных трудностей. Так, точность значений для масс элементарных частиц, рассчитанных в рамках теории Гейзенберга, не может быть оценена из-за практической невозможности произвести вычисления тех же масс в следующем порядке приближения метода Тамма¹⁴⁸. Ясно поэтому, что злободневнейшей проблемой для теории Гейзенберга, так же как и для некоторых других теорий современной физики, является проблема нового математического аппарата.

¹⁴⁶ Cp. H. Lebesgue. *Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives*. P., 1928, p. 293.

¹⁴⁷ Cp. P. Dirac. *The difficulties in quantum electrodynamics*.— Report, p. 13—14.

¹⁴⁸ Дюрр, сс. 131, стр. 310. Cp. K. Yamazaki. *On the «new Tamm — Dancoff» approximation treatment of the superconductivity hamiltonian*.— NPh, 23, 139—143, 1961.

Уже Пифагор не сомневался, что законам материи соответствуют законы чисел. Проблема элементарных частиц по своему характеру есть проблема дискретного множества; следовательно, как можно думать, она нуждается для своего решения в дискретной математике. Современные ученые еще не ставят вопрос так остро. В большинстве своем они продолжают надеяться на дальнейшее продвижение вперед по более классической математике. Можно надеяться, что постепенно сама логика вещей приведет их к более кардинальному решению. Отдельные шаги в этом направлении, как мы видели в § 5.1, уже предпринимаются. В дополнение к сказанному там можно заметить, что аппарат обобщенных функций был применен и в теории Гейзенберга, причем позволил, между прочим, получить следующий результат: коммутационная функция свободна от сингулярностей на световом конусе только при условии индефинитной метрики гильбертова пространства¹⁴⁹. Придя же к более кардинальному решению, они должны будут более властно, чем это может сделать любой отдельный автор, потребовать от своих коллег-математиков если не немедленного создания нового аппарата, то по крайней мере немедленного переключения своих интересов с абстрактных проблем на эту живую и жизненно важную проблему.

Со своей стороны я напому об одном эпизоде из истории математики. Многие математики прошлого работали в чисто абстрактной сфере и создали ряд дисциплин, который, казалось, не имеет никаких аналогов в реальном мире. Таковы теория кватернионов, алгебра матриц, неевклидовы геометрии, метод многомерных пространств и т. п. В XX веке некоторые из этих дисциплин неожиданно нашли применение для решения совершенно реальных физических задач. С тех пор на данный феномен указывают как на пример практической бесполезности даже наиболее отвлеченных математических построений. В этих указаниях нетрудно уловить более или менее скрытое желание морально оправдать занятие чистой математикой, засвидетельствовать, так сказать, что и математики приносят пользу. Но, поскольку есть такое желание, может быть, следовало бы с самого начала работать в математике не автономно, не только из самого себя, но в свете запросов естествознания, и значит создавать новые математические дисциплины не просто с надеждой на то, что когда-нибудь они, может быть, найдут практическое применение, но с сознательным стремлением уже сегодня служить своей работой делу познания природы. Разумеется, было бы грубейшей ошибкой что бы то ни было навязывать математикам, но привлечь их внимание к проблемам физики, воодуше-

¹⁴⁹ K. Sekine. A variational method for non-linear spinor theory.— NPh, 44, 195—204, 1963.

вить их и возбудить их творческий энтузиазм нерешенными проблемами физики — задача не только полезная, но и благородная. Впрочем, когда природа математического творчества будет понята лучше, чем сейчас, реально существующий мир с его закономерными связями может оказаться источником математики не в меньшей мере, чем он является источником физики, и значит все попытки математиков творить только из самих себя придется признать лишь выражением ложно понятой миссии.

Основываясь на приведенных соображениях, можно было бы конкретизировать тот призыв к молодым математикам, которым заканчивается 4-я глава настоящей книги, указав на проблему элементарных частиц и на проблему трудностей теории поля как на весьма вероятные области применения и создания будущей математики дискретного мира.

МЕТОДЫ ФИЗИКИ ДИСКРЕТНОГО МИРА

Если познание природы закономерно, если процесс познания, как все закономерное, складывается из цепочек причин и следствий, то, определив теорию завтрашнего дня как следствие, мы должны будем признать, что уже знаем часть ее причины, именно ту часть, которая обусловлена историей человеческого духа, этой, по словам Ренана, «великой реальности, открытой для человеческого духа». Что касается другой части причин, той, которая обусловлена самой природой вещей; то она неизвестна нам и потому наше знание причин развития науки всегда по необходимости неполно. Но и первая часть причин в значительной степени ускользает от нашего понимания, так как мы еще не знаем достаточно ни законов формирования научных теорий, ни относительной роли в этом процессе субъекта и объекта. Поэтому в настоящее время еще невозможно однозначно выбрать из богатейшего арсенала современной физики те факты, идеи и тенденции, которые составляют зародыш будущей теории. Иначе говоря, мы знаем, что строительный материал для будущей теории уже имеется, но не умеем выбрать его из груды разнообразного имеющегося материала (ср. I, стр. 52 и 98). Если тем не менее попытаться все-таки произвести его выбор, то делать это надо, руководствуясь каким-нибудь наперед заданным, априорным критерием, который бы позволял ориентироваться в обилии имеющегося материала, позволял отбирать одно и проходить мимо другого (ср. стр. 10). В результате должны наметиться линии развития, с которыми мы вправе будем связывать представление об интересующих нас причинно-следственных рядах.

Надо ли говорить, что успех намеченного начинания зависит прежде всего от того, насколько удачно выбран руководящий критерий? Данный критерий— это своего рода мировоззрение, обращенное вперед. Будущее развитие должно подтвердить его или опровергнуть. Обычно философы идут по следам естествоиспытателей, здесь им предоставляется возможность забе-

жать вперед и показать, чего стоят их системы. Разумеется, после такого испытания многие системы будут безвозвратно выброшены на свалку истории, но тем ярче заблещут другие системы, те, которые выдержат испытание. Поэтому следовало бы приветствовать подобную разработку материала современной науки с различных точек зрения с тем, чтобы истории предоставлялось право решить, какая из них ближе к истине. Кроме всего прочего, выполнением такой работы мы заметно продвинулись бы по пути познания законов научного развития.

Я попытался выполнить указанную программу, приняв в качестве априорного критерия концепцию дискретного пространства-времени. Изучение материала современной физики с этой точки зрения открыло в нем две серии работ, которые, как показало более близкое знакомство с ними, являются результатом применения двух методов анализа, т. е., надо думать, двух методов подхода к еще несуществующей физической теории дискретного мира. Эти методы суть

метод операторов координат и
метод S -матрицы Гейзенберга.

История развития их и составляет содержание настоящей главы.

§ 6.1. Операторы координат

Восстановим в памяти картину научного прогресса, набросанную в первой главе. Построение научного здания начинается на основе концепции непрерывности. Но постепенно, шаг за шагом, концепция дискретности отвоевывает свои права. Возникает атомистическая теория вещества. Появляется атомистическая теория электричества. Создается теория квантов действия — квантовая механика и квантовая теория поля. Каждый новый кадр в этом процессе — новое завоевание, переход на новую, более высокую ступень познания природы; в то же время — и это для нас сейчас особенно важно — каждый освещает какую-то закономерность прогресса атомистики. Особенно плодотворен в последнем отношении последний кадр — теория квантов: она не просто вводит в рассмотрение элемент дискретности, но и дает ему адекватное математическое выражение. Это выражение есть, как известно, операторное выражение: величины, обладающие дискретной природой, трактуются в квантовой теории как операторы, а те значения этих величин, которые только и могут реализоваться в действительности, имеют смысл собственных значений этих операторов. В теории операторов мы можем, следовательно, видеть математическую схему дискретного по своей природе мира.

Квантовая механика, первый этап на пути нового математического описания природы, операторный смысл придает только

части физических величин. Так, в координатном представлении операторами являются только скорость, импульс, энергия, момент импульса и т. п., сами же координаты пространства и времени, а также функции от этих координат сохраняют смысл обычных s -чисел. Квантовая теория поля, второй этап на том же пути, идет дальше и трактует как операторы не только динамические переменные, но и функции от координат. Что касается самих координат, то они и здесь остаются s -числами. Естественно поставить вопрос: не следует ли сделать еще шаг по тому же пути, но только в другом направлении, т. е. придать операторный смысл также и координатам?

К идее операторного изображения координат одним из первых пришел Шредингер в 1931 г.¹ Анализируя теорию относительности и квантовую механику с точки зрения их возможного объединения в рамках единой теории, он отметил глубокое различие между методами этих двух наук, состоящее в том, что теории относительности, существенно опирающейся на возможность точной фиксации движущихся систем отсчета, совершенно чужд дух квантовой механики с ее соотношением неопределенностей как принципиально важной чертой метода; а квантовой механике, резко выделяющей среди координат временную координату как параметр, который всегда предполагается точно определенным, совершенно чужд дух теории относительности с ее лоренцовым преобразованием, сущность которого, может быть, в том и заключается, что пространственные и временная координаты входят в него симметричным образом. Имея в виду эти особенности двух важнейших теорий современной физики, Шредингер выдвинул программу: проквантовать теорию относительности и релятивизировать квантовую теорию. Квантование теории относительности, т. е., фактически, преобразованием Лоренца, должно, по мысли Шредингера, заключаться в истолковании координат как операторов. Сколько-нибудь отчетливого указания на возможные способы осуществления этой программы творец волнового уравнения не дал, подчеркнув лишь, что осуществление программы должно привести к особой статистике для времени, подобной статистике пространственных координат.

Отмеченное затруднение Шредингера не случайно; оно характеризует главную трудность проблемы. Сама идея операторного истолкования координат как способа квантования пространства-времени представляется настолько привлекательной, что не нуждается в дополнительных рекомендациях. Вопрос заключается только в том, как произвести это квантование, какие операторы поставить в соответствие координатам, откуда взять для

¹ E. Schrödinger. Spezielle Relativitätstheorie und Quantenmechanik (SPAW, 12, 238—247, 1931); Sur la théorie relativiste de l'électron et l'interprétation de la mécanique quantique (AIP, 2, 269—310, 1932), § VI.

них характеристические уравнения, как толковать решения этих уравнений и т. д. и т. п. В частности, неясно, что вообще должны представлять собою операторы координат: ведь все операторы квантовой механики так или иначе зависят от координат; когда же операторами становятся сами координаты, вопрос об их функциональной зависимости повисает в воздухе. Заранее можно выставить только следующее пожелание: процедура квантования координат, каким бы способом она ни была произведена, должна дать спектр возможных значений с интервалами, для протяженности — ρ , для длительности — τ .

Первая попытка в направлении операторного изображения координат принадлежит Фоку и Иваненко². Стремясь, в соответствии с духом своего времени, интерпретировать физические законы микромира в геометрических понятиях и руководствуясь аналогией с релятивистской квантовой теорией электрона Дирака (подробнее об этом см. стр. 23 и 155), названные авторы постулировали для элемента длины выражение (3). Тем самым элементу длины был придан смысл четырехрядной матрицы, т. е. смысл оператора.

Формула (3), как уже известно нам из § 4.1, послужила основой для нескольких серий работ по геометрии дискретного мира. Некоторые из этих работ представляют интерес и с точки зрения проблемы, рассматриваемой в настоящем параграфе, лишний раз доказывая этим, что геометрия дискретного мира является частью физики. Ниже я, стараясь не повторяться, скажу об упомянутых работах еще несколько слов, в дополнение к тому, что было сказано в § 4.1.

Флинт³ прибег к помощи операторного толкования координат с целью модификации в свете дираковой теории электрона своей пятимерной квантово-метрической теории, основанной первоначально на уравнении второго порядка (см. § 3.3). Усмотрев из формулы (3) возможность толковать матрицы Дирака как орты, он вместо длины вектора A , которая в его теории изменялась при параллельном смещении, ввел в качестве исходной матрицу длины вектора A_v , связав их соотношением

$$A = \sum \alpha_v A^v.$$

По мнению Флинта, матрица длины вектора играет в микромире ту же роль, что длина вектора в макромире. Как легко видеть, квадрат матрицы длины вектора, определенной указан-

² V. Fock, D. Ivanenko. Ober eine mögliche geometrische Deutung der relativistischen Quantentheorie (ZPh, 54, 798—802, 1929); Д. Д. Иваненко. Об одном обобщении геометрии, которое может быть полезно в квантовой механике (ДАН—А, 3, 73—78, 1929).

³ H. Flint, ряд статей: PRS, 150, 421—441, 1935; PPhS, 48, 433—443, 1936; PRS, 159, 45—56, 1937; PPhS, 50, 90—93, 1938.

ным способом, совпадает с квадратом длины вектора. Развивая эти и некоторые другие свойства матрицы A' в применении к теории релятивистского электрона, Флинт вывел несколько новых соотношений, однако ничего заслуживающего внимания получить ему не удалось.

Мимура⁴, инициатор «волновой геометрии», обосновал необходимость рассматривать в рамках этой геометрии матрицы α , в формуле (3) как функции координат. Такое обобщение матриц Дирака потребовало изменения вида уравнения Дирака. Вид нового уравнения нашел Морианага⁵. Он принял для матриц α , наиболее общее выражение из числа совместимых с требованием релятивистской инвариантности и нашел условие инвариантности уравнения $ds\psi=0$ относительно параллельного смещения. Отсюда, как следствие, и получилось искомое обобщение уравнения Дирака. В течение 4—5 последующих лет волновая геометрия Мимуры и Морианаги волновала умы теоретиков тогда еще неизвестной Хиросимы. В процессе всестороннего обсуждения, которому была подвергнута формула (3) и связанные с ней понятия, было получено много интересных результатов: установлен закон гравитации для микрообластей, обобщены уравнения гравитационного поля Эйнштейна, произведен проективный и конформный анализ свойств новой геометрии, получены, как частные случаи этой геометрии, решения Шварцшильда и де Ситтера и т. д. и т. п.⁶ Поскольку, однако, развитие волновой геометрии пошло по линии все более и более широких обобщений, связь с конкретными физическими проблемами была утрачена. Этот уклон, с одной стороны, и явно ощущаемый недостаток в оригинальных физических идеях, с другой, привели к тому, что это громадное предприятие японских физиков и математиков, подобное китайской реке, иссякло раньше, чем достигло цели. Окончательное суждение о целесообразности и историческом значении этого цикла работ, кажется, еще никем из специалистов не было вынесено, но беспристрастный историк, взирая на длинную вереницу журнальных статей с виньетками «Волновая геометрия», покоящихся ныне в архивах библиотек, не может не испытать чувства недоумения и сомнения; он не может не увидеть в этой громадной эпопее примера, подтверждающего тот факт, что чистая математизация в физике бесплодна и что всякое начинание в области научного объяснения природы обнаруживает черты упадка с того самого момента, как математический формализм начинает преобладать над физическим содержанием.

⁴ Y. Mimura. Relativistic quantum mechanics and wave geometry (JSH, 5, 99—106, 1935).

⁵ K. Morinaga. Wave geometry (geometry in microscopic space) (JSH, 5, 151—188, 1935).

⁶ Библиографию первой серии работ см. в JSH, 7, 48, 1937.

Что касается формулы (3), то о ней на основании опыта произведенных исследований можно было сказать, что она или не может служить исходным пунктом для операторного истолкования координат, или нуждается в каких-то дополнительных предположениях. Данное заключение совпадает с заключением, которое мы вынуждены были сделать на стр. 157 на основании опыта работ по дискретной геометрии.

* * *

Более плодотворным оказавшись метод, предложенный в 1947 г. Снайдером⁷.

Снайдер исходил из однородной квадратичной формы.

$$-\eta_0^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 + \zeta^2 = \eta^2, \quad (87)$$

компоненты которой он рассматривал как аргументы искомым операторов координат. Эти последние были взяты им, по аналогии с операторами орбитального углового момента, в следующем виде:

$$\begin{aligned} x &= i\rho \left(\zeta \frac{\partial}{\partial \eta_1} - \eta_1 \frac{\partial}{\partial \zeta} \right), \\ y &= i\rho \left(\zeta \frac{\partial}{\partial \eta_2} - \eta_2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \right), \\ z &= i\rho \left(\zeta \frac{\partial}{\partial \eta_3} - \eta_3 \frac{\partial}{\partial \zeta} \right), \\ t &= \frac{i\rho}{c} \left(\zeta \frac{\partial}{\partial \eta_0} - \eta_0 \frac{\partial}{\partial \zeta} \right). \end{aligned} \quad (88)$$

Здесь ρ — параметр теории, имеющий размерность длины. Определенные таким образом операторы пространственных координат обладают замечательным свойством — дискретным спектром типа

$$x = n\rho,$$

где $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ что и делает эти операторы предметом особого внимания с позиций концепции дискретного пространства.

Убедиться в правильности высказанного утверждения о свойствах операторов пространственных координат из (88) можно, например, таким способом⁸. Запишем характеристическое уравнение для какой-нибудь координаты, например, для координаты x

$$\hat{x}U = xU.$$

⁷ H. Snyder. Quantized space-time (PhR, 71, 38—41, 1947).

⁸ П. Кард. Водородоподобный атом в квантованном пространстве (кандидатская диссертация). Тарту, 1949.

и произведем замену соответствующих переменных в форме (87) по правилу:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= k\rho \sin \psi, \\ \zeta &= k\rho \cos \psi.\end{aligned}$$

В случае эрмитовости оператора координаты это даст уравнение

$$i\rho \frac{\partial U}{\partial \psi} = xU,$$

решение которого

$$U \sim e^{\frac{-ix}{\rho}\psi}$$

однозначно только при условии, что

$$x = n\rho,$$

где n — целое число.

Схема Снайдера позволяет получить дискретные значения и для смещения начала координат, но только в направлении координатных осей. Для этого преобразование операторов надо производить по формуле

$$L' = s^* L s,$$

в которой s и s^* — произвольная однозначная однородная функция нулевой степени от компонент исходной квадратичной формы (87) и ее комплексно сопряженная. Например, полагая

$$s = e^{i \operatorname{arctg} \frac{\eta_1}{\zeta}},$$

получим смещение источника в направлении оси x на величину $m\rho^0$.

В то же время спектр оператора временной координаты в схеме Снайдера непрерывен. Это значит, что данная схема есть теория дискретного пространства и непрерывного времени и, следовательно, с точки зрения концепции дискретного пространства-времени является половинчатой теорией.

Снайдер попытался¹⁰ придать своему варианту операторного истолкования координат форму более или менее разработанной теории, имея намерение развить некоторое обобщение квантовой механики. С этой целью он, наряду с операторами координат (88), определил через компоненты той же квадратичной формы (87) ряд других операторов (импульса, момента импульса и т. п.) и изучил различные перестановочные соотношения между ними. Для некоторых операторов перестановочные соотношения совпали с обычными, для других — получились отличными

⁹ См. сс. 7.

¹⁰ Там же.

от обычных, причем только в тех случаях, которые, как можно было предполагать, имеют отношение к еще нерешенным проблемам физики, вроде проблемы собственной энергии, поляризации вакуума и ядерных сил. Соответственно, изменили свой вид соотношения неопределенностей Гейзенберга: они превратились в соотношения типа

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \left(1 + \frac{p^2}{\hbar^2} \right);$$

и появились новые соотношения неопределенностей, например,

$$\Delta x \Delta y \geq \rho^2$$

и

$$\Delta x \Delta t \geq \frac{\rho^2}{c}.$$

Во всех без исключения случаях формулы новой теории переходят в формулы обычной квантовой механики, когда параметр устремляется к нулю. Все это — несомненные достоинства новой теории. Среди недостатков ее должно упомянуть, прежде всего то, что операторы импульса в этой теории, в отличие от обычной квантовой механики, не являются одновременно операторами смещения; и вообще, формализм новой теории, если только координаты пространства-времени не образуют непрерывного континуума, не инвариантен относительно трансляций.

Схема Снайдера может быть выведена из следующих трех условий¹¹: операторы координат эрмитовы; операторы координат и моментов образуют группу; операторы координат однородны и первого порядка относительно производных по импульсу. Третье условие допускает очевидное обобщение, которое приводит к теории, по отношению к которой вариант Снайдера является частным случаем.

Квадратичную форму (87), лежащую в основе теории Снайдера, можно¹² рассматривать как четырехмерное пространство постоянной кривизны (пространство де Ситтера), соответственно с чем формализм Снайдера приобретает¹³ характер группы движений гиперболы в пятимерном пространстве. Для точек на этой гиперсфере группу линейных преобразований, не меняющих исходную квадратичную форму, можно, при определенных условиях, приближенно выразить произведением группы Лоренца и группы трансляций. Это открывает возможность для записи операторов координат в более общей форме, чем формулы (88). т. е. в форме, инвариантной относительно более широкого клас-

¹¹ В. Авербах, Б. Медведев. К теории квантового пространства-времени (ДАН, 64, 41—44, 1949).

¹² W. Pauli (см. сс. 7, стр. 39, сноска 2).

¹³ S. Yang. On quantized space-time (PhR, 72, 874, 1947).

са преобразований. Другое обобщение из числа упомянутых выше, именно обобщение формул (88) на производные бесконечно высокого порядка, позволяет¹⁴ получить операторы импульса, имеющие смысл операторов смещения; но и в этой, обобщенной форме, так же как в первоначальной, трансляционная инвариантность имеет место только при коммутативности операторов координат, отсутствие которой опять-таки по-прежнему выражает условие дискретности их спектра.

Квадратичную форму (87) можно рассматривать и иначе, именно, как обычную квадратичную форму пятимерия¹⁵. Тогда пятую координату ζ можно будет считать периодической величиной с периодом, равным ρ . Как следствие, оператор $\frac{\partial}{\partial \zeta}$ будет выражаться в виде

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} = \frac{2\pi i}{\rho}.$$

Принимая такое толкование исходной формы, для среднего значения координаты

$$\bar{x}_v = \psi^* x_v \psi$$

с помощью формул (88) найдем:

$$\bar{x}_v = \bar{\eta}_v - \frac{\rho^2}{h} \bar{p}_v, \quad (89)$$

где \bar{p}_v — среднее значение импульса-массы. Последнему равенству можно придать следующий смысл: среднее наблюдаемое значение координаты \bar{x}_v складывается из среднего истинного значения координаты $\bar{\eta}_v$ и неизбежной ошибки измерения, равной $\frac{\rho^2 \bar{p}_v}{h}$. Эта ошибка мала, когда мала скорость частицы, и совершенно исчезает в случае покоящихся частиц. Последнее обстоятельство представляется крайне неудовлетворительным. Желание устранить его подает мысль обобщить¹⁶ равенство (89), воспользовавшись аналогией формул (88) с квантовомеханическими формулами для операторов орбитального момента. Орбитальный момент, как известно, не описывает полностью вращательные свойства частицы — необходимо учитывать еще спиновый момент; соответственно, формулы (88) можно считать недостаточными для описания дискретных свойств пространства и потребовать их обобщения на аналогичный добавок. Вводя его, получим вместо (89)

$$\bar{x}_v = \bar{\eta}_v - \frac{\rho^2}{h} \bar{p}_v + \frac{\rho}{2}. \quad (90)$$

¹⁴ См. сс. II.

¹⁵ H. Flint. The quantization of space and time (PhR, 74, 209—210, 1948).

¹⁶ H. Flint. Coordinate operators in quantum mechanics (N, 163, 131—132, 1949).

Последний член в этом выражении уже не зависит от скорости частицы. Повторяя прежнее толкование, мы скажем: частица может быть локализована лишь в пределах от $\eta - \frac{p}{2}$ до $\eta + \frac{p}{2}$, но не в какой-либо точке внутри этих границ (ср. стр. 91).

Если высказанные соображения верны, исходная квадратичная форма теории Снайдера должна рассматриваться как соотношение между истинными, реально существующими координатами пространства и времени, а формулы (88) с учетом указанного обобщения — как мост между этими первичными координатами и нашими обычными, наблюдаемыми координатами, самостоятельное существование и отличие которых от истинных координат, в силу сказанного, целиком обусловлено принципиальной неточностью наших измерений. Неточность измерений является, следовательно, решающим фактором рассматриваемого варианта операторов координат. Поскольку, далее, операторное истолкование координат неразрывно связано со статистическим описанием координат, сделанный вывод гармонирует с общим представлением о статистике как порождении принципиальной ограниченности наших экспериментальных возможностей. С полным основанием мы можем утверждать, что операторное изображение координат, равно как и статистический смысл их, потеряли бы всякое значение, если бы наши измерения координат могли быть абсолютно точными, или, что то же самое, если бы фундаментальная длина ρ равнялась нулю. С другой стороны, высказанные соображения бросают некоторый свет на сделанное в начале настоящего параграфа замечание о тех подкоординатах, от которых следует предполагать зависящими операторы координат: такими подкоординатами, согласно вышесказанному, оказываются координаты же, но очищенные от налета принципиальной неточности измерений. Наконец, нельзя не отметить весьма прозрачную, в рамках данной интерпретации, связь квадратичной формы (87) с так называемыми скрытыми параметрами.

Среди применений схемы Снайдера к решению конкретных задач можно назвать нерелятивистский расчет водородоподобного атома¹⁷. Анализ этой давно решенной задачи представлял интерес, разумеется, лишь как первое знакомство с новым методом, и на него следовало смотреть, как на введение к более обширному исследованию, главное содержание которого должны составить типично релятивистские проблемы. Расчет привел к обычным формулам для энергии стационарных состояний с поправками, зависящими от ρ . При стандартном значении этого параметра поправочные члены получаются настолько малыми (порядка 10^{-4}), что экспериментальная проверка полученных

¹⁷ См. сс. 8, а также П. Кард. Водородоподобный атом в квантованном пространстве (нерелятивистская теория). — ЖЭТФ, 20, 1144—1145, 1950.

формул еще не могла быть дана. Впрочем, из-за нерелятивистского характера всего расчета она была бы и излишней.

Черты более обширного исследования можно видеть в попытке Снайдера, предпринятой им по горячим следам своей эпохальной работы, перестроить квантовую электродинамику на основе формул (87) и (88). Главная трудность проблемы состояла в отыскании способа истолкования смысла функциональной зависимости от таких странных переменных, каковыми являются некоммутирующие операторы. Снайдер нашел наиболее естественным считать функции координат операторами гильбертова пространства, на которые действуют операторы координат, и предложил заменить частные производные типа $\frac{\partial}{\partial x}$ перестановочными коммутаторами типа $i[p_x, \cdot]$. В результате уравнения Максвелла приобрели операторную форму. Решение их строилось по аналогии с обычным решением: подобно тому как в обычной теории функции поля разлагаются в интегралы Фурье, операторы модифицированного поля Снайдер представил в виде линейной комбинации некоторого оператора A_k , обладающего следующим свойством:

$$A_k \chi(p) = \int \chi(p - k) f(p, k) dk, \quad (91)$$

где χ — произвольный вектор гильбертова пространства, а f — произвольная функция, не зависящая от χ ¹⁸. С выражением (91) можно связывать идею стилитьесова интеграла.

Хотя никаких видимых результатов получить на этом пути не удалось, тот факт, что уравнения поля были записаны в квантованном пространстве-времени релятивистски инвариантным образом, делает рассматриваемую работу Снайдера ценной и интересной. Кроме того, некоторые идеи, высказанные в этой работе, вскоре нашли применение и получили развитие в работах других авторов.

В последующие годы, вплоть до настоящего дня, теория Снайдера не переставала привлекать внимание теоретиков, а среди широкой публики даже стала символом квантования пространства-времени. Однако обсуждению в этот последующий период подвергались исключительно математические, причем чрезвычайно специальные аспекты теории, так что для истории концепции дискретности результаты этих работ не представляют интереса по крайней мере в настоящее время. Для нас важно лишь отметить, что по мере развития теории Снайдера обнаруживались все новые точки соприкосновения ее с другими теориями и приемами, рассматриваемыми в нашей книге. Так, было

¹⁸ H. Snyder. The electromagnetic field in quantized space-time.— PhR, 72, 68—71, 1947.

отмечено¹⁹, что исходное положение теории (87) после преобразования к пространству импульсов приобретает сходство с принципом обратимости, о котором шла речь в § 3.3, серии пятой, и, следовательно, вся теория Снайдера имеет много общего с идеей четырехмерного пространства импульсов постоянной кривизны, о которой упоминалось на стр. 116. Существенно, однако, то, что при таком подходе пространство импульсов оказывается непрерывным, тогда как согласно концепции дискретности оно должно иметь ту же структуру, что и пространство-время; последнее же по-прежнему получается квантованным или только в своей пространственной, или только во временной части, тогда как согласно концепции дискретности квантованными должны быть обе части одновременно.

* * *

Новый и, как впоследствии выяснилось, весьма перспективный подход к проблеме операторного изображения координат намечился из анализа предельной точности, достижимой при измерении напряженностей электрического и магнитного полей. Существование предела такого рода следует из весьма общих соображений. Если пробным телом служит электрон, предел определяется «соотношениями неопределенности» типа²⁰

$$\Delta E_x \Delta x \Delta t \geq \frac{\hbar}{e},$$

$$\Delta H_x \Delta y \Delta t \geq \frac{\hbar c}{e};$$

когда пробное тело массивное, неточности измерения меньше²¹. Первого серьезного успеха на новом пути удалось добиться после того, как эти общие соображения были конкретизированы до следующих двух положений: 1) неточность наших пространственно-временных измерений тем относительно больше, чем меньше измеряемый пространственно-временной объем; 2) все измерения в атомной области сводятся в конце концов к измерению разного рода полей и производятся с помощью различных пробных тел, занимающих определенное положение в пространстве. Предполагая, что ошибка ΔA , допускаемая при измерении

¹⁹ В. Кадышевский. К теории квантованного пространства-времени.— ЖЭТФ, 41, 1885—1894, 1961; О различных параметризациях в теории квантованного пространства-времени.— ДАН, 147, 588—591, 1962. Ю. Гольфанд. Квантовая теория поля в p -пространстве постоянной кривизны.— ЖЭТФ, 43, 256—267, 1962.

²⁰ P. Jordan, V. Fock. Neue Unbestimmtheitseigenschaften des elektromagnetischen Feldes.— ZPh, 66, 206—209, 1930.

²¹ L. Landau, R. Peierls. Erweiterung des Unbestimmtheitsprinzips für die relativistische Quantentheorie.— ZPh, 69, 56—69, 1931.— S. 62—63.

потенциала поля A , достигает величины самого потенциала, когда ошибка в измерении координаты Δr достигает размера измеряемой области R , можно записать «соотношение неопределенностей» такого рода:

$$\Delta r \Delta A \sim RA$$

или, более обще и в форме коммутационного соотношения²²:

$$[x_\mu, A_\nu] = iR_\mu A_\nu, \quad (92)$$

где A_ν — оператор амплитуды поля в разложении Фурье ν -ой компоненты четырехмерного вектора потенциала; R_μ — четырехмерный вектор с размерностью длины.

Последнее соотношение, будучи взятым за основу, заставляет пересмотреть все старые понятия теории поля, в том числе вид уравнений движения, и позволяет, как показал Марков, развить новый формализм теории поля. При этом обнаруживаются следующие закономерности: в теории появляется обрывающий фактор, вид которого зависит от характера истолкования критической величины R как вектора (тем самым устанавливается внутреннее родство рассматриваемого метода с методами регуляризации, о которых говорилось в § 5.2); критическая величина R является функцией длины де-Бройлевой волны частицы, причем обратной функцией, так что можно ввести константу с размерностью длины по формуле

$$\rho = \sqrt{R\lambda} = \text{const}$$

(так, естественным образом, в теории появляется фундаментальная длина); новое истолкование получает и образ электрона: он определяется в рассматриваемой теории как частица, размазанная и по пространству и по времени (это значит, что метод операторов координат в его обсуждаемой форме внутренним образом связан с идеей протяженной частицы, о которой говорилось в § 5.2); взаимодействие такой частицы с полем зависит от величины поля не только в данной точке и в данный момент, но и в соседних точках и в соседние моменты (такое представление об элементарной частице и ее взаимодействии с полем совпадает с тем, которое наметилось в § 3.2 при статистическом истолковании пространства-времени).

Уже один перечень точек соприкосновения нового формализма с различными аспектами концепции дискретного пространства-времени показывает, как хорошо данный вариант операторного истолкования координат соответствует духу этой концепции, как много, следовательно, в нем от ее идей и представлений.

²² М. Марков. О четырехмерном протяженном электроне в релятивистской квантовой области.— ЖЭТФ, 10, 1311—1338, 1940.

Отметим, в дополнение к сказанному, что вычисление в теории Маркова собственной энергии электрона, благодаря наличию в теории формфактора, дает конечный результат, причем для коэффициента в формуле (15) приводит к числам 4, 5 и 10, соответственно, для случаев продольной и поперечной энергий.

Формализм теории Маркова несимметричен относительно знака смещения. Это становится совершенно ясным, если соотношение (92) переписать в такой форме:

$$A_{\nu} x_{\mu} = (x_{\mu} - iR_{\mu}) A_{\nu}.$$

Десять лет спустя после опубликования обсуждаемой работы Марков устранил этот недостаток, а также сделал смещение действительным²³. В результате он получил уравнения, которые, имея решения всюду вне области радиуса ρ , несовместны или имеют только тривиальное решение внутри этой области. Отсюда был сделан вывод, что в основе будущей теории протяженных элементарных частиц, может быть, должна лежать система уравнений, имеющих нетривиальные решения всюду, за исключением конечной области, которую можно было бы отождествить с областью самой частицы²⁴.

Из приведенных фактов можно сделать вывод, что Марков весьма близко подошел к успешной реализации идеи операторного толкования координат и, следовательно, мог, развивая достигнутый успех, надеяться на получение еще более важных результатов, чем перечисленные выше. Однако он по какой-то причине не сделал этого: застолбленный им участок научного творчества в течение восьми лет оставался заброшенным, и богатства его вполне были оценены и разработаны только после того, как на него явился другой «старатель» — Юкава, который в короткий срок построил здесь новую теорию.

Теория нелокального поля Юкавы .

Обращение Юкавы к рассматриваемой проблеме было в значительной степени случайным. Юкава желал «учесть специфику полей по сравнению с частицами» в интересах будущей теории элементарных частиц и с этой целью предположил зависимость потенциалов поля не только от координат, но и от импульсов²⁵. Обобщение было проведено, но к каким-нибудь важным следствиям не привело. Не имело значения также и то, что волновому уравнению электромагнитного поля

$$\square A_{\mu} = 0$$

²³ М. Марков. О нелокализуемых полях — ЖЭТФ, 21, 11—15, 1951.

²⁴ Там же. Ср. R. Finkelstein. The quantization of unitary field theories.— PhR, 74, 1563, 1948.

²⁵ H. Yukawa. On the theory of elementary particles. I.— PTP, 2, 209—215, 1947.

была придана новая, оригинальная форма:

$$[p_\nu [p^\nu, A_\mu]] = 0 \quad (93)$$

(здесь ковариантные и контрвариантные величины совпадают в случае пространственных импульсов и различаются знаком в случае временных). Это были идеи, для развития которых, как стало ясно впоследствии, требовались специальные условия, по природе своей хотя и естественные, но далеко не очевидные.

Толчком и направляющим указанием к созданию необходимых условий послужили для Юкавы, во-первых, операторное истолкование координат, развитое в уже известных нам работах Снайдера, и, во-вторых, симметрия законов природы относительно локально-временного и импульсно-энергетического пространств, отмеченная в работах Борна (о них см. § 3.3). Учитывая эти два новых момента и принимая во внимание свое предположение о зависимости поля как от координат, так и от импульсов, Юкава по аналогии с уравнением (93) записал²⁶ уравнение:

$$[x_\nu [x^\nu, A_\mu]] = 0. \quad (94)$$

Таким путем он получил систему уравнений, которая играла важную роль во всех его дальнейших построениях в данной области.

Уравнения (93) и (94) с полным правом можно считать исходным пунктом рассматриваемой теории Юкавы; успех или неудача этой теории были, следовательно, предопределены прежде всего достоинствами и недостатками этих двух уравнений. В основе их, как уже говорилось, лежат такие свойства, как зависимость потенциалов поля не только от координат, но и от импульсов, операторное истолкование не только импульсов, но и координат, замена частных производных перестановочными соотношениями и принцип обратимости координат и импульсов. Некоторые из перечисленных свойств являются также свойствами теоретических схем Снайдера и Маркова. Это лишний раз доказывает существование глубокого родства между всеми тремя схемами²⁷.

Следующий плодотворный шаг, сделанный Юкавой по пути развития своей теории, состоял²⁸ в переходе от пространственно-

²⁶ H. Yukawa. Reciprocity in generalized field theory.—PTPh, 3, 205—206, 1948.

²⁷ Cp. M. Born. Non-localizable fields and reciprocity.—N, 166, 269—270, 1950.

²⁸ H. Yukawa. Possible types of nonlocalizable fields.—PTPh, 3, 452—453, 1948.

временных координат x_ν к переменным

$$R_\nu = \frac{1}{2} (x'_\nu + x''_\nu),$$

$$r_\nu = x'_\nu - x''_\nu. \quad (95)$$

В этих новых переменных уравнения (93) и (94) выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial^2 U(R_\nu, r_\nu)}{\partial R_\nu \partial R^\nu} = 0, \quad (96)$$

$$r_\nu r^\nu U(R_\nu, r_\nu) = 0, \quad (97)$$

где $U(R_\nu, r_\nu)$ — матрица, зависящая и от операторов пространства-времени и от операторов импульса-энергии.

Переход (95) можно рассматривать или как релятивистски инвариантный способ введения в теорию универсальной длины порядка r_ν , или как способ замены обычного предельного λ -процесса ненулевым λ -процессом, или, наконец, как способ релятивистского обрезания с быстроубывающим множителем²⁹. В любом случае еще яснее, чем ранее, обнаруживается родство обретаемой теории с концепцией дискретного пространства-времени.

Между прочим, начиная именно с этого момента, т. е. совершив переход (95), Юкава начал называть свою теорию «теорией нелокального (или нелокализуемого, нелокализованного) поля».

Уравнения (96) и (97), так же как исходные уравнения (93) и (94), относятся к случаю свободного электромагнитного поля, который по всей вероятности не представляет интереса с точки зрения концепции дискретности, так как идея протяженной частицы не реализуется в нем ни в виде источников поля, ни в виде квантов поля, обладающих ненулевой массой покоя. Случай свободного электромагнитного поля может играть поэтому в данной схеме только роль упрощенного отправного варианта, за рассмотрением которого должно следовать рассмотрение его соответствующих обобщений.

Обобщение исходного формализма на случай мезонных полей (т. е. систем частиц не нулевой массы покоя) вначале³⁰ рисовалось Юкаве в виде перехода, по примеру Снайдера, к пятимерному пространству; но затем, воспользовавшись указанием Пайса, он достиг цели в рамках обычного, четырехмерного мира³¹. Математическая схема обобщенного случая строи-

²⁹ См. сс. 28.

³⁰ Там же.

³¹ H. Yukawa. On the radius of the elementary particle.— PhR, 76, 300—301, 1949.

лась³² по аналогии с предыдущей: релятивистское уравнение второго порядка

$$(\square - k^2)U = 0$$

переписывалось в форме:

$$[\rho_\nu[\rho^\nu, U]] + \mu^2 c^2 U = 0; \quad (98)$$

аналогичное уравнение с участием операторов координат предполагалось в виде:

$$[x_\nu[x^\nu, U]] + \kappa^2 U = 0.$$

Анализ последнего уравнения показал, однако, что параметр κ следует считать мнимой величиной, связанной с параметром ρ , имеющим в теории смысл радиуса элементарной частицы, соотношением

$$\kappa = i\rho,$$

так что, собственно, последнее уравнение имеет вид:

$$[x_\nu[x^\nu, U]] - \rho^2 U = 0. \quad (99)$$

Из-за знака минус это уравнение следует считать скорее обратным по отношению к уравнению (98), чем симметричным ему³³; соответственно, фундаментальная длина в согласии с установленным взглядом (см. § 5.3) и в подтверждение этого взгляда является величиной, обратной массе.

Система (98) и (99) переходит в систему (93) и (94) при $\mu = \rho = 0$, т. е. с исчезновением конечной протяженности частиц исчезает и их масса покоя.

Точно так же по аналогии совершается переход в новых уравнениях к переменным вида (95). В результате вместо (98) и (99) получаем:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial R_\nu \partial R^\nu} - k^2 \right) U(R_\nu, r_\nu) = 0 \quad (100)$$

и

$$(r_\nu r^\nu - \rho^2) U(R_\nu, r_\nu) = 0, \quad (101)$$

соответственно³⁴. Эти два уравнения, как легко видеть, являются обобщениями уравнений (96) и (97).

Если наложить на поле U еще одно условие, ограничивающее область его конечных значений и диктуемое к тому же со-

³² Н. Yukawa. Quantum theory of non-local fields. Part I. Free fields.—PhR, 77, 219—226, 1950.

³³ Там же.

³⁴ Там же.

ображениями релятивистской инвариантности (это дополнительное условие можно записать в форме уравнения

$$r_\nu \frac{\partial}{\partial R_\nu} U(R_\nu, r_\nu) = 0, \quad (102)$$

то новым переменным, как подсказало рассмотрение примера покоящейся частицы, можно придать простой физический смысл: переменной R_ν — смысл обычной пространственно-временной координаты частицы, переменной r_ν — смысл координаты, описывающей внутреннее движение частицы³⁵.

Последний результат является одним из самых интересных в теории Юкавы. «Это как раз то, на что можно надеяться в теории, которая пытается объяснить природу элементарных частиц, т. е. выясняет структуру частиц и описывает их внешнее поведение»³⁶. Важность результата, с точки зрения концепции дискретности, возрастает еще более, если учесть возможность отождествления внутреннего движения частицы со шредингеровым дрожанием ее³⁷.

К сожалению, все эти надежды пришлось оставить, так как против предложенного истолкования величины r_ν были выдвинуты веские возражения.

Во-первых, обратили внимание на далеко идущее сходство рассматриваемой теории нелокального поля с теорией смеси локальных полей, соответствующих квантам различных масс покоя. В последней же тоже имеется величина типа r_ν , но только там она определенно имеет совершенно другой смысл, чем предположено выше, именно характеризует высшие состояния спина³⁸. Отсюда следует, что и в нелокальной теории эта величина, возможно, имеет тот же смысл.

Во-вторых, установили, что уравнения нелокальной теории могут быть сведены к уравнениям локальной теории с помощью канонического преобразования³⁹. Действительно, записав уравнения нелокальной теории (100), (101) и (102) в символической форме

$$\begin{aligned} (K - k^2) U(R, r) &= 0, \\ (L - p^2) U(R, r) &= 0, \\ MU(R, r) &= 0 \end{aligned}$$

³⁵ Юкава, сс. 32.

³⁶ W. McKinley. Search for a fundamental length in microscopic physics.—AJPh, 28, 129—134, 1960.

³⁷ G. Wataghin. Sul campi non locali.—NC, Supp., 12, 103—106, 1954.

³⁸ M. Fiers. Non-local fields.—PhR, 78, 184, 1950; Zusammenhang der nicht-lokalen Felder H. Yukawa's mit solchen, die Teilchen mit dem Spin 1 beschreiben.—NPhA, 23, 412—416, 1950. См. также В. Барашенков. Некоторые замечания к возможным формулировкам теории протяженных частиц.—ЖЭТФ, 28, 579—583, 1955.

³⁹ O. Hara, H. Shimazu. On Yukawa's theory of non-local field.—PTPh, 5, 1055—1056, 1950; 7, 255—262, 1952.

и подвергнув эти уравнения, а также волновые функции каноническому преобразованию

$$T = e^{-i\rho \frac{\partial}{\partial L}},$$

получим систему уравнений

$$(K - k^2) V(K, L, M) = 0,$$

$$L V(K, L, M) = 0,$$

$$M V(K, L, M) = 0,$$

из которых второе типично уже для локальной теории. Значит, нелокальная теория в ее рассматриваемой форме, как можно думать, ничем существенным не отличается от локальной теории, в частности, не учитывает каких-либо принципиально новых эффектов⁴⁰.

После изложенного открытия толкование величины ρ как параметра внутреннего движения частицы окончательно было скомпрометировано. Высказывалось предположение, что появление этой величины вообще ничего общего не имеет с тем, локальна теория или нелокальна, что величины такого рода появляются в теории любого поля, если только оно несводимо пространственным вращением в системе центра масс⁴¹.

Интересно, между прочим, отметить, что проведение канонического преобразования рассмотренного типа с целью исключения из уравнений величины k (а не ρ) не удастся, откуда следует еще одно доказательство того, уже известного нам факта (см. стр. 325), что в теории нелокального поля масса и заряд частицы играют существенно различные роли⁴².

Констатировав далеко идущую эквивалентность теорий нелокального и локального свободных полей, естественно было попытаться установить, дает ли что-нибудь нового учет взаимодействия полей. Надеяться на положительный эффект в этом случае позволяло следующее соображение: в теории нелокальных полей, в отличие от обычной теории, произведение операторов двух данных взаимодействующих полей не равно оператору суммарного поля⁴³. Не исключалось, что именно данное обстоятельство является наиболее тонким моментом, отличающим нелокальные поля от локальных⁴⁴.

Мы почувствуем разочарование, охватившее в свое время сторонников идеи нелокального поля, когда узнаем, что расчет

⁴⁰ См. сс. 39.

⁴¹ Там же.

⁴² Там же, стр. 262.

⁴³ Н. Yukawa. On the difference between local and non-local fields.—PTPh, 6, 133—134, 1951.

⁴⁴ Там же.

собственной энергии квантов двух взаимодействующих полей в локальной и нелокальной теориях дал один и тот же результат⁴⁵. Причина данного совпадения, как выяснилось, заключалась в том, что входившая в коммутационную функцию нелокальной теории δ -функция внутренних координат частицы компенсировала то различие операторов разных теорий, о котором упомянуто выше⁴⁶. Для устранения совпадения требовалось, следовательно, исключить указанную δ -функцию из коммутационных функций. Последнее, вообще говоря, возможно, но требует новых, а главное — искусственных предположений, что, разумеется, не украшает теорию⁴⁷. Таким образом, необходимая оригинальность теории нелокальных взаимодействующих полей могла быть спасена только ценой крайне нежелательных усложнений теории.

Изложенное разочарование в теории Юкавы было связано с трудностью для этой теории учесть желанный эффект. Аналогичное разочарование пришлось пережить и в связи с присутствием в этой теории нежеланного эффекта, именно бесконечных выражений. Бесконечности в теории нелокального поля появляются в высших приближениях. Как в случае оригинальности теории, так и в данном случае расходимости цели удается достичь только путем усложнения теории, в последнем случае — усложнения правил квантования теории⁴⁸. Суть усложнения состоит в усреднении взаимодействия по поверхности трехмерной сферы, играющей роль нелокальной частицы, т. е., формально, во введении релятивистски инвариантного формфактора⁴⁹. Иначе говоря, формализм нелокального поля, чтобы быть корректным, должен быть дополнен формализмом поля с нелокальным взаимодействием⁵⁰. Данная модификация теории, кроме того что она нехороша уже самим фактом нагромождения обобщений, совсем потеряла привлекательность после происшедшего вскоре фиаско идеи нелокального взаимодействия в деле устранения трудностей теории поля (см. стр. 213).

Перечисленные слабости и недостатки теории нелокального поля Юкавы предстали бы в существенно ином свете, если бы удалось успешно применить теорию к решению какой-нибудь важной проблемы. Если бы здесь теория имела успех, если бы с ее помощью удалось продвинуться по пути научного описания природы дальше, чем позволяют другие теории, одни перечис-

⁴⁵ О. Нага, Н. Шимацу. On Yukawa's theory of non-local field. II. The interaction of non-local fields.—PTPh, 8, 385—386, 1952; 9, 137—146, 1953.

⁴⁶ Там же.

⁴⁷ Там же.

⁴⁸ См., например, Д. Уенни. Some remarks on non-local field theory.—PhR, 80, 1053—1061, 1950.

⁴⁹ Хара и Шимацу, сс. 45.

⁵⁰ У. Катаяма. Non-local field and non-local interaction.—PTPh, 8, 381—382, 1952.

ленные выше трудности можно было бы забыть, другие простить и пользоваться нелокальной теорией как эффективным инструментом исследования, предоставляя заботу о методологическом обосновании ее будущему. Знакомство с происхождением нелокальной теории позволяет понять, почему в качестве пробной проблемы естественно было выбрать проблему элементарных частиц.

Теория нелокального поля, как это выяснилось после вторичного квантования уравнений поля, представляет собой полевое описание ансамбля частиц, обладающих определенной массой покоя и определенным радиусом. Классической моделью таких частиц является твердая сфера, причем это в равной степени справедливо как для скалярных и векторных, так и, при некоторых дополнительных предположениях, для спинорных частиц⁵¹. Интересны приближения, в которые переходит теория Юкавы путем частичной модификации свойств описываемых ею частиц. Если полагать радиус частиц $r=0$, а массу частиц $m \neq 0$, теория переходит в обычную теорию поля. Имеет смысл и другой предельный случай: при $m=0$, $r \neq 0$ теория Юкавы переходит в теорию поля, которое не зависит от координат, но зависит от импульсов. Так, оригинально проявляется симметрия теории Юкавы относительно локальных и импульсных пространств⁵².

С целью приблизиться в теории нелокального поля к решению проблемы спектра масс элементарных частиц Юкава применил к нелокальному полю испытанный на локальных полях метод разложения поля на несводимые части⁵³. При этом выяснилось, что несводимые нелокальные поля описываются собственными значениями четырех инвариантных величин, три из которых можно интерпретировать как массу, радиус и внутренний угловой момент частицы. Однако какой-либо связи между массой частиц и другими константами найти в этом варианте теории не удалось. Предположив, что неудача обусловлена недостатком, присущим не теории нелокализованного поля как таковой, а той ее частной форме, которая до тех пор рассматривалась, Юкава встал на путь обобщения ранее предложенной им схемы, именно, вместо (101) принял для внутреннего поля уравнение типа

$$\left\{ F(r_\nu \nabla_\nu, r_\nu \frac{\partial}{\partial r_\nu}, \frac{\partial^2}{\partial r_\nu \partial r_\nu}) - \rho^2 \right\} U = 0,$$

где F означает некоторую функцию от указанных операторов и выбирается так, чтобы собственные значения массы квантов

⁵¹ H. Yukawa. Remarks on non-local spinor field.— PhR, 76, 173i, 1949. См. также сс. 31.

⁵² B. Kwal. Contribution à la théorie des champs non localisables.— JPhR, 11, 213—218, 1950.

⁵³ H. Yukawa. Quantum theory of non-local fields. Part II. Irreducible fields and their interaction.— PhR, 80, 1047—1052, 1950.

поля были положительными и дискретными⁵⁴. Таким требованиям удовлетворяет, например, следующая функция, соответствующая четырехмерной модели осциллятора:

$$F = \frac{1}{2\rho^2} (r_\nu r_\nu - \rho^4 \frac{\partial^2}{\partial r_\nu \partial r_\nu})^2.$$

Вычисления с указанной функцией, однако, показали, что собственные значения для массы частиц получаются бесконечно вырожденными, т. е. зависящими от неограниченного числа произвольных параметров⁵⁵.

Чтобы устранить этот недостаток, Юкава предположил и попробовал учесть связь между внешними и внутренними степенями свободы нелокализованного поля. Практически учет состоял во включении в функцию F оператора типа $r_\nu \frac{\partial}{\partial R_\nu}$. Это дало спектр масс уже с конечным вырождением и следующего вида:

$$\mu_{n_1, n_2, n_3} = \frac{2\hbar}{c\rho} (n_1 + n_2 + n_3 + 1), \quad (103)$$

где n_1 , n_2 и n_3 — целые числа⁵⁶. Дальнейшее обобщение того же рода, именно включение в функцию F еще оператора типа $\frac{\partial^2}{\partial r_\nu \partial R_\nu}$, позволило окончательно снять вырождение, не изменив существенно вида формулы⁵⁷.

Согласно формуле (103), массы всех элементарных частиц кратны некоторой величине, своего рода «протомассе». Насколько нам известно, в настоящее время дело обстоит не так (ср. стр. 247). Изменения формулы в нужном направлении можно было надеяться достичь только на пути дальнейшего усложнения формализма теории, усложнения, практически уже недопустимого⁵⁸. Поэтому развитие теории нелокального поля Юкавы прекратилось.

Прощаясь с теорией Юкавы, обратим внимание на специфику тех причин, которые заставили ее сойти со сцены. Теория Юкавы не привела к каким-либо внутренним противоречиям, не обнаружила своей несостоятельности, не разоблачила себя: трагедия ее заключается в чересчур быстром нарастании математических трудностей, преодолеть которые оказывается уже не

⁵⁴ H. Yukawa. Structure and mass spectrum of elementary particles. I. General considerations.— PhR, 91, 415, 1953.

⁵⁵ H. Yukawa. Structure and mass spectrum of elementary particles. II. Oscillator model.— PhR, 91, 416—417, 1953.

⁵⁶ Там же.

⁵⁷ H. Goto. Some remarks on the mass spectrum and non-local interaction.— PTP, 10, 698—700, 1953.

⁵⁸ H. Yukawa. An attempt at a non-linear field theory.— Ann., p. 117.

под силу человеку; она, иначе говоря, захлебнулась в математических трудностях, подобно тому как иногда путник, сбившийся с тропы, увязает в болоте или застревает в чаще леса. Суть дела в том, что трудности теории Юкавы стали непреодолимыми раньше, чем удалось получить сколько-нибудь важные результаты, тогда как в истинных теориях дело обстоит наоборот: трудности нарастают только при переходе к разного рода специальным случаям, когда все основные результаты уже получены. Никто не может утверждать, что дальнейшая работа в том же направлении, по которому шел Юкава, не приведет когда-либо к желанной цели, но фактически работа в этом направлении не может продолжаться. Полное понимание гносеологической сущности подобных ситуаций еще отсутствует в исторической науке. Может быть, когда-нибудь позже историк проникнет в их тайну и тогда история теории нелокализованного поля Юкавы, как метеор блеснувшая на своде теоретической физики в первой половине 50-х годов, получит свою окончательную оценку.

Печальный вывод, к которому мы только что вынуждены были прийти в отношении теории нелокального поля, вместе с аналогичным выводом, сделанным в § 5.2 в отношении теории поля с нелокальным взаимодействием, невольно заставляют задуматься над возможной общей причиной неудачи той и другой теорий. Правда, эти две теории не вполне эквивалентны друг другу, но различие их носит более специальный, чем общий характер. Оно состоит, например, в том, что в теории нелокального взаимодействия рассматривается один единственный сорт частиц с данной массой, тогда как в теории нелокального поля учитывается весь спектр элементарных частиц. Иными словами, в первой теории для каждого сорта частиц приходится постулировать свой формфактор, во второй — формфакторы для разных сортов частиц однозначно определяются как собственные значения оператора F ⁵⁹. Что касается методологической основы, то она у обеих теорий общая, причем, судя по всему, такой основой для двух данных теорий является концепция дискретного пространства-времени. С этой точки зрения теорию нелокального поля и теорию поля с нелокальным взаимодействием можно определить как два разных метода учета фундаментальной длины⁶⁰. Выяснение общей причины недостатков обсуждаемых теорий приобретает тем самым для нас исключительно важное значение.

В настоящее время поставленная задача еще не может быть решена с достаточной степенью общности. Теория нелокального

⁵⁹ H. Yukawa. Attempts at a unified theory of elementary particles.— Science, 121, 408, 1955. Ср. В. Барашенков, сс. 38, стр. 580.

⁶⁰ Д. Блохинцев. Нелокальные и нелинейные теории поля.— УФН, 61, 137, 1957.

поля, так же как теория локального поля с нелокальным взаимодействием, была разработана далеко не с той основательностью, которая бы позволяла отвечать на любой вопрос, способный возникнуть или в связи с каждой из них по отдельности, или в связи с их отношением друг к другу. Если можно так выразиться, эти две теории, рассматриваемые ретроспективно, напоминают скорее два эскиза, вынесенные художником в чулан, чем две картины, хранящиеся в музее. Мы вынуждены поэтому ограничить и сузить поставленную задачу. Наличный исторический материал позволяет, как мне кажется, придать поставленной задаче только следующий смысл: пригодны ли в условиях нелокальности те методы описания, которыми пользуется теоретическая физика, т. е. прежде всего метод Лагранжа и метод Гамильтона?

Сформулированный вопрос в течение ряда лет служил предметом дискуссии, в которой принял участие ряд крупных исследователей, и потому может быть изложен здесь более обстоятельно, чем предыдущий. Следует заметить, что обсуждение его почти всегда проводилось одновременно и для теории нелокальных полей и для теории полей с нелокальным взаимодействием; нижеследующие замечания в силу этого обстоятельства в равной мере относятся и к настоящему параграфу и к параграфу 5.2 (ср. стр. 240).

Метод Лагранжа основан на рассмотрении функции $L(q, \dot{q})$, метод Гамильтона — на рассмотрении функции $H(q, p)$. Функции и, значит, методы становятся принципиально эквивалентными друг другу, если предполагается справедливым тождество $p = m\dot{q}$. Поскольку такое тождество действительно предполагается в обычных теориях, метод Лагранжа и метод Гамильтона в этих теориях являются эквивалентными. Иначе обстоит дело в случае нелокальных теорий.

Весьма рано было высказано⁶¹, а затем с помощью многовременного формализма доказано⁶² мнение о том, что введение в теорию поля параметра фундаментальной длины, в какой бы форме это ни производилось, несовместимо с формализмом гамильтонова типа: оно неизбежно нарушает пространственно-временную непрерывность физических процессов, являющуюся условием применимости дифференциальных канонических уравнений Гамильтона. Напротив, формализм лагранжева типа казался в тех же условиях пригодным и действительно был применен сначала в теории с нелокальным взаимодействием (вариацией функции нелокального действия были получены интегральные уравнения, типичные для данной теории, в частности,

⁶¹ Марков, сс. 22.

⁶² М. Марков. Об одном критерии релятивистской инвариантности. — ЖЭТФ, 16, 790—799, 1946.

обеспечивающие выполнение законов сохранения только в асимптотическом смысле, т. е. для переходов от $-\infty$ до $+\infty$)⁶³, затем в теории нелокального поля (уравнения Юкавы были получены как уравнения Эйлера при замене плотности лагранжиана его следом, т. е. произведением диагональных матричных элементов лагранжиана⁶⁴). Стало, таким образом, ясно, что в области нелокальных теорий, в отличие от случая локальных, имеет место неэквивалентность методов Лагранжа и Гамильтона, а именно: применимость метода Лагранжа и неприменимость метода Гамильтона.

Впоследствии данное заключение неоднократно подтверждалось и иллюстрировалось в той или иной части как в теориях поля с нелокальным взаимодействием, так и в теориях нелокального поля⁶⁵. В результате оно стало рассматриваться как весьма надежно установленный факт, способный служить хорошей характеристикой теорий нелокального типа.

Свидетельством неприменимости в нелокальных теориях метода Гамильтона служили главным образом законы сохранения, точнее имеющие здесь место асимптотический характер этих законов, поскольку для теории гамильтонового типа характерен точный, «точечный» вид законов сохранения. Асимптотический же, или «областной» вид законов сохранения характерен для метода Гейзенберга (метода S -матрицы). На весьма прозрачную связь нелокальных теорий с методом Гейзенберга было указано сразу же после появления соответствующих работ, причем как в отношении теорий нелокального взаимодействия⁶⁶, так и в отношении теорий нелокального поля (с взаимодействием)⁶⁷. В последующем существование этой связи привело к тому, что «все виды нелокальных теорий так или иначе связывались с попытками определить матрицу рассеяния»⁶⁸. С другой стороны, успехи в деле применения метода Гейзенберга стимулировали доверие к асимптотическому виду законов сохранения, а через него — к выводу о неприменимости в нелокальных теориях метода Гамильтона.

Если неприменимость метода Гамильтона хорошо гармонирует с асимптотическим видом законов сохранения, то асимптотический вид законов сохранения плохо гармонирует с приме-

⁶³ Д. Блохинцев. Теория поля протяженных частиц.— ВМУ, I, 83—91, 1948; ЖЭТФ, 18, 566—574, 1948.

⁶⁴ C. Gregory. Commutator equations for fields derived from a variation principle.— PhR, 78, 67—68, 1950.

⁶⁵ Например, J. Rayski.— PhM, 42, 1289—1297, 1951; APhP, 11, 25—35, 1951; P. Kristensen, C. Müller—DVS, 27, N 7, 1952; C. Bloch—DVS, 26, N 1, 1950; 27, N 8, 1952.

⁶⁶ Д. Блохинцев. Замечания о возможном релятивистски инвариантном обобщении понятия поля.— ЖЭТФ, 16, 480—482, 1946; Марков, сс. 62.

⁶⁷ H. Yukawa. S-matrix in non-local field theory.— PhR, 77, 849—850, 1950.

⁶⁸ Д. Блохинцев, сс. 60, стр. 140.

нимостью метода Лагранжа: известно ведь, что вариация релятивистски инвариантного лагранжиана по потенциалам дает тензор энергии-импульса, из которого, как следствие существования уравнений непрерывности, следуют законы сохранения в их обычной, точечной форме⁶⁹. Удержать метод Лагранжа, отказавшись в то же время от точечных законов сохранения, удалось, как следует из сказанного выше, ценой изменения вида лагранжиана. Но если изменением вида лагранжиана можно сохранить метод Лагранжа, то нельзя ли изменением вида гамильтониана сохранить метод Гамильтона?

Нечто подобное действительно удалось сделать. Интересно, что сделано это было одновременно несколькими теоретиками в нескольких различных пунктах земного шара и в существенно разных формах. В одной работе была показана возможность, исходя из понятия гамильтониана, не только построить теорию нелокального поля, но и проквантовать ее каноническим способом⁷⁰; в другой работе с помощью новых определений заряда, импульса и момента импульса законам сохранения в нелокальных теориях был придан типичный для гамильтоновых теорий дифференциальный вид⁷¹; в третьей работе была доказана совместимость гамильтонова формализма и нелокальности по крайней мере в представлении взаимодействия, где канонические переменные могут быть определены шаг за шагом и тем самым позволяют подойти к понятию оператора непрерывного смещения во времени, т. е. к понятию гамильтониана⁷²; наконец, в четвертой работе был построен ковариантный гамильтонов формализм полей с нелокальным взаимодействием путем расширения области интегрирования уравнений движения на времени-подобные точки из некоторой конечной области пространства-времени⁷³. В результате перечисленных работ существовавшее до тех пор мнение о свойствах нелокальных теорий существенно изменилось: стало ясно, что метод Гамильтона, вообще, и законы сохранения в дифференциальной форме, в частности, могут быть использованы и в этих теориях, так же как в локальных⁷⁴.

⁶⁹ Например, Y. Ono. On the constants of motion for the case of non-localized interactions.— PTPH, 10, 125—136, 1953.

⁷⁰ W. Pauli. On the hamiltonian structure of non-local field theories — NC, 10, 648—667, 1953; M. Chrétien, R. Peierls. Properties of form factors in non-local theories.— ib., 668—676.

⁷¹ J. Rzewuski. Differential conservation laws in non-local field theories.— NC, 10, 182—185, 784—802, 1953; APhP, 12, 14—25, 1953; Y. Ono, cc. 69.

⁷² Y. Katayama. Theory of the interactions with higher derivatives and its application to the non-local interaction.— PTPH, 10, 31—56, 1953.

⁷³ C. Nayaishi. Hamiltonian formalism in non-local field theories.— PTPH, 10, 533—548, 1953; On field equations with non-local interaction.— PTPH, 11, 226—227, 1954.

⁷⁴ Cp. J. Rayski. Über nichtlokale Feldtheorien.— Fortschritte der Physik, 2, 165—184, 1954 — S. 171.

Названная серия работ имела, к сожалению, не вполне здоровый акцент, так как строилась не в направлении изучения степени деформируемости различных методов, как это, по-видимому, следовало бы делать, а в направлении полемики с авторами более ранних работ, констатировавшими неприменимость в области нелокальных теорий гамильтонова метода. Авторы названных работ стремились главным образом опровергнуть это мнение и доказать обратное. В этом была их ошибка. Poleмический азарт помешал им заметить в своих же работах ряд нюансов, имеющих прямое отношение к обсуждаемой проблеме и представляющих эту проблему в существенно ином свете, чем казалось им самим. Соответствующие замечания и выводы пришлось сделать другим исследователям, которые тем самым оказались в роли оппонентов по отношению к первым и в силу этой причины со своей стороны не везде удержались от излишней резкости и перехода в другую крайность. Среди замечаний, сделанных ими, важно отметить следующие.

В первой из вышеперечисленных работ (в работе Паули), между прочим, производилась следующая операция: функция от двух точек заменялась двумя функциями от одной точки. По существу эта операция равносильна отказу от нелокальности. Неудивительно поэтому, что с ее помощью удается получить дифференциальную форму уравнений⁷⁵. Во второй работе (в работе Жевуского) вводились, как уже было отмечено, новые определения физических величин, причем такие, при которых законы сохранения для физических величин получаются точечными. Но сами физические величины — электрический заряд и масса — получились при этом существенно размазанными. В третьей работе (в работе Катаямы) полученный результат основывался на различии представления взаимодействия и представления Гейзенберга. В действительности же, как выяснилось впоследствии, он обусловлен различием лагранжева и гамильтонова методов⁷⁶. Наконец, в четвертой работе (в работе Хаяши) при интегрировании уравнений были сделаны предположения, которые, как показало более тщательное исследование, в нелокальных теориях в общем случае не выполняются⁷⁷.

Третьейское решение по изложенному спору следует, по-видимому, произнести так: в нелокальных теориях может быть применен как метод Лагранжа, так и метод Гамильтона, но оба — в измененном виде. Необходимое изменение может быть достигнуто различными путями. Не исключено, что все они по существу

⁷⁵ В. Барашенков. К теории нелокального взаимодействия. — ЖЭТФ, 31, 837—841, 1956; V. Barashenkov. On the impossibility of the hamiltonian formulation of theory with the form-factor. — NC, 5, 1469—1479, 1957.

⁷⁶ Д. Киржниц. К теории поля с нелокальным взаимодействием. I. Построение унитарной S-матрицы. — ЖЭТФ, 41, 551—559, 1961.

⁷⁷ Барашенков, сс. 75

ву эквивалентны друг другу, хотя и сильно различаются по форме. В данных условиях актуальным является вопрос о том, движение по какому пути будет наиболее легким, наиболее плодотворным. В частности, надо решить, следует ли ориентироваться на сохранение основных черт главным образом метода Лагранжа или главным образом метода Гамильтона.

Из сказанного выше как будто следует, что метод Лагранжа требует меньших изменений, чем метод Гамильтона. Во всяком случае, одно и то же изменение лагранжиана и гамильтониана, например умножение их плотностей на D -функцию, дает совершенно разные теории, причем теория, основанная на лагранжиане, гораздо проще теории, основанной на гамильтониане⁷⁸. В чем причина этого различия, какое заключение следует отсюда о природе двух основных методов современной физики и что нового можно извлечь из него о природе нелокальности — все это вопросы, которые еще ждут своего исследователя.

Решая их, кажется правильным иметь в виду следующее. Когда предметом обсуждения становится проблема изменения принципов теории, возникает опасность незаметно изменить не только формулировку принципов, но и сами принципы. Поэтому-то возникающие в таких случаях споры между защитниками старых принципов и сторонниками новых и оказываются часто пустыми спорами о словах; потому-то историк и должен всегда в таких случаях сосредоточиваться не на ходе спора, а на проникновении в суть вопроса. Известен пример с концепцией взаимодействия, которая в классической физике имеет существенно иной смысл, чем в квантовой: можно с равным правом говорить, что концепция взаимодействия продолжает существовать и в квантовой физике, но в измененном виде, или она прекращает свое существование при переходе из классической области в квантовую. Может быть, нечто подобное имеет место и с методами Лагранжа и Гамильтона при переходе от локальных теорий к нелокальным.

Теории биллокального поля

Когда развитие теории прекращается из-за трудностей, встретившихся на ее пути, всегда остается надежда найти в рамках тех же исходных представлений несколько иной, более удачный путь и, таким образом, ценой небольших дополнительных усилий достичь той цели, которую не удалось достичь при первой, оригинальной атаке. Подобная надежда рождает серии новых работ, слегка отличающихся от пионерских, в форватере которых все они следуют. Теория продолжает раз-

⁷⁸ Киржич, сс. 76.

виваться, хотя и в обновленной форме. Так старый дуб продолжает жить в молодой поросли, возникшей вокруг его корня.

Среди результатов, которые дала теория Юкавы, наиболее привлекательным всегда казалось, как уже было отмечено, расщепление координат на внешние R_v и внутренние r_v , каждая из которых зависит от двух мировых точек x' и x'' ⁷⁹. Между внешними и внутренними координатами можно было предполагать существование принципиального различия, причем в том смысле, что внутренние координаты подчиняются совершенно иным, еще неизвестным уравнениям, которые описывают совершенно иные, еще не известные процессы, протекающие внутри элементарного пространственно-временного объема⁸⁰.

Благодаря такому взгляду на вещи открылась возможность рассматривать элементарные частицы как системы двух центров, x' и x'' , наделенных массами m' и m'' , так что физически наблюдаемая масса элементарной частицы приобретает смысл суммы

$$m = m' + m'' + \Delta m,$$

где Δm — добавок, обусловленный, как можно предполагать, или взаимодействием центров, или их относительным движением, или еще каким-либо эффектом сложной структуры частицы. Какой физический смысл имеют постулированные таким образом центры, какое движение они совершают, как взаимодействуют между собой — все эти и им подобные вопросы оставались совершенно неясными, но намеченный подход к проблеме элементарных частиц казался, тем не менее, заслуживающим внимания, и некоторые теоретики попытались развить его.

Изложенная модификация теории нелокального поля Юкавы получила название теории билокального поля или билокальной теории⁸¹. В понятие билокальности вкладывался при этом тот смысл, что элементарная частица, состоя из двух центров, не является в то же время составной в обычном значении этого слова: в данном случае речь идет о системе особого рода, в которой «части целого не имеют ту же физическую природу, что и целое»⁸². Другими словами, элементарная частица в билокальной теории — это «бточка», а не система двух точек в обычном смысле слова⁸³. Возможная наглядная модель такой элементарной частицы — жидкая капля или облако, а еще лучше — атом, т. е. атомное ядро, окруженное электронным облаком. Взаимо-

⁷⁹ Юкава, сс. 32.

⁸⁰ G. Wataghin. On the quantum theory of fields.— NC, 9, 208—209, 1952.

⁸¹ E. Bagge. Gibt es angeregte Zustände bei Elementarteilchen? (Bilokale Quantentheorie des Elektrons).— ZPh, 135, 558—572, 1953.

⁸² М. Марков. Динамически деформируемый формфактор элементарных частиц.— ЖЭТФ, 25, 527—539, 1953.

⁸³ J. Rauski. On the meaning of bilocalizability.— NC, 2, 255—272, 1956.

действие такой элементарной частицы с внешним полем сопровождается, по предположению, своеобразным излучением, но не между полем и частицей, а между полем и центрами, из которых как бы состоит частица. Поэтому, если ввести понятие потенциала, действующего между центрами частицы, он будет зависеть от внешних сил, т. е. будет выступать в форме динамически деформируемого формфактора⁸⁴.

Разумеется, все эти догадки о физической природе элементарных частиц носили чисто спекулятивный характер и успех их всецело зависел от того, насколько плодотворной окажется та математическая схема, в которую они будут воплощены.

Рассматривая один центр как «объект», а второй как «субъект» и интерпретируя элементарную частицу как результат взаимодействия центров, можно записать соответствующее волновое уравнение для волновой функции системы двух частиц, имеющей, по предположению, обычную, вероятностную интерпретацию. Полученное уравнение оказалось, однако, настолько сложным, что не позволило получить решение в аналитической форме; численный же расчет дал следующий результат: в нормальном состоянии масса системы центров имеет почти полностью неэлектромагнитную природу и может быть отождествлена с массой покоя электрона; в возбужденных состояниях, как и следовало того ожидать, увеличиваются и масса и спин системы⁸⁵.

Аналитические трудности решения проблемы в прямой форме и очевидные методологические недостатки такого приема побудили встать на путь построения последовательно усложняющейся схемы, начав с определения и изучения некоторых казавшихся наиболее вероятными исходных элементов будущей теории.

Именно по такому пути пошел, начиная с 1953 г., Райский.

Прежде всего он попытался переписать для биллокальных систем те выражения, которые образуют основу обычной, локальной теории, например оператор Даламбера

$$\square = \sum \frac{\partial^2}{\partial x_\nu^2}$$

Поскольку существуют два независимых оператора второго порядка, симметричных относительно двух точек, $\frac{\partial}{\partial x'} \cdot \frac{\partial}{\partial x''}$ и $\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial x''^2}$ в биллокальной теории для оператора Даламбера было решено принять линейную комбинацию этих двух операторов, которой

⁸⁴ Марков, сс. 82.

⁸⁵ Багге, сс. 81.

после некоторого преобразования можно придать вид:

$$\square \square = \Sigma \left[\left(\frac{\partial}{\partial x'_\nu} + \frac{\partial}{\partial x''_\nu} \right)^2 + C \left(\frac{\partial}{\partial x'_\nu} - \frac{\partial}{\partial x''_\nu} \right)^2 \right],$$

где C — некоторая константа⁸⁶.

Переписав это выражение в переменных Юкавы (95), получим оператор

$$\square \square = \Sigma \left(\frac{\partial^2}{\partial R_\nu^2} + 4C \frac{\partial^2}{\partial r_\nu^2} \right), \quad (104)$$

который отличается от исходного оператора Даламбера наличием второго члена — производной по внутренней координате. С этим обстоятельством можно связывать большие надежды. Например, можно предположить, что вместо обычного уравнения мезонного поля

$$(\square - k^2)\psi = 0,$$

где k имеет смысл массы квантов поля, в бислокальной теории достаточно постулировать уравнение

$$\square \square \psi = 0, \quad (105)$$

чтобы получить, благодаря наличию дополнительного члена, не только частицы с конечной массой покоя, но, может быть, целый спектр таких частиц⁸⁷.

Оператор Даламбера, как известно, соответствует частицам целого спина; соответствующий частицам полуцелого спина оператор Дирака получается из него путем линеаризации. Аналогичную процедуру можно попытаться произвести и с обобщенным оператором Даламбера. Введя, как это сделал Дирак, четырехрядные матрицы, но только уже двух сортов, α_ν и β_ν , и подчинив их, соответственно, соотношениям не только коммутации, но и антикоммутации, Райский вместо последнего уравнения получил

$$\Sigma \left(\alpha_\nu \frac{\partial}{\partial R_\nu} - 2i\alpha\beta_\nu \frac{\partial}{\partial r_\nu} \right) \psi = 0. \quad (106)$$

Здесь α — некоторая безразмерная константа⁸⁸. Первый член в этом уравнении типично дираков, второй, как можно было думать, играет роль оператора массы в бислокальной теории. Значит, матрицы α_ν , как обычно, суть матрицы спина, а матрицы β_ν предлагалось толковать или как матрицы изобари-

⁸⁶ J. Rayski. Mass quantization and isotopic spin in non-local field theory.—NC, 10, 1729—1735, 1953; On the mass spectrum of elementary particles.—APhP, 13, 77—88, 1954

⁸⁷ Там же.

⁸⁸ Там же.

ческого спина, или как матрицы высших значений обычного спина⁸⁹.

В биллокальной теории Райского, так же как в нелокальной теории Юкавы, должно быть введено дополнительное условие. Оно было введено Райским по аналогии с дополнительным условием Юкавы (102)⁹⁰.

Уравнения (105) и (106) вместе с указанным дополнительным условием образуют основу теории Райского. В рамках этой теории были произведены различные вычисления и высказаны некоторые соображения, касающиеся проблемы элементарных частиц. К сожалению, выписанные уравнения несовместимы друг с другом⁹¹ и, кроме того, не позволяют сформулировать законы сохранения, так как число уравнений превышает число независимых полевых величин⁹². Тем не менее некоторые из полученных Райским результатов представляют известный интерес и мы познакомимся с ними.

Наиболее интересным в теории Райского является получающийся здесь спектр масс элементарных частиц. Для бозонов был найден спектр

$$M_l \sim \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (107)$$

для фермионов —

$$M_m \sim \sqrt{2m+1}, \quad m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots \quad (108)$$

Присутствие в формулах неопределенных численных коэффициентов исключало возможность непосредственного количественного расчета масс; он мог быть произведен только косвенным путем, при условии определенной предварительной интерпретации формул. Так, полагая первый член второй формулы соответствующим протону, нашли, что второй член, который в $\sqrt{2}$ раз больше первого, всего ближе к значению массы V -частицы (V -частица считалась в 1,2 раза тяжелее протона). При тех же значениях коэффициентов первый ненулевой член первой формулы дал 880 электронных масс, второй — 1160. Это примерно соответствует массам τ - и χ -мезонов⁹³.

Наличие некоторого совпадения между теорией и опытом заставляет внимательнее всмотреться в формулы (107) и (108).

⁸⁹ J. Rayski. On a bilocal theory of families of elementary particles.— APhP, 14, 107—120, 1955.

⁹⁰ Райский, сс. 86.

⁹¹ В. Гинзбург, В. Силин. Несколько замечаний о релятивистских волновых уравнениях со спектром масс.— ЖЭТФ, 27, 116—118, 1954.

⁹² G. Rócsik. On the integrals of motion of the generalized Dirac-equation of Rayski.— APhN, 8, 277—283, 1956.

⁹³ J. Rayski. Mass quantization in non-local field theory.— NC, 12, 815—816, 1954; Introduction to the bilocal theory of elementary particles.— APhP, 14, 337—364, 1955.

В результате возникает ряд замечаний, в частности, вопрос, как понимать нулевой член формулы (107)? На этот вопрос, особенно если учесть еще то обстоятельство, что приведенные формулы не отражают массы многих известных элементарных частиц, напрашивается следующий ответ: данные формулы дают только основные, или собственные, массы частиц, т. е. массы, которыми частицы обладают в отсутствие взаимодействия. Массы же, обусловленные взаимодействием, должны быть еще получены; и только тогда можно будет говорить о полном охвате теорией всего семейства элементарных частиц и о точном соответствии между теоретическими и экспериментальными значениями масс. При таком предположении нулевой член формулы (107), поскольку, как мы видели, эта формула обнаружила связь с семейством бозонных мезонов, естественно соотнести π -мезону, признав, таким образом, что вся масса этой частицы носит полевой характер⁹⁴.

В пользу предположенного разделения масс элементарных частиц на собственную и полевою части можно привести следующие аргументы. Во-первых, припомним, что масса электрона, разность масс нуклонов (равна 2,5 электронным массам) и разность масс нейтрального и заряженного пионов (равна 8 электронным массам) имеют примерно один и тот же порядок величины. Это количественное совпадение совершенно различных по природе величин указывает, по-видимому, на полевое, именно электромагнитное происхождение массы такого порядка. Во-вторых, заметим, что отношение разности масс заряженного и нейтрального пионов к массе пионов (в среднем равна 270 электронным массам) примерно совпадает с отношением констант электромагнитного и ядерного взаимодействий. Значит, основную часть массы пионов, в согласии с выводом из биллокальной теории, можно считать обусловленной ядерными силами, т. е. полем. В-третьих, примем, кроме того, что отношение полевых, ядерных масс нуклонов и пионов равно отношению их электромагнитных масс, т. е. по первому допущению равно отношению разности масс нуклонов и разности масс заряженного и нейтрального пионов. Тогда большая часть массы нуклонов окажется явно неполевого, собственного происхождения⁹⁵.

Предварительный учет взаимодействия в рамках биллокальной теории показал принципиальную возможность получить ожидаемые эффекты, в частности значение массы пиона и ряд новых значений для масс бозонов и фермионов⁹⁶.

В дополнение к сказанному отметим, что частицы в биллокальной теории Райского можно уподобить ротаторам, скорость

⁹⁴ Райский, сс. 93.

⁹⁵ J. R a y s k i. Bilocal field theories and their experimental tests.— NC, 4, 1231—1241, 1956.

⁹⁶ Р а й с к и й, сс. 93.

вращения которых является функцией индекса в формуле для массы. Иначе говоря, формулы (107) и (108) определяют не только массы частиц, но и их спины, причем спин определяется очень просто, например, для бозонов формулой

$$s = \hbar l.$$

Значит, в билокальной теории, так же как в нелокальной, возможно существование частиц с высшими значениями спинов⁹⁷.

Формализм билокальной теории допускает каноническую формулировку. Например, уравнение (105) для векторной функции, т. е. обобщенное на билокальность уравнение Клейна — Гордона, удалось вывести вариационным способом как уравнение Эйлера из соответствующим образом подобранного лагранжиана⁹⁸.

Желание охватить теорией по возможности большее число частиц побудило Райского встать на путь усложнения исходных уравнений теории. Достичь на этом пути поставленной цели в известном смысле удалось: в теоретическую схему оказались включенными практически все известные элементарные частицы, кроме фотонов и гравитонов⁹⁹. Формулы для собственных масс также несколько видоизменились. Например, в формализме, основанном на использовании матриц Дэффина — Кеммера, для масс бозонов была выведена формула

$$M_n \sim \sqrt{n(n+1)+1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (109)$$

которая, в отличие от (107), уже не содержит нулевого члена, а сразу же дает конечное значение, причем близкое к величине массы *K*-мезона. Второй член этой формулы также мог быть сопоставлен частице, по-видимому, наблюдавшейся в некоторых экспериментах¹⁰⁰. Но само усложнение теории, не оправдываемое ничем, кроме желания получить как можно более широкий спектр результатов, не может внушать доверия.

В последующих работах Райский продолжал подчеркивать достоинства билокальной теории, указывая, например, на ничтожную вероятность случайного совпадения экспериментальных значений масс и значений, полученных в теории, а также на некоторые новые возможности теории (допустимость трактовки индекса в формуле для массы как странности, возможность вы-

⁹⁷ Райский, сс. 89 и 93. См. также G. Pócsik. \hbar -Quantization on the free bilocal bozon field.— APhN, 9, 261—267, 1959.

⁹⁸ J. Rayski. A variational principle for bilocal field theory.— APhP, 15, 123—127, 1956.

⁹⁹ См.: сс. 83 и 93.

¹⁰⁰ W. H a n u s, J. R a y s k i. On the mass spectra for bosons.— APhP, 15, 117—122, 1956.

вести правила отбора Гелл-Манна и т. п.)¹⁰¹. Однако действительно в новом свете билोकальная теория предстала только после открытия резонансных состояний и истолкования их как элементарных частиц с высокими значениями спинов: билोकальная теория, благодаря ее способности описывать поведение частиц с разными значениями спинов, казалась весьма подходящей схемой для учета резонансных состояний¹⁰². Изучение вопроса подтвердило реальность этого ожидания. Более того, казалось правильным утверждать, что резонансы вообще не могут быть поняты в рамках локальной теории, что они внутренним образом связаны с фундаментальной длиной и, как следствие этого, с нелокальным характером поля, причем, как и в случае теории Юкавы, необходимая специфика билोकальной теории проявляется только при учете взаимодействия, которое в билोकальной теории также является билोकальным¹⁰³.

Параллельно с теорией Райского, с некоторым сдвигом во времени относительно ее, разрабатывался еще один вариант нелокальной теории Юкавы — билोकальная теория Минарди.

Отличие теории Минарди от теории Райского заключается прежде всего в несколько ином, именно более простом обобщении операторов Даламбера и Дирака на билोकальность: вместо формул Райского (104) и (106) Минарди взял за основу формулы

$$\square\square = \Sigma \left(\frac{\partial^4}{\partial R_\nu^2} + \frac{\partial^4}{\partial r_\nu^2} \right) \quad (110)$$

и

$$\square D = \Sigma \alpha_\nu \left(\frac{\partial}{\partial R_\nu} + \frac{\partial}{\partial r_\nu} \right). \quad (111)$$

Несколько иначе выбиралось и дополнительное условие¹⁰⁴. Уравнения Минарди уже не вызывают тех возражений, которые выдвигались против уравнений Райского. Более удовлетворительными представляются они и в других отношениях, например, тем, что не предполагают удвоения матриц Дирака (удвоение числа матриц трудно совместить с их антикоммутируемостью)¹⁰⁵.

При указанном выборе исходных уравнений теории решение их в простейшем случае, в отсутствие взаимодействия, возможно

¹⁰¹ J. Rayski. Bilocal field theories and their experimental tests.— II.— NC, 5, 872—885, 1957.

¹⁰² J. Rayski. Resonant states of nucleon and bilocal field theory.— NPhA, 36, 1081—1094, 1963.

¹⁰³ Там же.

¹⁰⁴ E. Minardi. Quantizzazione della massa e formalismo non locale.— NC, 11, 694—696, 1954.

¹⁰⁵ См. Почик, сс. 92.

произвести путем разделения переменных. В результате получаем систему уравнений только для внешних и только для внутренних координат. Постоянную разделения при этом можно трактовать как оператор массы. Решение уравнений для внутренних координат с учетом дополнительного условия дает формулы для собственных значений этого оператора. В случае бозонных частиц формула такова:

$$m_n = \frac{1}{2\pi} \frac{\hbar}{c\rho} (2n + 1), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (112)$$

Предполагая, что значению $n=0$ соответствует масса нейтрального пиона, получим для параметра ρ значение $2,3 \cdot 10^{-13}$ см, очень хорошо согласующееся с прежними оценками фундаментальной длины¹⁰⁶. Однако с этим значением параметра ρ спектр масс фермионных частиц в теории Минарди не содержит значений, близких к значениям масс электрона и мюона. Приходится, следовательно, предполагать, что и в данном случае, как в случае Райского, бислокальная теория без учета взаимодействия описывает только собственные массы частиц; полные же массы содержат полевой добавок, который должен быть учтен особо¹⁰⁷.

Рассмотрение вопроса о возможном взаимодействии между внутренним полем частицы и внешним электростатическим полем привело к более высоким значениям масс и, значит, подтвердило возможность в рамках обсуждаемой теории достичь согласия с опытом на пути учета взаимодействия¹⁰⁸.

Учет взаимодействия казался правильным провести с сохранением идеи симметрии между внутренними и внешними координатами, лежащей в основе бислокальной теории свободного поля. Соответственно, например, уравнение движения фермионов в присутствии электромагнитного поля было взято Минарди в виде:

$$\sum \alpha_\nu \left[\frac{\partial}{\partial R_\nu} - ieA_\nu (R + r) + \frac{\partial}{\partial r_\nu} \right] \psi (R, r) = 0.$$

Та же идея была проведена и в дополнительном условии, которое принималось в виде:

$$\frac{\partial^2}{\partial R_\nu \partial r_\nu} \psi (R, r) = 0.$$

Такой выбор дополнительного условия означает, что структура

¹⁰⁶ Минарди, сс. 104.

¹⁰⁷ Там же.

¹⁰⁸ E. Minardi. Sul contributo del campo elettrostatico alla quantizzazione della massa.—NC, 12, 950—951, 1954.

частицы определяется не только внутренним, но и внешним, наблюдаемым движением частицы¹⁰⁹.

Решение системы двух последних уравнений приводит к спектру масс сложного происхождения — собственного и полевого. Вычисление полевого добавка становится возможным благодаря появлению в элементах матрицы взаимодействия релятивистских обрезавших множителей и может быть проведено только в предположении существования некоторой затравочной массы, которую можно ассоциировать с массой нейтрино. Минимальная электромагнитная масса получается при этом равной

$$m = \frac{3}{5} \frac{e^2}{\rho c^2}, \quad (113)$$

что точно совпадает с формулой для электростатической массы элементарного заряда, равномерно распределенного по сфере радиуса ρ (см. стр. 64). Существенно заметить, что данная масса целиком обусловлена процессами испускания и поглощения виртуальных фотонов, взаимодействующих только с внутренней частью биллокального поля; взаимодействие с внешней частью также обуславливает некоторую массу, которая, очевидно, сохраняется и в локальном пределе¹¹⁰. Если вычислить обе эти части, то уже в первом приближении теории возмущений суммарная минимальная масса электромагнитного происхождения при указанном выше значении параметра ρ совпадает с экспериментальным значением массы электрона с точностью до нескольких десятых долей процента¹¹¹.

Серьезным недостатком излагаемой теории Минарди является обилие в ней теоретических значений масс: число их значительно превышает число известных типов элементарных частиц. Желая избавиться от этого недостатка, Минарди рассмотрел возможность введения в теорию каких-либо правил запрета, которые бы исключали из игры некоторые теоретические значения масс. Вначале он пытался воспользоваться свойством четности частиц¹¹², но более подходящим для этой цели оказался только что открытый в тот период закон сохранения нового квантового числа — странности. Связав странность с внутренней степенью свободы частицы, Минарди показал, что можно ввести новый оператор, коммутирующий с операторами полного внутреннего момента импульса и его проекции и имеющий такие собственные

¹⁰⁹ E. Minardi. Su una teoria bilocale dell'interazione tra una particella con spin $1/2$ e il campo elettromagnetico.— NC, 3, 968—978, 1956.

¹¹⁰ E. Minardi. Sulla teoria bilocale dell'elettrone.— NC, 4, 1127—1132, 1956.

¹¹¹ E. Minardi. On the bilocal theory of the electron.— APhP, 17, 429—433, 1958.

¹¹² E. Minardi. Mass selection rules in the bilocal theory.— NC, 7, 715—717, 1958.

значения N , которые совпадают со странностью S , если положить

$$S = \frac{N}{\sqrt{8}},$$

Сохранение странности в определенных реакциях замораживает в соответствующих случаях внутреннюю степень свободы частицы, в результате чего ряд значений массы выпадает из спектра¹¹³ Теоретически допустимыми оказались только следующие значения (в электронных массах):

для бозонов: 265, 972 и т. д.;

для фермионов: 1578, 1839, 2185 и т. д.¹¹⁴

Полученный спектр масс далек от экспериментального спектра, и это — большой минус теории. Неудовлетворительной является также необходимость в дополнительном ограничении, накладываемом на теорию Минарди. Правда, возможность отождествить это дополнительное ограничение с законом сохранения странности в известном смысле компенсирует данный недостаток, а при желании может даже рассматриваться как новый аргумент в пользу теории и, значит, как новый источник оптимизма¹¹⁵. Особенно, если учесть, что на том же пути в теории Минарди можно получить изобарический спин и правило Гелл-Манна¹¹⁶. Окончательное суждение о достоинствах этой теории следует поэтому отложить до более определенного выяснения того, насколько органически учитывает теория различные квантовые числа и в состоянии ли она дать более удовлетворительный спектр масс, чем указанный выше.

Одновременно с Райским и Минарди идеи бислокальности пытались развивать, хотя и с меньшей настойчивостью, некоторые другие теоретики. Каждый из них искал свои подходы к проблеме, каждый пробовал новые методы. Так, Энауц применил для получения и квантования уравнений внутреннего движения частиц методы квантовой теории поля. В обычной своей форме эти методы, из-за наличия расходящихся выражений, не применимы к решению такого рода задач; не применимы они и в явно ковариантной форме, так как масса здесь считается параметром. Произведя обобщение уравнения Томонага — Швингера, Энауц обошел все эти трудности и, не выходя из рамок гамильтонова формализма, получил следующий спектр масс элементарных частиц:

$$m = m_0(n + l), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad l = 3/2, 5/2, \dots, \quad (114)$$

¹¹³ E. Minardi. Mass selection rules in the bilocal theory. II.—NC, 7, 898—900, 1958.

¹¹⁴ E. Minardi. Connection between masses and isobaric spin.—NPh, 12, 35—57, 1959.

¹¹⁵ Минарди, сс. 113.

¹¹⁶ Минарди, сс. 114

Легко заметить сходство этой формулы с формулой (81)¹¹⁷, о достоинствах и недостатках которой было сказано в своем квантовой механики, выясняя роль дополнительных условий, возможные модификации исходных уравнений и т. п.¹¹⁸ Совершенно новый подход попытался осуществить Сен. Из лагранжиана, образованного из функций от внутренних и от внешних координат, он получил, разделив переменные и потребовав, чтобы уравнение для внешних переменных совпадало с уравнением Дирака, систему нелинейных уравнений для внутренних переменных, для каждого значения спина по уравнению, и решил их методами квантовой теории поля. Решение удалось дать только после ряда значительных упрощений и для случая жесткой сферической частицы, т. е. обрывая волновые функции на поверхности некоторой малой сферы. Получившиеся дискретные спектры были истолкованы как спектры масс элементарных частиц. Определив параметры теории по массам мезонов μ , π , τ и K , оказалось возможным получить значения, близкие к экспериментальным значениям Δ -частиц. Массы других частиц теория не выдала, зато несколько теоретических значений масс остались лишними¹¹⁹.

Усложнение (и без того очень сложных!) исходных уравнений теории Сена дало возможность получить не только массы многих частиц, но и характеристики распада для семи нестабильных частиц, а также вывести закон сохранения четности. Суть последнего результата заключается в следующем: ковариантной в смысле Лоренца должна быть в бислокальной теории только полная волновая функция частицы, представляющая собой произведение волновых функций от внутренних и от внешних координат; каждый же из сомножителей не обязательно обладает таким свойством; поэтому теория может быть инвариантной относительно пространственно-временных отражений и относительно зарядового сопряжения порознь, но всегда обладает инвариантностью относительно того и другого преобразований, взятых вместе¹²⁰.

Имеется и ряд других работ аналогичного содержания, вылившихся из теории нелокального поля Юкавы или возникших под ее влиянием, например работы Хары и других по нелокаль-

¹¹⁷ H. Enatsu. Mass spectrum of elementary particles.—PTPh, 11, 125—142, 1954; 12, 363—379, 1954; Relativistic quantum mechanics and mass-quantization.—NC, Supp., 3, 526—586, 1956.

¹¹⁸ Сс. 82, а также: К теории динамически деформируемого формфактора.—ДАН, 101, 51—54, 1955.

¹¹⁹ P. Sen. A mass spectrum from a field theory model of the non-local theory.—NC, 3, 612—625, 1956.

¹²⁰ P. Sen. Non-local theory of elementary particles.—NC, 8, 407—416, 1958.

ной теории первоматерии, однако все эти направления развития оформились еще не настолько, чтобы служить объектами исторического анализа.



В процессе предшествующего изложения мы не раз отмечали и со всей силой подчеркивали идейную близость работ Юкавы и его последователей по теории нелокального поля к концепции дискретного пространства-времени. Тем любопытнее будет нам узнать, что сам Юкава придерживался на этот счет существенно иного взгляда. Юкава полагал, что он никогда не вносил своей лепты на алтарь концепции дискретности, а разработанная им нелокальная теория поля «была в действительности попыткой распространить концепцию пространства-времени теории относительности на внутренность элементарных частиц». Соответственно с этим убеждением, он пытался идти дальше изложенного нами цикла его работ, уже явно предполагая, что «пространственно-временной мир элементарной частицы имеет ту же структуру, что и внешний мир»¹²¹. И он, действительно, в дальнейшем твердо следовал по этому пути, как доказывают следующие факты: группа моделистов, о воззрениях которой упоминалось на стр. 94, провозгласила его своим духовным отцом (см. стр. 465 в сс. 39 на указанной странице нашей книги), а он, со своей стороны, принял участие в разработке одной из их моделей элементарных частиц — модели ротатора¹²². Использование работ по нелокальной теории поля в настоящей книге представляется, следовательно, с точки зрения Юкавы актом узурпации, который он, по-видимому, осудил бы.

Мы, со своей стороны, попытаемся выяснить, что привело Юкаву в лагерь моделистов. Причиной этого альянса явилось, как можно думать, некоторое сходство нелокальной теории поля с пространственно-временной моделью элементарных частиц: действительно, в обоих случаях речь идет о выделении некоторого пространственно-временного объема, который в первой теории имеет смысл области нелокальности, а во второй — области элементарности. При определенном взгляде на вещи эти две области тождественны друг другу, и, значит, в предположении пространственно-временной структуры элементарных частиц структурной в обычном смысле слова оказывается и область нелокальности. Именно этот взгляд и принял Юкава. Согласно концепции дискретности, дело обстоит существенно иначе: ни область элементарности, ни область нелокальности не обладают

¹²¹ H. Yukawa, *Special theory of relativity and the structure of elementary particles.*— PTPH, 16, 688—690, 1956.

¹²² Y. Katakayama, J. Vigier, H. Yukawa. *An approach to the unified theory of elementary particles.*— PTPH, 29, 468—470, 1963. *A theory of weak interaction based on a rotator model.*— Ibid., p. 470—472.

обычной структурой, так что приходится в обеих областях отказаться от помощи наглядных представлений. Поскольку, однако, сам факт количественного выделения таких областей не отрицается и в концепции дискретности, мы можем сказать, что наш подход к проблеме и подход Юкавы совпадают по экстерьеру, но противоположны по интерьеру элементарных интервалов длины и времени (см. стр. 96, 97).

Билокальные теории Райского и Минарди являются модификациями нелокальной теории Юкавы и, следовательно, сказанное об этой последней в какой-то мере должно быть справедливым и по отношению к ним. В действительности, билокальные теории находятся с концепцией дискретности даже в еще более близком родстве, чем их общая праматерь, нелокальная теория Юкавы. В самом деле, и разделение координат на внешние и внутренние, и наделение внутренних координат особыми свойствами, т. е. обе операции, типичные для билокальных теорий, представляют собой совершенно прозрачные попытки реализовать некоторые из основных положений концепции дискретности: когда в билокальных теориях проводят принципиальное различие между координатами, описывающими наблюдаемое движение микротел, и координатами, описывающими непосредственно не наблюдаемые процессы, протекающие внутри элементарных частиц, то тем самым, хотя бы того или нет, реализуют идею экстерьера и интерьеру элементарного пространственно-временного объема, о которой была речь в главе 3; а когда в билокальных теориях пытаются развить представление об элементарной частице как о двухточечной системе нового типа, не сводящейся к системе двух точек в обычном смысле слова, то тем самым, хотя бы того или нет, реализуют идею необычных свойств интерьеру элементарного пространственно-временного объема, о которых была речь в § 3.2. Поэтому с полным правом можно утверждать, что развитие теории нелокального поля Юкавы в направлении билокальности было развитием в направлении еще более тесного смыкания с концепцией дискретности, в направлении дальнейшей конкретизации тех идей и представлений этой концепции, которые наметились в теории Юкавы.

Данное обстоятельство является лишним аргументом в пользу того, чтобы на все работы по операторному истолкованию координат, в какой бы форме оно ни производилось, смотреть как на разработку идей концепции дискретного пространства-времени. При этом концепция дискретного пространства-времени служит, по-видимому, не только арсеналом идей для всех этих работ, но и их общей конечной целью. Иначе говоря, час успешного завершения работ данного цикла, по-видимому, будет в то же время часом окончательного торжества концепции дискретности в области теории полей и элементарных частиц.

Если этот взгляд верен, если успех исследования в данной

области действительно определяется тем, насколько полно и удачно реализованы идеи концепции дискретности, то в интересах дела было бы небесполезно усвоить привычку и взять за правило оценивать и критиковать ведущуюся здесь работу именно с позиций данной концепции. По существу, любая оценка направлений научного развития производится с какой-то концептуальной позиции. Ясно, что правильность оценки во многом зависит от правильности выбранной позиции. Особенно важную роль концептуальные позиции играют при рассмотрении общих, основных вопросов строящейся теории. В работах по операторному толкованию координат таких вопросов можно выделить несколько. Обсудим некоторые из них.

Начнем с того, что припомним исходное намерение работ, отобранных нами для настоящего параграфа, — намерение ввести в теорию пространственные и временные координаты на равных правах с другими механическими величинами, т. е. заменить координаты операторами, собственные значения которых представляли бы собой, как это имеет место в квантовой механике, физически наблюдаемые величины. Легко заметить, что данное намерение, когда оно высказывается с позиций концепции дискретности, внутренне противоречиво. В самом деле, если мы принципиально отрицаем возможность абсолютно точного измерения координат — а именно это составляет сущность концепции дискретности, — то мы, очевидно, не имеем права говорить о собственных значениях операторов в обычном, квантовомеханическом смысле, т. е. как о наблюдаемых величинах¹²³. Сделанное возражение кажется весьма серьезным. Существенно, однако, то, что оно направлено не против операторного изображения координат вообще, а только против обязательного изображения координат операторами, имеющими собственные значения. Что это различие реально, можно видеть из следующего факта: формализм снайдерова типа, построенный для операторов координат вида

$$x_{\mu}^{\dagger} = x_{\mu} - \rho^2 \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \sum_{\nu} x_{\nu} \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} \quad (115)$$

(эти операторы обладают дискретным спектром собственных значений¹²⁴), при определенных условиях можно получить и с операторами, не обладающими таким свойством, например, с операторами вида

$$x_{\mu}^{\dagger} = \frac{1}{2} (xU + Ux), \quad (116)$$

¹²³ Cp. V. Rojansky. Quantum-mechanical operators.— PhR, 97, 507, 1955.

¹²⁴ E. Hellund, K. Tanaka. Quantized space-time.— PhR, 94, 192—195, 1954.

где оператор U определяется выражением

$$Uf(x) = \int_{-\infty}^{\infty} D(x-y)f(y)dy.$$

Во всяком случае, в некоторых простейших формах (только для пространственных координат и при условии малых скоростей) имеет место совпадение между коммутационными соотношениями для операторов типа (115) и типа (116)¹²⁵.

Какой вывод можно сделать отсюда? Можно ли утверждать, что операторы координат должны быть операторами нового типа, отличными от операторов квантовой механики? Или, может быть, здесь, так же как в случае квантовой релятивистской теории электрона (см. стр. 25), надо отказаться от обычной интерпретации собственных значений операторов как наблюдаемых величин?

Далее. При обсуждении теории Снайдера отмечалось, какую важную роль играет в этой теории идея скрытых параметров. В более или менее явном виде та же идея присутствует во всех других теоретических схемах, рассмотренных в настоящем параграфе. В частности, внутренние координаты, фигурирующие в билакальных теориях, с полным основанием могут быть названы скрытыми параметрами. С другой стороны, совершенно аналогичная идея некоторых первичных аргументов, через которые должны быть выражены координаты, для того чтобы законы природы приобрели привычный вид, имеется и в концепции дискретности, как мы убедились в § 3.2. Значит, идея скрытых параметров заслуживает внимания и должна развиваться. Не исключено, что для более рациональной записи законов природы придется совершить переход даже через несколько категорий скрытых параметров, прежде чем будет найдена окончательная форма записи, как это, например, пришлось сделать в области структуры материального мира, где понятие взаимопревращаемых элементарных частиц исторически предшествовали понятию сложных по своему составу молекул, атомов, ионов и атомных ядер.

В некоторых из рассмотренных случаев, например в теории Снайдера, функциональная зависимость координат от скрытых параметров выражена явно; в других случаях, например в теории обобщенных дираковых матриц, завуалированно. Но, может быть, и при явной форме зависимости не обязательно сразу же конкретизировать вид зависимости, а достаточно, руководствуясь примером квантовой теории поля, задать определенную форму перестановочных соотношений между операторами. Действительно, в одной из работ было предположено, что координаты, а

¹²⁵ Рожанский, сс 123.

также импульс и энергия зависят от системы ненаблюдаемых аргументов, и неизвестным образом, но так, что имеет место коммутационное соотношение

$$[x_\mu(u), p^\nu(u')] = i\hbar\delta_{\mu\nu}\delta(u - u').$$

Впрочем, смысл этого соотношения остался неясен¹²⁶.

Подводя итог сказанному в настоящем параграфе, мы вынуждены признать, что ни одна из предпринятых до сих пор попыток учесть дискретную структуру пространства-времени путем операторного истолкования координат не увенчалась успехом. Ни определение метрического элемента через обобщенные матрицы Дирака (Фок, Иваненко, Флинт, Мимура), ни определение координат через элементы однородной квадратичной формы (Снайдер), ни постулирование некоммутативности координат и поля (Марков), ни привлечение сверх того на помощь принципа обратимости координат и импульсов (Юкава), ни акцентирование на двух родах координат, внешних и внутренних (Райский, Минарди, Энацу, Сен) — ничто не привело к той цели, которую ставили перед собой исследователи, предпринимая эти обобщения существующей квантовой теории поля.

И тем не менее для разочарования еще нет оснований. Во-первых, работа в данной области все еще продолжается¹²⁷ и никто не знает, что принесет нам завтрашний день. Во-вторых, и это главное, в процессе изучения уже проделанной работы нас не оставляет своеобразное чувство близости истины. Это чувство нельзя объяснить, но реальность его несомненна. Впечатление такое, что ученые, разрабатывающие операторную теорию координат, находятся где-то совсем близко от истины, иногда даже касаются ее, хотя вполне овладеть ею еще и не могут. Этим чувством, по-видимому, не следует пренебрегать. Значит, надо продолжать работать в этой области, надо продолжать искать все новые и новые математические интерпретации того загадочного сфинкса, который в ощущениях дан нам как пространственно-временной комплекс.

§ 6.2. S-матрица Гейзенберга

На современном этапе научного развития уже можно, еще не имея теории тех или иных явлений, высказать о ней целый ряд определенных суждений. Руководствоваться при этом надо как общими закономерностями научного развития, так и специфическими особенностями тех явлений, о теоре-

¹²⁶ I. Watanabe. On the quantization of physical space-time operators.—PTPh, 24, 465—483, 1960; 26, 7—21, 1961.

¹²⁷ Например, N. Rosen.—Annals of Physics, 19, 165, 1962; G. Heber.—ZPh, 171, 116, 1963; B. Ferretti.—NC, 27, 1503, 1963; R. Ingraham.—NC, 32, 323, 1964.

тическом описании которых идет речь. К числу общих закономерностей относится, прежде всего, так называемый принцип соответствия, накладывающий на новую теорию требование переходить в старые, уже известные теории всюду, где эффекты, типичные для данного круга явлений, перестают играть заметную роль. Другим общим требованием является релятивистская инвариантность теории, понимаемая или в том узком смысле, который придают этому понятию сейчас, или по отношению к еще более общим и широким группам преобразований, чем группа Лоренца.

В применении к теории пространственно-временной дискретности принцип соответствия можно конкретизировать в виде следующего прогноза: будущая теория должна быть существенно новой только в области процессов, протекающих или в очень малом объеме, или очень быстро, или, наконец, с очень высоким балансом энергии; короче — там, где интервалы ρ и τ играют существенную роль; во всех других случаях, т. е. всюду, где можно полагать $\rho \rightarrow 0$ и $\tau \rightarrow 0$, будущая теория должна переходить в релятивистскую квантовую теорию в ее современном виде; последняя, таким образом, может рассматриваться как предельный случай будущей теории, типичный допущением бесконечно малых пространственных и временных интервалов.

В качестве критерия, определяющего, на основании сказанного, физическую осмысленность процесса, можно взять, например, скорость изменения состояния системы, именно считать, что процесс имеет физический смысл только в том случае, когда состояние системы за время τ изменяется несущественно. Такое предположение равносильно, очевидно, требованию рассматривать только медленные изменения системы. Медленность изменения системы разумно определить неравенством

$$|1 - \sum \chi_k(t) \chi_k(t + \tau)| \ll 1, \quad (117)$$

в котором $\chi(t)$ означает нормированную к единице волновую функцию системы. Все волновые функции, не удовлетворяющие этому требованию, должны быть признаны фиктивными, ничему в природе не соответствующими, и их без сожаления надо исключить из теории¹.

Вычисление волновых функций в современной квантовой теории производится, как правило, по методу теории возмущений. Высокая эффективность этого метода принадлежит к числу наиболее поразительных черт рабочего формализма современной теоретической физики. Чтобы понять это, достаточно самой общей характеристики метода.

¹ Cp. W. Heisenberg. Die Grenzen der Anwendbarkeit der bisherigen Quantentheorie.— ZPh, 110, 251—266, 1938.

Метод теории возмущений заключается в разложении искомой величины в ряд по возрастающим (или убывающим) степеням некоторого параметра, который считается очень малым (или очень большим). Первый член в таком разложении важнее всех других членов, и, вообще, каждый предыдущий член важнее каждого из последующих. В этом — квинтэссенция метода возмущений, позволяющая, в частности, при вычислении величин в первом, грубом приближении пренебрегать всеми членами, кроме первого. Ясно, что учет дальнейших, все менее и менее важных членов ряда должен давать все более и более точное значение искомой величины.

Что априори следовало бы сказать о разложении, в котором все члены порядка выше первого, вместо того чтобы стремиться к нулю, равнялись бы бесконечности? Очевидно, о таком разложении надо было бы сказать, как о приеме явно ошибочном, в самой своей основе порочном и, разумеется, ни для каких расчетов не годном. Мы, следовательно, не можем не удивиться, узнав, что в методе теории возмущений, применяемом в квантовой теории, часто дело обстоит именно так, как сказано выше, т. е. там в ряде случаев только первый член является конечным, остальные же члены бесконечно велики. Бесконечность членов делает их практически ни к чему не пригодными, и их отбрасывают, как будто бесконечная величина члена уже может служить достаточным основанием для пренебрежения им².

Тем не менее с помощью метода возмущений в квантовой теории удается получать правильные результаты почти всюду, где его применяют. Иначе говоря, бесспорная несостоятельность метода парадоксальным образом совмещается с его бесспорной эффективностью. Ситуация, как видим, действительно необыкновенная. «Теоретики имели обычай с самого начала почтительно называть эту трудность фундаментальной, но все это носило характер какой-то официальной почтительности, которой следует придерживаться по большим теоретическим праздникам. В длительные теоретические будни эти бесконечные выражения рассматривались как досадное недоразумение, и их просто игнорировали в практических приложениях теории. Как ни парадоксально, но это факт, что фундаментальные трудности, возникшие с самого начала создания современной теории, совсем не мешали ее удивительным успехам на протяжении более чем четверти столетия»³.

Если указанный поразительный факт не объяснить игрой чистого случая, то за ним приходится усматривать контуры какой-то глубокой причины, которая, хотя еще и не вскрыта, незримо присутствует в современных теориях и, в частности, находит

² Ср. W. Heisenberg. Doubts and hopes in quantum-electrodynamics.— Ph, 19, 897—908, 1953.

³ М. Марков. О современной форме атомизма.— ВФ, 4, 125, 1960.

свое выражение в методе возмущений. В таком предположении нет ничего экстравагантного. Присутствие неосознанных элементов истины, так сказать, авангардов или предвестников будущих теорий, в теориях существующих — вещь совершенно обычная; история физики на каждом шагу учит, что положения, типичные для каждой новой стадии научного развития, не были чужды и стадии предыдущей, хотя, как правило, и не были в свое время распознаны. Так же, возможно, обстоит дело и в данном случае. Тогда эффективность метода теории возмущений имеет не случайное, а закономерное, разумное основание, и, значит, в этой закономерности можно видеть путеводную звезду к будущей теории.

Именно такой взгляд на теорию возмущений был принят и развит Гейзенбергом в 1938 г. Гейзенберг, кроме того, предположил, что возможность ограничиваться в теории возмущений при разложении искомым величин в ряд первым членом ряда связана с существованием в природе элементарных интервалов длины и времени, причем следующим образом: первый, единственный конечный член ряда соответствует протяженностям и длительностям, большим по сравнению с ρ и τ ; остальные же члены ряда соответствуют пространственно-временным областям, меньшим ρ и τ и, следовательно, не имеющим физического смысла; поэтому-то все эти члены и бесконечны, т. е. тоже физически бессмысленны⁴.

Для математического оформления своей идеи Гейзенбергу пришлось разработать новую, релятивистски инвариантную форму метода возмущений. Предпринимая эту реформу теории возмущений, он исходил из убеждения, что в данном случае, так же как, например, в случае процедур обрезания и типов полей, теоретические возможности превышают возможности природы, соответственно с чем задача теоретика заключается в выборе из всех возможных способов разложения искомой величины того способа, который лучше всего соответствует действительности, т. е., как можно предполагать в данном случае, правильно учитывает те качественно новые явления, которые возникают в областях элементарных интервалов. При этом роль критерия при выборе нужного способа должно играть требование релятивистской инвариантности⁵.

Свою программу Гейзенберг выполнил на материале теории поля, применив, как это принято в теории вторичного квантования, схему квантовой механики. Последняя может быть охарактеризована следующей последовательностью действий: исходят из представления о частице определенной массы, заряда и спи-

⁴ См. сс. I.

⁵ W. Heisenberg. Über die in der Theorie der Elementarteilchen auftretende universelle Länge.— APh, 32, 20—33, 1938.

на; частице приписывают определенное местоположение и характеризуют его координатой x ; записывают уравнение

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi,$$

в котором ψ — функция координаты и времени:

$$\psi = \psi(x, t),$$

H — оператор энергии:

$$H = T + U,$$

где T — оператор кинетической энергии, U — энергия взаимодействия; решение этого уравнения дает функцию $\psi(x, t)$ по известной функции $\psi(x_0, t_0)$. В применении к полю этот рецепт, согласно Гейзенбергу⁶, выглядит следующим образом: исходим из представления о волновой функции $\psi(r, t)$, разложение которой в ряд Фурье

$$\psi(r, t) = \sum c_k a_k e^{ikr}$$

характеризуется коэффициентами a_k , которые толкуются как операторы, подчиненные определенным перестановочным соотношениям, причем так, чтобы имело место равенство

$$a_k^* a_k = N_k,$$

где N_k — число частиц в состоянии k ; записываем уравнение

$$i\hbar \frac{\partial \chi}{\partial t} = H\chi,$$

в котором χ — функция числа частиц и времени:

$$\chi = \chi(N_1, N_2, \dots, N_k, \dots; t),$$

H — оператор «энергии»:

$$H = T + U,$$

где T — оператор кинетической энергии, U — «энергия взаимодействия»; решение этого уравнения дает функцию $\chi(N, t)$ по известной функции $\chi(N^0, t_0)$.

Как видим, в схеме Гейзенберга, так же как в обычной квантовой теории поля, произведено смещение понятий в направлении отказа от пространственно-временной картины: в качестве аргументов выступают уже не координаты, а числа заполнения; вместо утверждения: «Частица находится там-то» во главу угла ставится положение: «В таком-то состоянии находится столько-то частиц»; выяснению подлежит вопрос уже не о том, находится ли в той или иной точке пространства частица, но о том,

⁶ См. со. 1.

имеются ли частицы в том или ином квантовом состоянии. Такой сдвиг исходных представлений, т. е. предпочтение понятиям скорости и координаты понятия квантового состояния, является типичной чертой современной физики микромира, физики, которая вскрыла относительность и условность первой группы понятий и важность второй.

Другой существенной чертой схемы Гейзенберга является сохранение в теории поля основного уравнения квантовой механики — уравнения Шредингера. Правда, здесь в это уравнение по необходимости вкладывается совершенно другой смысл, так как понятие энергии не имеет здесь своего прежнего значения, в частности, совершенно не ясно, что следует понимать под «энергией взаимодействия». В виде пробы Гейзенберг принял для этой последней величины одно частное выражение и показал, что тогда задача сводится к решению некоторого уравнения, в котором все ненулевые члены, кроме первого, расходятся. Эти члены, несомненно, в какой-то мере соответствуют расходящимся членам высшего порядка в обычном формализме теории возмущений, но здесь пренебрежение ими может быть обосновано указанием на то, что все они не удовлетворяют условию (117). Единственный конечный член, который только и рассматривается в новой теории, имеет вид

$$\frac{i}{\hbar} H_{jk} \int_{t_0}^t e^{\frac{i}{\hbar} (E_j - E_k) t} dt$$

и смысл оператора, переводящего функции $\chi_k(t_0)$ в функции $\chi_k(t)$.

Гейзенберг показал, что при подходящем выборе матрицы в последней формуле удовлетворительное объяснение получают как отдельные физические процессы (рассеяние волн на решетке и на ядрах, эффект Комптона и др.), так и вопрос о границах применимости теории⁷.

Рассмотренной работой Гейзенберга была доказана реальная возможность переформулировать современную релятивистскую квантовую теорию так, чтобы она, эта теория, нигде не приходила в противоречие с фактами, органически не охватывала все те эффекты, для которых величины порядка ρ и τ являются типичными характеристиками. Было доказано также, что переформулированная в указанном смысле теория свободна от бесконечностей. Образно говоря, Гейзенбергу, как искусному хирургу, удалось извлечь из организма современной теории инородные для нее эффекты порядка ρ и τ , нигде не повредив сам организм и, более того, освободив его от язвы бесконечностей. Интересно отметить, что изложенные идеи Гейзенберга спустя десять лет

⁷ Гейзенберг, сс. 1.

нашли мощное развитие в работах Томонага, Швингера, Фейнмана, Дайсона и других по перенормировке массы и заряда частиц в квантовой электродинамике.

Успех предприятия открыл возможность для перехода на следующую, более высокую ступень — на ступень построения теории, из которой элементарные интервалы длины и времени, а вместе с ними и бесконечные выражения исключались бы с самого начала. Попытка реализации этой программы также принадлежит Гейзенбергу и относится к 1943 г. Между прочим, первая его работа с таким содержанием посвящена, в связи с 60-летним юбилеем, Гейгеру — ученому, опыты которого с рассеянием быстрых альфа-частиц на легких атомах во многом способствовали в свое время становлению идеи элементарных интервалов (см. сс. 11 на стр. 66).

Новую программу Гейзенберг сформулировал с той же исходной позиции, которая некогда позволила ему прийти к матричному варианту квантовой механики — с позиции принципиально наблюдаемых величин. Предположив, что область пространства-времени порядка $\rho^3\tau$ является принципиально ненаблюдаемой, своего рода вечной terra incognita, и следовательно, «проблематичны все те высказывания квантовой теории, в которых речь идет о точном установлении пространственно-временного положения частицы», он, напротив, такие величины, как импульс и энергия, поперечники рассеяния и поглощения, вероятности рождения и т. п., принял за наблюдаемые. В будущей теории, согласно его убеждению, должны фигурировать только эти последние величины. Соответственно, только для них должен быть разработан новый математический аппарат. В качестве символа этого нового аппарата Гейзенберг предложил принять некую характеристическую матрицу, «S-матрицу», которая, по определению, должна описывать переходы между состояниями с одинаковыми энергиями и одинаковыми импульсами (тем самым из теории автоматически устранялись все бесконечности, обусловленные в обычной теории наличием промежуточных виртуальных состояний с произвольной энергией) и квадрат модуля элемента которой, $|S_{jk}|^2$, должен означать вероятность того, что в конце процесса будет реализовано состояние j , если в начале процесса имелось состояние k . Другими словами, S-матрица Гейзенберга была призвана перебросить мост через крошечную область недоступного, связать то, что возникает после этой области, с тем, что дано до нее, причем, как уже упомянуто, только для тех состояний, которые при форсировании зоны недоступности не изменили ни энергии, ни импульса⁶.

⁶ W. Heisenberg. Die beobachtbaren Grössen in der Theorie der Elementarteilchen.— ZPh, 120, 513—538, 673—702, 1943.

В методе S -матрицы, как он сформулирован выше, нетрудно усмотреть реализацию идеи дальнего действия⁹, той злополучной идеи, которая еще отсутствовала в учении Декарта, но уже торжествовала в учении Ньютона, была отвергнута в учении Максвелла, но вновь стала казаться правильной в применении к явлениям микромира¹⁰. Правда, реализация этой идеи в методе S -матрицы носит своеобразный характер: дистанции, через которые переносится взаимодействие, равны минимально допустимому отрезку длины. Поэтому, может быть, правильнее было бы говорить, что в методе S -матрицы в действительности имеет место своеобразное слияние концепции дальнего действия с концепцией ближнего действия. Во всяком случае, метод S -матрицы противостоит обычному, классическому методу, основанному на использовании функции Гамильтона, которая через посредство уравнений Шредингера и Дирака определяет непрерывное смещение волновой функции частиц в пространстве и во времени: по значению волновой функции в момент t и в точке x определяется значение ее в бесконечно близкий момент $t+dt$ и в бесконечно близкой точке $x+dx$. Согласно методу S -матрицы Гейзенберга, такое предельно строгое описание явлений природы является излишне точным и должно быть заменено описанием, при котором вместо дифференциалов dt и dx выступают конечные разности Δt и Δx . Тем самым на смену функции Гамильтона приходит функция Гейзенберга, на место гамильтониана H ставится «гейзенбергиан»¹¹ S .

Метод S -матрицы имеет ряд очевидных точек соприкосновения с некоторыми из попыток выйти за пределы существующей теории, уже рассмотренными в настоящей книге. Так, совершенно ясна, и это подтверждается генезисом самой идеи метода в работах Гейзенберга, зависимость метода от идеи элементарных интервалов пространства-времени. Не менее прозрачна связь метода с моделью протяженной частицы и с формализмом обобщенной δ -функции Дирака. Между прочим, поскольку в методе S -матрицы исключаются из рассмотрения малые пространственно-временные объемы, открывается возможность приписывать процессам, протекающим внутри них, любые отклонения от законов внешнего мира. Как известно, именно на допущении таких отклонений построена вся теория полей с нелокальным взаимодействием¹². Нетрудно уловить также некоторые общие черты у метода S -матрицы и у различных теорий

⁹ См. сс. 8.

¹⁰ Ср. Д. И в а н е н к о. Выступление в прениях по докладу В. Миткевича о «физическом» действии на расстояниях.— ИАН, 10, 1409, 1933.

¹¹ Д. И в а н е н к о. Устное замечание на семинаре в Московском университете. (1954 г.).

¹² Ср. Д. Б л о х и н ц е в. Замечания о возможном релятивистски-инвариантном обобщении понятия поля.— ЖЭТФ, 16, 480—482, 1946.

нелокальных полей, особенно у теорий билокального поля. Все это с несомненностью доказывает принадлежность метода S -матрицы Гейзенберга к тому же разряду научных средств, к которому относятся все ранее изложенные в этой книге приемы исследования, т. е., судя по всему, к разряду средств концепции дискретного пространства-времени.

Программа Гейзенберга в том виде, как она изложена выше, не могла быть выполнена полностью в то время и не может быть выполнена до сих пор, так как современное состояние науки не позволяет найти явное выражение для S -матрицы, удовлетворяющее всем перечисленным условиям и охватывающее все многообразие явлений микромира. Мы имеем здесь, следовательно, пример программы, продиктованной скорее интуицией, чем объективным состоянием науки. В этом смысле теория S -матрицы Гейзенберга представляет собой «раму», картина для которой еще должна быть написана¹³, или «схему», которая еще должна быть наполнена содержанием¹⁴.

Подобная ситуация является типичной для современного состояния всей теоретической физики. Стремление опередить свое время, взять «аванс» у будущего, стремление возводить здание в надежде на то, что последующее поколение подведет под него фундамент,— все это с несомненностью доказывает, что в нынешней теоретической физике уже явно чувствуется необходимость решительного выхода из круга общепринятых концепций, но еще нет ясного понимания того, как и куда должен быть совершен этот выход. Мы лучше знаем, какой будущая теория не должна быть, чем какой она будет, но этот род знаний, к сожалению, недостаточно конструктивен. Так, даже будучи уверенным в необходимости исключения из наглядной картины пространственных областей порядка 10^{-13} см, можно не уметь построить соответствующую теорию. Пример Гейзенберга, крупнейшего теоретика середины XX века, не сумевшего осуществить свою программу, убедительно показывает это.

Когда перед теоретиком нет прямой дороги к поставленной им цели, он ищет окольные пути. Окольный путь в данном случае подсказывала квантово-механическая теория рассеяния. Типичной чертой этой теории является, как известно, представление о двух волнах — падающей плоской и рассеянной сферической, суперпозиция которых

$$\psi \sim e^{-i\vec{k}\vec{r}} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (118)$$

¹³ N. Bohr. Problems of elementary-particle physics.— Report, p. 4; W. Heitler, N. Hu.— Proceedings of the Royal Irish Academy, Section A, 51, 124, 1947.

¹⁴ W. Pauli. Difficulties of field theories and of field quantization.— Report, p. 6. Ср., однако, W. Heisenberg. Two Lectures. Cambridge, 1949, p. 20.

рассматривается как результирующая, уходящая волна. Здесь $f(\theta)$ — функция угла рассеяния θ , учитывает влияние рассеивающего центра, т. е. в конечном счете определяется законом взаимодействия между рассеянной и рассеивающей частицами, и, с другой стороны, будучи найденной из опыта, служит для установления этого закона.

Легко заметить, что в выражении (118) налицо все, необходимое для выполнения программы Гейзенберга: волновая функция до акта столкновения, волновая функция после акта столкновения и величина $f(\theta)$, характеризующая переход от первой ко второй. В общем случае, когда частиц много и скорости их различны, т. е. когда процесс может идти по разным каналам, эта последняя величина имеет характер матрицы, что, между прочим, и определило выбор Гейзенбергом в качестве символа нового метода величины именно этого рода. Итак, квантово-механическая теория рассеяния решает программу Гейзенберга. Существенно, однако, то, что это решение дается для волн, находящихся на большом расстоянии от рассеивающего центра, даже, строго говоря, на бесконечно большом, короче — решение носит асимптотический характер. Соответственно, и теория S -матрицы, основанная на изложенном сопоставлении, приобретает асимптотический характер: метод S -матрицы становится методом матрицы рассеяния; вместо того, чтобы осуществлять переход ¹⁵

$$\psi(x + \rho) = S\psi(x), \quad (119)$$

конкретизированная таким способом S -матрица дает переход

$$\psi(\infty) = S\psi(-\infty). \quad (120)$$

Что касается поведения волновых функций вблизи центра взаимодействия, то этот вопрос в данном варианте метода остается полностью открытым ¹⁶.

Не найдя ничего лучшего, Гейзенберг принял и развил асимптотический вариант S -матрицы. Соотношение (120) служило ему при этом отправным пунктом для определения вида матрицы. Мы найдем этот вид из формулы (118), если разложим в ней плоскую волну по сферическим волнам. С точностью до несущественных коэффициентов в первом приближении такое разложение дает

$$\psi \sim e^{-ikr} - [2ikf(\theta) + 1]e^{ikr}. \quad (121)$$

Коэффициент в квадратных скобках в этом выражении, согласно определению (120), и представляет собой матрицу рассея-

¹⁵ Cp. E. Stueckelberg de Breidenbach. The present state of the S -operator theory.— Report, 199—200.

¹⁶ Гейзенберг, сс. 8.

ния. Значит, можно принять:

$$S = 1 + 2ikf(\theta). \quad (122)$$

Как видим, S -матрица, интерпретируемая как матрица рассеяния, по существу является другой формой записи функции рассеяния $f(\theta)$. Принятое выражение для нее оправдывает производимую иногда замену матрицы S матрицей R , связанной с первой соотношением

$$S_i^j = 1 + R. \quad (123)$$

Из него, далее, следует, если разложить функцию рассеяния по сферическим волнам, возможность еще такой часто употребляемой формы записи:

$$S(k) = e^{i\eta(k)}, \quad (124)$$

где η — так называемый фазовый сдвиг рассеянной волны. В общем случае η , так же как S , является матрицей. Задание матрицы η , очевидно, равносильно заданию матрицы S , и наоборот¹⁷.

Изучение матрицы рассеяния в том ее виде, как она определена выше, уже имело прецеденты в прошлом¹⁸; заслуга Гейзенберга состояла в данном случае в том, что он увидел в этом аппарате новый метод исследования, применил его для анализа ряда конкретных задач и указал принцип, на котором должен строиться метод, — принцип предъявления к S -матрице самых общих требований, таких, как релятивистская инвариантность и унитарность. Гейзенберг, короче говоря, «выступил мощным адвокатом этой концепции и дал первый вариант решения проблемы»¹⁹. Поэтому именно только с работ Гейзенберга, с момента его выступления по данному вопросу, в истории современной теоретической физики началась полоса развития, отмеченная применением метода S -матрицы. Подобные примеры, когда ученый, не будучи первооткрывателем в отношении какого-то экспериментального факта или теоретического представления, становится тем не менее родоначальником нового направления исследования, базирующегося на этом факте или представлении, весьма часто встречаются в истории науки (см., например, I, стр. 12 и 15).

Асимптотический вариант S -матрицы Гейзенберга, в отличие от первоначального, программного варианта, нашел для себя в физике обильную питательную почву, получил всеобщую

¹⁷ Гейзенберг, сс. 8.

¹⁸ J. Wheeler. On the mathematical description of light nuclei by the method of resonating group structure. Determination of scattering matrix.— *PhR*, 52, 1116—1119, 1937.

¹⁹ H. Margenau. The Nature of Physical Reality. A Philosophy of Modern Physics. N. Y., 1950, p. 156.

поддержку, был развит и усовершенствован. В течение ряда лет обсуждение различных сторон этого варианта составляло заметную часть общей теоретической работы, в частности, S -матрица как матрица рассеяния главным образом в той форме, которую придали ей Фейнман и Дайсон, играла «центральную роль в развитии и успехах теории поля»²⁰.

В той же мере успешным, отметим это попутно, оказался принцип объяснения конкретных физических эффектов на основе самых общих предположений о свойствах S -матрицы, без учета деталей взаимодействия частиц и полей. Кроме названных требований ковариантности и унитарности, фундаментальную важность обнаружили требования причинности и аналитичности. Разнообразный мир микроявлений предстал как следствие немногих общих принципов. Только в ходе этого развития прояснилось, между прочим, значение того, известного уже давно факта, что многие явления ядерной области не зависят от тонких черт потенциала.

Асимптотический вариант S -матрицы потребовал значительного отхода от идеи оператора, перебрасывающего мост через элементарную область пространства-времени. В этом варианте, так сказать, мост переброшен не только через элементарную область, но и через все прилегающие области. Другими словами, шаг сделан хотя и в правильном направлении, но слишком широким. С точки зрения концепции дискретности это не может не вызвать известного разочарования. Разочарование, впрочем, отчасти компенсируется, если обратить внимание на следующую сторону дела.

Обычная, точечная теория страдает именно из-за того, что оперирует с точками; освобождение от точек принесло бы ей облегчение. Теория матрицы рассеяния, согласно сказанному, исключает из рассмотрения не только точки, но и конечные интервалы. Теория матрицы рассеяния, таким образом, является другой крайностью по отношению к обычной теории. Имеем обычную теорию и теорию матрицы рассеяния, мы как бы берем проблему элементарных интервалов в клещи, получаем возможность атаковать ее и с фронта и с тыла. Это, без сомнения, — позиция, которая радует каждого поборника истины. Не исключено даже, что занятие подобной позиции является необходимым условием решения проблемы, что, иначе говоря, решить данную проблему можно только такими совместными действиями, наступаая одновременно с обеих сторон. Интересно отметить, что и сам Гейзенберг, хотя и по другим причинам, не считая метод матрицы рассеяния исчерпывающим и окончательным, склонялся к мнению, что будущая, истинная теория микроявлений нахо-

²⁰ С. Швебер, Г. Бете, Ф. Гофман. Мезоны и поля, том I. М., 1957, стр. 194.

дится где-то между классическим формализмом с его функцией Гамильтона и формализмом матрицы рассеяния²¹. Ассоциируя эту будущую теорию с теорией S -матрицы Гейзенберга в ее первоначальной, программной форме, мы можем сказать, что задача дальнейшего развития в данной области должна состоять в переходе от асимптотической формы S -матрицы к ее полной форме, в переходе от (120) к (119).

Намеченный переход, если он вообще возможен, не может быть совершен легко и просто. Чтобы убедиться в этом, достаточно обратить внимание на следующее обстоятельство. Развитие формализма асимптотической S -матрицы потребовало далеко идущего отказа от всех исходных положений Гейзенберга. «Хотя руководящими идеями Гейзенберга были идеи фундаментальной длины, ограничивающей пространственно-временное описание, предложенный им математический аппарат фактически не содержит фундаментальной длины»²². «Строго говоря, математический аппарат предлагаемой Гейзенбергом теории не адекватен его физической программе»²³. Из этих замечаний с несомненностью следует, что метод матрицы рассеяния не может быть непосредственно обобщен на случай S -матрицы в строгом смысле этого слова. Более того, «в теории Гейзенберга не указано никаких общих путей, которыми фундаментальная длина могла бы быть введена в теорию»²⁴, и указание таких путей отнюдь не является тривиальным делом. Наконец, показательным является следующий психологический факт: вторая часть основополагающей работы Гейзенберга, целиком посвященная обсуждению асимптотического варианта S -матрицы, является единственной среди работ Гейзенберга того периода, в которой он не упоминает о своей *idée fixe* — о решающей роли фундаментальной длины в будущей теории микроявлений.

Отход асимптотического варианта S -матрицы от концепции дискретности проявился также в появлении в рамках этого варианта расходящихся выражений, причем того же типа, который характерен для точечных теорий. Расходимости потребовали изучения способов их устранения, и среди предложенных рецептов фигурировали некоторые способы из арсенала концепции дискретности, в частности тот самый способ фундаментальной длины, который послужил основой всего метода²⁵. Таким

²¹ W. Heisenberg. Der mathematische Rahmen der Quantentheorie der Wellenfelder.— ZN, 1, 608—622, 1946; S. 620.

²² М. Марков. Об одном критерии релятивистской инвариантности, стр. 798.— ЖЭТФ, 16, 790—799, 1946.

²³ М. Марков. Затруднения теории излучения, стр. 283.— УФН, 29, 269—304, 1946.

²⁴ Д. Блохинцев. Релятивистски-инвариантное обобщение законов взаимодействия элементарных частиц, стр. 108—109.— Ученые записки МГУ, 77, 101—111, 1945.

²⁵ Например, Д. Блохинцев, сс. 24, стр. 108.

образом, метод S -матрицы из инструмента для решения проблемы расходимостей, каковым его можно было считать на основании его происхождения, в той асимптотической форме, которую он принял, превратился в еще одну область физики, требующую решения этой проблемы.

Один из мыслимых путей приближения к теории S -матрицы со стороны теории матрицы рассеяния состоит, согласно сказанному выше, в сужении пространственно-временных интервалов, фигурирующих в этой последней теории,— в переходе от бесконечно больших интервалов времени и пространства к конечным интервалам времени и пространства. Возможность такого перехода действительно существует, хотя многое в нем еще остается неясным.

Время движения рассеиваемой частицы, вообще говоря, не равно времени движения свободной частицы по той же траектории и с той же скоростью, так как рассеиваемая частица может или отстать от свободной, если в момент рассеяния произойдет образование сложной системы, которая просуществует некоторое время, или, наоборот, опередить ее, если при рассеянии она каким-либо образом «срежет» часть пути, например, пройдя через рассеивающий протяженный центр, лишь слегка коснувшись его. Поэтому можно ввести понятие временного отставания рассеиваемой частицы от свободной частицы, не забывая, конечно, что это «отставание» иногда может быть опережением. Было показано²⁶, что определенное таким образом временное отставание рассеиваемой частицы в случае короткодействующих сил при достаточно большой длине траектории частицы не зависит от этой длины и определяется производной фазового сдвига по энергии:

$$\Delta t = \frac{d\eta}{cdk}. \quad (125)$$

Аналогичное рассуждение может быть проведено и в случае неупругого рассеяния, но выражение для отставания рассеиваемой частицы в этом случае значительно сложнее²⁷.

Теория матрицы рассеяния, в которой отставание по времени рассеиваемых частиц определяется формулой (125), разумным образом преобразуется в обычную квантовомеханическую теорию рассеяния²⁸. Это доказывает, что формула (125) является правильной и что картина рассеяния в рамках теории матрицы

²⁶ L. Eisenbud (цитировано по: E. Wigner. Lower limit for the energy derivative of the scattering phase shift.— PhR, 98, 145—147, 1955).

²⁷ F. Smith. Lifetime matrix in collision theory.— PhR, 118, 349—356, 1960.

²⁸ M. Goldberger, K. Watson. Concerning the notion of «time interval» in S -matrix theory.— PhR, 127, 2284—2286, 1962.

рассеяния допускает временную интерпретацию, хотя и не в точном, а в грубом, так сказать, в «крупнозернистом» смысле²⁹.

Рассуждая по аналогии, удалось ввести в теорию матрицы рассеяния понятие и пространственного конечного интервала, причем эта величина, имевшая смысл пространственного сдвига рассеянной волны, оказалась аналогом классического прицельного расстояния, т. е. длины перпендикуляра, опущенного из рассеивающего центра на направление падающего пучка³⁰. Тем самым картине рассеяния в рамках теории матрицы рассеяния была дана и пространственная интерпретация, и опять-таки в том же грубом, крупнозернистом плане³¹.

С отмеченным направлением развития при желании можно связывать далеко идущие надежды. Не исключено, что, развивая и совершенствуя пространственно-временную интерпретацию событий в теории матрицы рассеяния, мы придем к новому представлению об элементарных интервалах длины и времени и к выяснению свойств физического мира на том рубеже, на котором пространственно-временная картина событий снимает себя. В изложенных работах привлекательными в этом отношении кажутся, во-первых, необходимость крупнозернистого пространственно-временного фона и, во-вторых, взгляд на элементарный интервал длины как на дистанцию минимального сближения частиц в процессах рассеяния.

Генетическая связь метода S -матрицы с концепцией дискретного пространства-времени заставляет думать, что внутреннее родство этих двух направлений мысли, существовавшее в начале пути, должно было проявиться и в дальнейшем. Это тем более вероятно, что метод матрицы рассеяния, как уже говорилось, получил в физике самое широкое признание, подвергся глубокому всестороннему развитию и, в частности, «оказал сильное влияние на методологию всей науки»³². Было бы, во всяком случае, важно для концепции пространственно-временной дискретности и поучительно для логики истории физики проследить с этой точки зрения за эволюцией учения о S -матрице и попытаться выделить в бурном потоке процесса познания те струи, которые и далеко от источника продолжали сохранять на себе «родимые пятна» концепции дискретности.

При взгляде на историю матрицы рассеяния под таким углом зрения внимание исследователя сосредоточивается прежде всего на попытках применения метода к описанию связанных систем, главным образом атомных ядер, размеры которых, как известно, имеют одинаковый порядок величины с предполагае-

²⁹ Голдбергер, Ватсон, сс. 28.

³⁰ M. Froissart, M. Goldberger, K. Watson. Spatial separation of events in S -matrix theory.— PhR, 131, 2820—2826, 1963.

³¹ Там же.

³² Маргенау, сс. 19, стр. 156.

мым размером одона. Единообразное описание и процессов рассеяния (включая процессы поглощения и испускания) и связанных систем с самого начала входило в намерения Гейзенберга³³, но осуществить это удалось не сразу³⁴. Асимптотическая форма S -матрицы, определяя поперечники рассеяния для двух данных частиц, энергии стационарных состояний системы этих частиц, вообще говоря, оставляет совершенно произвольными³⁵. Другими словами, матрица рассеяния без дополнительных предположений не охватывает случай стационарных состояний, являясь, таким образом, методом описания исключительно состояний нестационарных.

Подобная ограниченность любого метода описания должна считаться скорее правилом, чем исключением. В самом деле, в случае рассеяния мы имеем типичное непрерывное явление, в случае связанных систем — типичное дискретное явление. Непрерывность же и дискретность — антагонисты, противоположности, несовместимые друг с другом. Поэтому описание непрерывных и дискретных процессов в рамках единой теории всегда по справедливости считалось верхом математического искусства и до сих пор достигнуто лишь в весьма ограниченном числе случаев. В квантовой механике такое объединение достигается благодаря особенностям волновых уравнений, позволяющим сводить проблему квантования к проблеме собственных значений; в квантовой теории поля — благодаря особенностям перестановочных соотношений, позволяющим производить дискретизацию непрерывных полей. Удастся ли достичь подобного объединения и в теории S -матрицы и если удастся, то благодаря чему, — вопрос, на который без специального исследования нельзя было дать ответа. Тот факт, что ответ дать удалось и он оказался положительным, следует, в силу сказанного, квалифицировать как новый большой триумф метода S -матрицы.

Характер необходимого обобщения рассматриваемой теории подсказывается выражением (118). Первый член этого выражения при всех вещественных значениях импульса имеет синусоидальный характер, что типично для волновых функций свободных частиц. Если же импульсу придать мнимое (и отрицательное) значение, мы получим убывающую экспоненту, $e^{-ik'r}$, которая уже типична для волновых функций замкнутых систем. Таким образом, по крайней мере в принципе мы имеем возможность, придавая импульсу и действительные и мнимые значения, учитывать наряду с непрерывным спектром спектр дискретный. Заметим, что при мнимом отрицательном значении импульса второй член в формуле (118) будет экспоненциально возрастать.

³³ См. сс. 8.

³⁴ См., например, сс. 21.

³⁵ C. Møller. General properties of the characteristic matrix in the theory of elementary particles. — DVS, 23, N 1, 1945.

Поскольку такой рост физически бессмыслен, нам не остается другого выхода, как положить коэффициент при этом члене равным нулю. Но этот коэффициент, как мы знаем, есть сама S -матрица рассеяния. Итак, имеем уравнение

$$S(k) = 0, \quad (126)$$

корни которого — «нули S -матрицы», — если только все изложенные рассуждения имеют какой-нибудь смысл, должны давать согласные с квантовой механикой и различные в различных случаях энергетические уровни стационарных состояний связанных систем³⁶.

Заметим сразу же, что мнимые импульсы, соответствующие, согласно сказанному, дискретному спектру, по абсолютной величине всегда меньше действительных, соответствующих непрерывному спектру. В самом деле, из релятивистского соотношения

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{e^2 - m_0^2 c^4}$$

следует, что действительные значения импульсов имеют место при $e > m_0 c^2$, а мнимые — при $e < m_0 c^2$; большей же энергии соответствует больший по абсолютной величине импульс. Таким образом, на осях комплексной плоскости стационарным состояниям квантовых систем отвечают точки, расположенные вблизи начала координатной системы.

Количественная проверка на конкретных примерах показала, что произведенное обобщение дает хорошие результаты. Расчеты были сделаны сначала для частиц, взаимодействующих по закону Кулона и по закону в форме прямоугольной ямы³⁷, затем — для случая экспоненциального взаимодействия³⁸. Во всех случаях полученные спектры совпали с квантовомеханическими.

Переход к мнимым значениям импульса является, очевидно, частным случаем выхода в область комплексных значений энергии-импульса. Подобный выход, как известно из курса теории функций комплексного переменного, допустим только для аналитических функций и представляет собой так называемое аналитическое продолжение функции в область комплексного переменного. Волновые функции во всех физически важных случаях обладают нужными свойствами и их аналитическое продолжение уже давно позволило получить много важных результатов, например, в теории дисперсии света. Возможность анали-

³⁶ Н. Крамерс, устное сообщение Гейзенбергу (см., например, D. Ter Haar, Ph. 12, 501, 508, 1946).

³⁷ W. Pauli (цит. по Ма, сс. 38).

³⁸ S. M. Redundant zeros in the discrete energy spectra in Heisenberg's theory of characteristic matrix.— PhR, 69, 668, 1946.

тического продолжения для элементов S -матрицы требовала специального доказательства, которое неожиданно оказалось сложнее, чем можно было ожидать, и было дано только после того, как выяснилась фундаментальная роль еще одного общего требования, предъявляемого к S -матрице,— требования причинности³⁹. Но, как это часто случается в физике (см., например, I, стр. 36), еще до того как строгое доказательство аналитичности матричных элементов S -матрицы было дано, продолжение матрицы в область комплексного переменного было испробовано и результаты, которые оно позволило получить, подвергнуты обсуждению. Результаты эти поистине удивительны.

В теории функций комплексного переменного важную роль играют понятие нуля функции — точки, в которой функция обращается в нуль, и понятие полюса функции — точки, в которой функция обращается в бесконечность. Понятия нуля и полюса оказались важными и в теории S -матрицы. В частности, классификацию результатов, о которых упомянуто выше, удобно связать именно со свойствами нулей и полюсов S -матрицы.

Придадим кинетической энергии частицы комплексное значение: $W=x+iy$. Тогда, как выяснилось во второй половине 40-х годов в итоге коллективных усилий ряда исследователей, в первую очередь Мёллера, матрица рассеяния может быть применена для описания самых различных процессов. Так, вычеты ее элементов в полюсах нижнего правого квадранта комплексной плоскости дают формулы, описывающие радиоактивный распад атомных ядер, причем действительная часть комплексной переменной имеет смысл энергии распада, а мнимая часть пропорциональна постоянной распада⁴⁰. Кроме того, в этом же квадранте могут быть получены формулы, описывающие спонтанное излучение света, причем действительная часть энергии означает в этом случае частоту излучаемых волн, а мнимая характеризует затухание⁴¹. В верхней полуплоскости полюсам S -матрицы отвечают формулы резонансного рассеяния нуклонов на ядрах, причем действительная часть комплексной кинетической энергии имеет смысл энергии резонансного уровня, а мнимая часть характеризует ширину дисперсионной линии⁴².

³⁹ См., например, Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. М., 1958.

⁴⁰ C. Møller, General properties of the characteristic matrix in the theory of elementary particles. II.—DVS, 22, N 19, 1946; New developments in relativistic quantum theory.—N, 158, 403—406, 1946.

⁴¹ G. Wentzel. Zwei Bemerkungen zur Theorie der Streumatrix.—NPhA, 21, 49—58, 1948.

⁴² N. Hu. On the application of Heisenberg's theory of S -matrix to the problems of resonance scattering and reactions in nuclear physics.—PhR, 74, 131—140, 1948 (перевод: ПСФ, 2, 13—27, 1957). См. также А. Ахизер, И. Померанчук. К теории резонансного рассеяния частиц.—ЖЭТФ, 18, 603—608, 1948.

Нулям S -матрицы соответствуют формулы, отображающие в нижнем правом квадранте процессы аннигиляции элементарных частиц, в том числе K -захват электронов, в верхнем левом квадранте — процесс рождения элементарных частиц, в том числе радиоактивный β -распад⁴³.

Таков чрезвычайно богатый урожай результатов, полученных аналитическим продолжением собственных значений матричных элементов матрицы рассеяния в комплексную плоскость кинетической энергии. Важно понимать, что все эти разнообразные результаты получены с помощью матрицы, построенной для описания только процессов упругого рассеяния. До тех пор иерархия систем описания носила в квантовой теории обратный характер: сначала строилась теория для более сложных процессов, типа радиоактивного распада или спонтанного излучения, а затем, как частные случаи, из нее получали результаты для рассеяния. Метод аналитического продолжения S -матрицы позволил, следовательно, перевернуть традиционный прием. В этом, при желании, можно видеть одно из главных гносеологических достоинств данного метода⁴⁴.

И еще одна черта в методе аналитического продолжения S -матрицы достойна всяческого удивления: ведь обобщение энергетической переменной в этом методе производится на область, явно не имеющую физического смысла, — на область комплексных значений, и тем не менее оно непостижимым образом оказывается исключительно плодотворным с точки зрения результатов, имеющих несомненный физический смысл! В чем причина этого загадочного эффекта? Как можно думать, здесь в новой форме проявился тот же самый факт, который имеет место в алгебре, где для отыскания вещественных корней алгебраических уравнений с вещественными коэффициентами также иногда приходится прибегать к помощи комплексных чисел. И там, как известно, этот факт не имеет разумного объяснения. Какой же это мощный и в то же время странный инструмент исследования, комплексные числа! Не ошибался, видимо, Лейбниц, восхищаясь их необычными свойствами еще в тот период, когда они только что входили в науку.

Возможность в рамках единой теории S -матрицы объяснить с помощью комплексных чисел и непрерывный и дискретный спектры невольно заставляет предположить, не обязаны ли комплексным числам и аналогичные способности квантовой меха-

⁴³ W. Heitler, N. Hu. Interpretation of complex roots of the S -matrix.— *N*, 159, 776—777, 1947. Proton isobars in the theory of radiation damping.— *Proceedings of the Royal Irish Academy, Section A*, 51, 123—140, 1947. См. также K. Wildermuth. Das analytische Verhalten der asymptotischen Wellenfunktion und die S -bzw. η -Matrix für mehrere Teilchen.— *ZPh*, 127, 92—152, 1949.

⁴⁴ Ср. Венцель, сс. 41, стр. 56.

ники и квантовой теории поля. Иначе говоря, может быть именно комплексный характер волновых уравнений квантовой механики и комплексный характер коммутационных соотношений квантовой теории поля имеют решающее значение для эффективного применения этих наук при анализе как непрерывных процессов, типа рассеяния, так и дискретных процессов, типа внутриатомных переходов. В данной связи интересно также обратить внимание на то, что выход в комплексную область значений динамических переменных является не единственной формой обращения современной теоретической физики к явно нефизическим величинам: можно было бы напомнить еще о многомерном конфигурационном пространстве квантовой механики, об индефинитной метрике гильбертового пространства в некоторых теоретических схемах последнего времени и о ряде других аналогичных приемов, о которых, в частности, упоминалось на стр. 265 и 267.

Аналитическое продолжение матричных элементов S -матрицы в комплексную плоскость энергии-импульса оказалось плодотворным не только для распространения метода матрицы рассеяния на случай связанных систем, но и для самой теории рассеяния, т. е. для той теории, ограниченность которой потребовала этого продолжения. Суть преимущества обобщенной на комплексную область теории рассеяния состоит в возможности записать для вещественной и мнимой частей комплексной амплитуды рассеяния как функции комплексного волнового числа, $\psi(k)$, следующие три выражения:

1) формулу для интенсивности рассеяния частиц на каждый данный угол:

$$I = |\operatorname{Re} \psi(k)|^2 + |\operatorname{Im} \psi(k)|^2;$$

2) формулу для полного поперечника рассеяния частиц в направлении падающего пучка (рассеяние вперед) — «оптическую формулу»

$$\sigma = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \psi(k);$$

3) соотношение между действительной и мнимой частями амплитуды рассеяния — так называемое «дисперсионное соотношение», которое в простейшем случае имеет вид

$$\operatorname{Re} \psi(k) = \frac{1}{2\pi i} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \psi(k')}{k - k'} dk',$$

где \mathcal{P} означает, что интеграл берется в смысле главного значения. В этих трех формулах две величины — интенсивность и полный поперечник рассеяния — экспериментально измеримы; фор-

мулы образуют, следовательно, своего рода систему трех уравнений с двумя неизвестными, $\text{Re}f$ и $\text{Im}f$. Разрешимость такой системы — вещь далеко не тривиальная. Значит, открывается возможность, в дополнение к обычному, фазовому анализу, определять вид амплитуд рассеяния вперед по результатам экспериментальных измерений. Отсюда принципиальное значение данного метода, получившего название метода дисперсионных соотношений⁴⁵.

Специально для концепции дискретного пространства-времени метод дисперсионных соотношений важен и интересен содержащейся в нем возможностью экспериментально решить с его помощью вопрос о существовании в природе фундаментальной длины. Возможность эта выясняется из следующих рассуждений. Вид дисперсионных соотношений существенно зависит от того, распространяется условие причинности на любую малую область пространства-времени или имеет место только вне некоторого конечного объема: в первом случае условие причинности требует обращения в нуль коммутаторов для токов, взятых в любых двух разных точках пространственно-подобной поверхности (т. е. поверхности, исключаемой из физического рассмотрения гипотезой о предельной скорости распространения сигнала), как бы близко ни были расположены эти точки; во втором случае коммутатор обращается в нуль только для точек, разделенных пространственно-подобным интервалом, большим некоторой длины a ⁴⁶. В последнем случае дисперсионные соотношения теряют свой обычный смысл, ибо амплитуда рассеяния уже не может быть обычным способом расщеплена на дисперсионную и адсорбционную части, если только не выполнено условие $a \ll b$, где b зависит от рода изучаемого процесса и, например, когда изучаемым процессом является рассеяние пионов на нуклонах, имеет порядок комптоновой длины волн для рассеиваемых частиц, т. е. порядок элементарной длины: $b = \rho$ ⁴⁷. Значит, существование в природе области принципиальной акаузальности размером в один одон с неизбежностью должно заставить изменить вид дисперсионных соотношений, выведенных на основе точечного представления о пространстве-времени. Необходимое изменение состоит в умножении амплитуды рассеяния на

⁴⁵ Ср. Н. Боголюбов, Б. Медведев, М. Поливанов. Вводная статья к сборнику статей «Дисперсионные соотношения». — ПСФ, 2, 3—11, 1957, стр. 4—5.

⁴⁶ M. Goldberger. Causality conditions and dispersion relations. I. Boson fields. — PhR, 99, 979—986, 1955; p. 985 (перевод: ПСФ, 2, 121, 1957).

⁴⁷ R. Oehme. Dispersion relations for pion-nucleon scattering. I. The spin-flip amplitude. — PhR, 100, 1503—1512, 1955; p. 1511. См. также В. Сугула. О дисперсионных соотношениях в нелокальной теории поля. — ДАН, 140, 100—102, 1961.

e^{iEt} , где E — комплексная энергия частицы⁴⁸, причем модифицированная таким образом теория дисперсионных соотношений приобретает нечто общее с теорией нелокального взаимодействия⁴⁹, о которой шла речь в § 5.2.

Итак, теория дисперсионных соотношений действительно позволяет решить вопрос о существовании в природе фундаментальной длины. В возможности применить дисперсионные соотношения с целью решения этого вопроса можно, при желании усматривать главное достоинство всей теории дисперсионных соотношений⁵⁰.

В настоящее время из-за большой неточности экспериментальных данных о характеристиках рассеяния элементарных частиц и легчайших ядер, с одной стороны, и сложности математического аппарата, используемого при выводе дисперсионных соотношений, с другой стороны, еще не представляется возможным в рамках этой теории однозначно решить вопрос о существовании или несуществовании элементарной длины^{50а}, но уже сам тот факт, что развитие метода S -матрицы привело к постановке такого вопроса, причем на реальной экспериментальной основе и в категорической форме, является симптоматичным и воодушевляющим. Данный факт свидетельствует, как можно думать, о том, что в теории дисперсионных соотношений вновь всплыла на поверхность та первоначальная идея метода Гейзенберга, которая была отодвинута на задний план в теории матрицы рассеяния, и доказывает тем самым, что дисперсионные соотношения квантовой теории поля во всех их формах не только формально, но и по существу восходят своими истоками к соображениям Гейзенберга о специфической роли S -матрицы⁵¹.

Отмеченный след концепции дискретности на поверхности потока развития, базирующегося на аналитическом продолжении S -матрицы в область комплексных значений энергии-импульса, является не единственным в своем роде. Нечто подобное мы обнаружим и в собственной теории S -матрицы, если обратимся к истории борьбы с одним нежелательным следствием данного аналитического продолжения — с так называемыми лишними нулями.

⁴⁸ Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М., 1957, стр. 375.

⁴⁹ Y. Miyatake. Nonlocal interactions and dispersion relations.—PTP, 21, 562—568, 1959.

⁵⁰ Боголюбов и Ширков, сс. 48, стр. 378 и 430.

^{50а} Ср. В. Барашенков. Об экспериментальной проверке принципа причинности.—ВФ, 2, 108—110, 1965.

⁵¹ Ср. Н. Боголюбов, Б. Медведев, М. Поливанов, сс. 45, стр. 3; А. Бродский. Вступительная статья к сборнику статей: Новый метод в теории сильных взаимодействий. Двойные дисперсионные представления. М., 1960; стр. 5.

Проблема лишних нулей

Изучение результатов, к которым приводит расширение области значений аргументов S -матрицы на комплексные числа, показало недостаточность условия (126): это условие, кроме нулей, имеющих физический смысл, дает еще нули, которые никакого физического смысла не имеют⁵².

Надо сказать, что лишние нули появляются при аналитическом продолжении и обычных волновых функций, но там, в квантовой механике, они не причиняют неприятностей, так как устраняются наложением определенных разумных требований на решения волнового уравнения. В теории S -матрицы такой возможности не существует⁵³. Здесь, следовательно, нужно ввести какое-то новое дополнительное условие, которое бы позволило отделять ложные нули от истинных.

Сама по себе поставленная задача не вызывает каких-либо возражений. Полнота ранее наложенных на S -матрицу требований отнюдь еще не была доказана и потому необходимость еще одного требования не могла казаться противоестественной. Если бы удалось сформулировать новый критерий в ясной и четкой форме, можно было бы считать, что открыт еще один важный принцип, столь же необходимый для построения непротиворечивой теории, как необходимы уже ранее наложенные на S -матрицу условия ковариантности и унитарности. Что касается методологического обоснования нового принципа, то это уже совершенно новая задача, которая, как правило, решается намного позже после того, как новый принцип введен, проверен, применен и принят.

Первая по времени формулировка искомого критерия наметилась в результате исследования общих свойств S -матрицы и состояла в указании на необходимость выполнения в нулевых точках матрицы условия⁵⁴

$$\frac{\partial S}{\partial k} < 0.$$

Применение этого требования к решениям уравнения Шредингера с потенциалом в форме экспоненты подтвердило его эффективность: выяснилось, что решение, соответствующее лишним нулям, не удовлетворяет данному условию⁵⁵. В общем случае, однако, указанная формулировка критерия не оправдала

⁵² М а, сс. 38.

⁵³ Там же.

⁵⁴ Мёллер, сс. 40, формула 108; С. Мøller. On the theory of the characteristic matrix.— Report, 194—199.

⁵⁵ D. Ter Haar. On the redundant zeros in the theory of the Heisenberg matrix.— Ph, 12, 501—508, 1946.

себя, причем выяснилось это только после того, как удалось вскрыть истинную причину появления ложных нулей.

Элементы матрицы S , как правило, носят мероморфный характер, т. е. изображаются частными двух целых функций. Эти функции удобно взять в форме асимптотических сферических волн, входящей $f(-k)$ и выходящей $f(k)$, т. е. удобно принять для элементов матрицы выражение

$$S(k) = \frac{f(k)}{f(-k)}. \quad (127)$$

Такая матрица исчезает не только в нулях числителя, но и в полюсах знаменателя (в общем случае — в особых точках знаменателя). Нули матрицы S на мнимой оси, как уже нам известно, соответствуют реальному спектру. Полюса матрицы на той же оси, но по другую сторону от начала координат, как выяснилось в процессе специального исследования, являются причиной фиктивного спектра. Иначе говоря, лишние нули S -матрицы — это полюса ее знаменателя в формуле (127)⁵⁶.

Полюс — точка нарушения аналитичности функции. Поэтому после установления указанного факта задача по устранению лишних нулей S -матрицы превратилась в задачу по изучению неаналитичности элементов S -матрицы на мнимой полуоси. Решение последней задачи потребовало больших усилий на протяжении нескольких лет и, когда, наконец, было дано, ознаменовало собой вступление теоретической физики в новую большую полосу развития.

Было замечено, что лишние нули пропадают, если силы между частицами или перестают действовать на некотором, хотя и произвольно большом, но обязательно конечном расстоянии⁵⁷, или описываются функцией, убывающей с увеличением расстояния между частицами не медленнее, чем кривая ошибок Гаусса, точнее, функцией $V(r)$, удовлетворяющей условию⁵⁸

$$\lim_{r \rightarrow \infty} e^{\kappa r} V(r) = 0, \quad \kappa > 0.$$

Необходимость обрезания сил в первом случае обусловлена тем, что предельный переход, столь обычный в подобных условиях, в теории аналитических функций недопустим: если радиус обрезания устремляется к бесконечности, матрица S теряет определенный смысл, причем как для кулонова, т. е. медленноубываю-

⁵⁶ R. Jost. Bemerkungen zu der vorstehenden Arbeit.— Ph, 12, 509—510, 1946; Über die falschen Nullstellen der Eigenwerte der S-Matrix.— NPhA, 20, 256—266, 1947.

⁵⁷ S. M. a. On a general condition of Heisenberg for the S-matrix.— PhR, 71, 195—200, 1947.

⁵⁸ Jost, сс. 56.

щего, так и для экспоненциального, т. е. быстроубывающего, потенциалов⁵⁹.

Таким образом, чтобы освободиться от нефизического спектра, можно пользоваться или сверхбыстроубывающими потенциалами, или любыми другими, но в этом последнем случае обрезанными на некотором конечном расстоянии. Формально против такого ограничения трудно что-нибудь возразить, но с физической точки зрения оно явно неприемлемо. В теоретической физике уже давно и прочно вошло в традицию доверять экспоненте и верить в нечувствительность теории к тонким чертам ядерного потенциала. Теперь же требовалось от экспоненты отказаться и, кроме того, признать, что обрыв потенциала на большом расстоянии от источника, иначе говоря, там, где он явно уже не оказывает никакого заметного физического действия, коренным образом меняет теоретическую картину. Все это доказывало наличие в обсуждаемой теории какого-то внутреннего дефекта, какой-то скрытой червоточины, ставящей всю теорию под сомнение⁶⁰.

При желании в создавшейся ситуации можно усмотреть указание на непригодность концепции непрерывности, математическим выражением которой являются аналитические функции, для научного описания реальной действительности. Мы имеем здесь пример причинно-следственного ряда, аналитически безукоризненного, но физически неприемлемого: определение аналитической функции на некотором отрезке оказывается решающим и там, где оно с физической точки зрения не может иметь никакого значения. Весь эпизод с потенциалами можно поэтому расценивать как злую шутку, которую сыграла с физиками теория аналитических функций.

Поскольку, далее, представителем непрерывности в обсуждаемой физической теории является потенциал, а само обсуждение ведется в рамках теории S -матрицы, основанной на идеях дискретности, тот же эпизод может быть истолкован как рецидив антагонизма между концепцией непрерывности и концепцией дискретности, проявившийся в форме несовместимости идеи потенциала с идеей S -матрицы. Этот последний взгляд на вещи находит подтверждение в истории той проблемы, которую мы сейчас разбираем.

В процессе разработки улучшенных методов определения потенциала частицы по данным о рассеянии и о связанных состояниях частиц (это направление развития неизменно прогрессировало с того самого момента, когда на порядок дня физики встала проблема ядерных сил) было обнаружено, что в случае частиц, обладающих не только непрерывным, но и дискретным

⁵⁹ Тер Хаар, сс. 55.

⁶⁰ Ср. N. van Kampen. S -matrix and causality condition.— PhR, 91, 1267—1276, 1953 (p. 1276), перевод: ПСФ, 2, 60, 1957.

спектром, можно построить для каждого данного орбитального состояния разные потенциалы, дающие одинаковые фазовые сдвиги рассеянных волн, но различные энергетические уровни связанных систем⁶¹. Отсюда тотчас же следовало, что задание матрицы рассеяния в теории потенциала не определяет энергий связанных состояний, т. е. формализм S -матрицы в рамках этой теории не охватывает, вопреки намерению Гейзенберга, и непрерывные и дискретные процессы⁶². Вскоре было показано, что неоднозначность определения энергий связанных состояний по фазовым сдвигам S -волны в теории потенциала является следствием существования тех самых лишних нулей, которые обуславливают нефизическую классификацию потенциалов⁶³. Правда, неоднозначность может быть устранена заданием дополнительных параметров по числу связанных состояний⁶⁴, но было замечено, что для определения этих параметров методом аналитического продолжения S -матрицы опять же приходится производить обрезание экспоненциального потенциала, т. е. вновь применять физически неприемлемую процедуру⁶⁵.

Отныне на странную классификацию потенциалов и на неоднозначность определения потенциала можно было смотреть как на единую проблему, обусловленную физически — несовместимостью метода потенциала с методом S -матрицы, математически — аналитическими особенностями амплитуд рассеяния. Трудно сказать, какими правильнее считать эту проблему и предстоящее исследование ее — физическими или математическими. Исследование, несомненно, должно затрагивать вопросы физики, но они имеют в нем скорее побочный, чем основной интерес, так как центр проблемы — в чисто математических эффектах оперирования с комплексными величинами. Хотя уже давно математика и физика слились в неразделимый комплекс знания, но до сих пор по крайней мере можно было отличить постановку физической задачи от математических средств ее решения. В данном случае даже такое различие становится невозможным. В противоречие пришли два способа отображения физической действительности — способ, основанный на понятии потенциала, и способ, основанный на понятии S -матрицы. Мы не знаем, какой из способов описания более адекватен действительности, и, значит, тем более не можем знать, чем обусловлено противоречие — ма-

⁶¹ V. Bargmann. Remarks on the determination of a central field of force from the elastic scattering phase shifts — PhR. 75, 301—303, 1949 (p. 303); On the connection between phase shifts and scattering potential.— RMPH, 21, 488—493, 1949.

⁶² Там же. Также R. Jost, W. Kohn. On the relation between phase shift energy levels and the potential.— DVS, 27, № 9, p. 17, 1953.

⁶³ Jost, Ков, сс. 62.

⁶⁴ R. Jost, W. Kohn. Construction of a potential from a phase shift.— PhR, 87, 977—992, 1952.

⁶⁵ Ван Кампен, сс. 60, стр. 1276.

тематическими особенностями способов описания или недостатками их современной математической интерпретации. В результате вся проблема приобретает сугубо математический характер и стоит даже большого труда заставить себя не забывать, что в работах этого направления преследуются все-таки в конце концов не чисто математические, а физические цели.

Исследование строилось на представлении матрицы S в форме (127) и состояло в изучении аналитических свойств функции $f(k)$ и ее естественных обобщений. Таким путем удалось вначале установить, что нули матрицы S распадаются на два больших неравных класса, в большем из которых распределение их на комплексной плоскости существенно изменяется при нефизических манипуляциях с потенциалом, тогда как в меньшем классе распределение нулей остается при таких манипуляциях практически неизменным⁶⁶. Очевидно, только нули меньшего класса, «малые нули», имеют физическое содержание, и в этом смысле можно сказать, что вся физика заключена в малых нулях⁶⁷. Анализ малых нулей позволил далее установить выражение для потенциала в виде решения некоторого интегрального уравнения, ядро которого определяется по фазовым сдвигам и энергиям связи замкнутых систем. Тем самым было доказано, что в области малых нулей не существует и второго возражения против теории — неоднозначности потенциала⁶⁸.

Установление перечисленных фактов позволило сосредоточить внимание исключительно на свойствах малых нулей матрицы рассеяния как единственных, представляющих физический интерес. Задачу дальнейшего исследования следовало усматривать в отыскании способа, который бы позволял находить и распознавать нули матрицы, а также в отыскании явной формы связи между экспериментальными данными о рассеянии частиц и видом потенциальной функции.

В такой формулировке задачу поставил и затем решил молодой итальянский математик Туллио Редже. Первая часть задачи была решена им в 1958 г., вторая — в 1959 г. Работы Редже имеют чрезвычайно сложную архитектуру и основываются на глубоком знании теории аналитических функций. Пути, которыми идет Редже к своей цели, направляемый своей удивительной интуицией, в настоящее время не могут быть предсказаны и разумно обоснованы. Соответственно, я попытаюсь ниже лишь перечислить главные вехи этих путей, открытых Редже.

Теория Редже носит нерелятивистский характер и относится

⁶⁶ T. Regge. Analytic properties of the scattering matrix.—NC, 8, 671—679, 1958.

⁶⁷ T. Regge. Construction of potentials from resonance parameters.—NC, 9, 491—503, 1958.

⁶⁸ Там же.

к случаю рассеяния частиц в поле центральной силы. Ее исходным уравнением является поэтому радиальное уравнение Шредингера

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right] \psi = 0. \quad (128)$$

Известно, что это уравнение вместе с граничными условиями, которые накладываются на его решения, эквивалентно интегральному уравнению

$$f(k, r) = f_0(k, r) + \frac{1}{2i} \int_r^\infty G(k, r, r') V(r') f(k, r') dr', \quad (129)$$

где $f_0(k, r)$ — обобщение функции $f(k)$ для случая невозмущенного уравнения Шредингера, $G(k, r, r')$ — некоторая комбинация из таких обобщений.

Уравнение (129), как выяснил Редже, имеет решения в комплексной плоскости волнового вектора всюду ниже некоторой горизонтальной черты, положение которой определяется параметром потенциала α , т. е. всюду в области $\text{Im} k < \alpha$. В точках, лежащих выше этой черты, уравнение теряет смысл, так как интеграл в правой части его в этих точках расходится. Если решение уравнения (129) записать в виде ряда

$$f(k, r) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(k, r),$$

где

$$f_{n+1}(k, r) = \frac{1}{2i} \int_r^\infty G(k, r, r') V(r') f_n(k, r') dr',$$

то расходимость интеграла будет обусловлена наличием в сумме члена $f_0(k, r)$. Так как этот член входит и в исходное интегральное уравнение, мы можем исключить его из суммы, получив

$$f(k, r) = f_0(k, r) + \chi(k, r)$$

при

$$\chi(k, r) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(k, r)$$

и построив для функции χ интегральное уравнение, совершенно аналогичное уравнению (129):

$$\chi(k, r) = f_1(k, r) + \frac{1}{2i} \int_r^\infty G(k, r, r') V(r') \chi(k, r') dr'. \quad (130)$$

В этом уравнении интеграл уже сходится и выше уровня α , вплоть до 2α . Произведя аналитическое продолжение расходящегося члена $f_1(k, r)$ в ту же полосу (это возможно во всех точках, за исключением сингулярных), мы получаем возможность исследовать аналитические свойства функции $f(k, r)$ выше α , но ниже 2α .

Аналогичным образом можно поступать и дальше, каждый раз продвигаясь вверх по комплексной плоскости волнового вектора на расстояние α . Значит, конечным числом шагов могут быть изучены аналитические свойства функции $f(k, r)$, а вместе с ней и матрицы $S(k)$, на любой конечной части комплексной плоскости волнового вектора. Это решает проблему отыскания и распознавания нулей матрицы рассеяния⁶⁹.

Изложенный метод был применен Редже к решению задачи с потенциалом Юкавы $V(r) \sim \frac{e^{-\alpha r}}{ar}$ для S -волны и позволил строгим образом убедиться в существовании в этом случае у матрицы рассеяния логарифмической сингулярности при $k = i\alpha^{70}$.

Важной особенностью изложенного метода является справедливость его для любого значения орбитального квантового числа. В этом отношении работа Редже выгодно отличается от большинства предыдущих работ, рассмотрение в которых ограничивалось случаем симметричной волны. Данное преимущество изложенного метода имело решающее значение для решения второй, главной части задачи, поставленной Редже, именно для однозначного построения потенциала по фазовым сдвигам рассеянных волн.

Решение этой части задачи было найдено Редже на пути неожиданном, странном, даже парадоксальном — на пути придания орбитальным квантовым числам комплексных значений. Главные шаги Редже на этом пути состояли в следующем:

1. В соответствии с новой интерпретацией орбитального квантового числа уравнение (128) с помощью подстановки $l + \frac{1}{2} = \lambda$ было переписано в форме

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{\lambda^2 - \frac{1}{4}}{r^2} - V(r) \right] \psi = 0. \quad (131)$$

Параметр λ в этом уравнении, как сказано, в общем случае — комплексное число.

2. Важнейшим следствием произведенного обобщения является увеличение числа допустимых решений уравнения (131).

⁶⁹ T. Regge. On the analytic behaviour of the eigenvalue of the S-matrix in the complex plane of the energy.— NC, 9, 295—302, 1958.

⁷⁰ Там же.

Наряду с обычным, физическим решением $\varphi(\lambda, r)$ становятся возможными, в частности, решения $C(\lambda, r)$ и $S(\lambda, r)$, которые при $r \rightarrow \infty$ ведут себя, соответственно, как $\cos\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)$ и $\sin\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Различные решения уравнения (131) связаны друг с другом как очевидными, так и менее очевидными соотношениями. В частности,

$$\varphi(\lambda, r) = 2\lambda \{C(\lambda)S(\lambda, r) - S(\lambda)C(\lambda, r)\},$$

где

$$C(\lambda) = \lim_{r \rightarrow 0} r^{\lambda - \frac{1}{2}} C(\lambda, r), \quad S(\lambda) = \lim_{r \rightarrow 0} r^{\lambda - \frac{1}{2}} S(\lambda, r).$$

4. По аналогии с квантовомеханической зависимостью между радиальной функцией и фазовым сдвигом, $\varphi(\lambda, r) \sim \cos\left[kr - \frac{\lambda\pi}{2} + \delta(\lambda)\right]$, связь между теми же величинами в новой теории была предположена в виде

$$\frac{S(\lambda)}{C(\lambda)} = K(\lambda) = -\operatorname{ctg}\left[\frac{\lambda\pi}{2} - \delta(\lambda)\right]. \quad (132)$$

Величину $K(\lambda)$ следует, по-видимому, рассматривать как результат некоторой интерполяции величин δ , заданных в физических точках.

Цель теории можно теперь определить как установление вида потенциальной функции $V(r)$ по интерполяционной функции $K(\lambda)$.

5. Путь к этой цели проходит через решение интегрального уравнения типа Вольтерра, связывающего функции $\varphi(\lambda, r)$ и $\varphi_0(\lambda, r)$ с помощью ядра $K(r, r')$, не зависящего от λ :

$$\varphi(\lambda, r) = \varphi_0(\lambda, r) + \int_0^r K(r, r') \varphi_0(\lambda, r') dr', \quad r > r'.$$

6. Интегральное представление для ядра данного уравнения, как показал анализ условий полноты и ортогональности системы функций $\varphi(\lambda, r)$, может быть найдено как решение интегрального уравнения типа Фредгольма

$$K(r, r') = Q(r, r') + \int_0^r K(r, r'') Q(r, r'') dr'', \quad (133)$$

где функция $Q(r, r')$ содержит, кроме известной функции $\varphi_0(\lambda, r)$, отношения $\frac{C(-\lambda)}{C(\lambda)}$ и $\frac{S(-\lambda)}{S(\lambda)}$.

7. Указанные отношения представляют собой экспоненциальные функции от $\operatorname{arg} C(\lambda)$ и $\operatorname{arg} S(\lambda)$, соответственно, которые в свою очередь определяются бесконечным рядом членов, зависящих от положения точек ветвления; последние же полностью характеризуются заданием интерполяционной функции $K(\lambda)$.

Таким образом, ядро $K(r, r')$ однозначно определяется с помощью уравнения (133) по заданным фазовым сдвигам.

8. Тот же анализ условий полноты и ортогональности системы решений уравнения (131) позволил установить следующую связь между частной формой этого ядра и потенциалом:

$$K(r, r) = \frac{k^2 r}{2} \int_0^r r' V(r') dr', \quad r, r' \rightarrow 0. \quad (134)$$

Последнее уравнение замыкает цепь соотношений между потенциалом $V(r)$, входящим в исходное уравнение (131), и фазовым сдвигом $\delta(\lambda)$, как он определен соотношением (132). Тем самым в рамках рассматриваемой теории Редже достигается та цель, которую долго и тщетно пытались достичь в рамках менее экстравагантных теорий, — устанавливается однозначное соответствие между фазовыми сдвигами рассеянных волн и законом взаимодействия рассеиваемых частиц⁷¹.

В процессе построения своей теории Редже должен был накладывать на потенциал и другие функции ряд условий, однако не жестких, таких, которым удовлетворяют все потенциалы, обычно рассматриваемые в теории поля, и которые разумно предъявить к другим функциям, например к интерполяционной функции $K(\lambda)$ — требование быть эрмитовой и регулярно аналитической во всей правой полуплоскости комплексного переменного λ , за исключением простых полюсов. Отсюда же выяснился ряд ограничений, имеющих физическое содержание, например ограничение, накладываемое на фазовые сдвиги для соседних волн⁷²:

$$\delta_{l+1} - \delta_l < \frac{\pi}{2}.$$

Охарактеризованная теория Редже, как и некоторые другие гениальные проникновения в природу математических соотношений, ставит перед историками науки целую серию неразрешимых пока вопросов. Чем был предопределен и из каких элементов сложился научный подвиг Редже? Какая сила вдохновляла рассуждения Редже и направляла их в непроходимом для простого смертного лабиринте количественных связей? Эти и подобные им вопросы, чтобы быть решенными, нуждаются в скальпеле даже не столько историка, сколько психолога. В истории науки подобного материала накопилось уже немало. Достаточно напомнить систему уравнений Максвелла, вышедшую из головы своего создателя как Афина из головы Зевса — в готовом

⁷¹ T. Regge. Introduction to complex orbital momenta.— NC, 14, 951—976, 1959.

⁷² Там же.

и законченном виде, и уравнение Шредингера, значение и смысл которого его создатель начал понимать лишь по мере того, как стал решать его. Во всех подобных случаях мы имеем, очевидно, необъяснимую с рациональной точки зрения творческую деятельность человеческого ума, проявление своеобразного научного откровения. Направляющие этот процесс «демонии» удасться, надо думать, познать не ранее как после того, как объектом науки станет сам процесс рождения науки.

Полный смысл обобщения, произведенного Редже, еще далеко не ясен. Несомненным, однако, является тот факт, что это обобщение — еще один шаг по тому же пути, на который вступил Мёллер, доказавший возможность единого описания непрерывных и дискретных явлений при условии расширения области возможных значений импульса частиц на комплексные числа: выход в область нефизических значений импульса или энергии поступательного движения оказался недостаточным для достижения цели, поставленной Гейзенбергом, и потребовалось дополнить его выходом в область нефизических значений момента импульса или энергии вращательного движения. После того как такое дополнение было сделано и имело успех, стало окончательно ясно, что достаточно полное описание свойств столкнувшихся частиц и частиц, образовавших устойчивую систему, короче, описание свойств вещества в микрообъемах пространства-времени не может быть дано с помощью обычных, наглядных, пространственно-временных представлений и требует представлений необычных, ненаглядных, непространственно-временных.

Другим несомненным результатом обобщения, произведенного Редже, является примирение в его рамках метода потенциала с методом S -матрицы. Тот факт, что успешного примирения этих двух методов удалось достичь в мире нефизическом, комплексном, служит косвенным доказательством неосуществимости его в мире физическом, реальном. Отсюда вывод: метод S -матрицы внутренне враждебен методу потенциала и, значит, поскольку принадлежность последнего к концепции непрерывности бесспорна, принадлежит к концепции дискретности.

В этих выводах, как можно думать, суть еще одного проявления программных идей Гейзенберга в развитии асимптотической формы S -матрицы.

Данная констатация в свою очередь позволяет усвоить взгляд на комплексные числа как на своеобразную компенсацию того, как можно думать, несоответствия между миром самим по себе и его отображением на языке непрерывных функций, которое отмечалось на стр. 376. Комплексности, иначе говоря, в некотором смысле эквивалентна дискретности или, во всяком случае, может служить средством учета дискретности при описании структуры мира. Перенося это наблюдение в квантовую механику и квантовую теорию поля, мы вправе, как

мне кажется, сделать аналогичное предположение в отношении причины эффективности и этих двух наук. Другими словами, замечание о важной роли комплексности волновых функций и перестановочных соотношений, сделанное на стр. 370, мы можем теперь дополнить указанием на вероятный физический смысл комплексности этих величин — отображение ими дискретного по своей природе мира. Между прочим, в свете этой последней догадки по-новому предстает и известный факт корпускулярно-волнового дуализма вещества: волновой аспект вещества оказывается в значительной степени условным и, значит, непрерывность, которую он отражает, — фиктивной.

Историческое значение разобранных работ Редже оказалось гораздо более широким, чем можно было предполагать на основании их замысла и чем то их содержание, которое было изложено выше. Круг приложений метода комплексных значений углового импульса сразу же расширился настолько, что уже во второй своей работе, выполненной тем же методом, Редже целиком посвящает себя обсуждению других вопросов⁷³, а в третьей, коллективной работе, также являющейся логическим развитием первой, прямо говорит: «Здесь не рассматриваются проблемы определения потенциала из амплитуды рассеяния»⁷⁴. В тех же, новых направлениях работало большинство и других авторов, воспринявших метод Редже. Это обстоятельство объясняет, между прочим, почему в изданный на русском языке сборник иностранных работ, основанных на использовании метода комплексных угловых импульсов, первая работа Редже, содержащая изложение этого метода в применении к проблеме потенциала, вообще не включена и во введении к сборнику о тематике ее не сказано ни одного слова. Метод комплексных угловых импульсов приобрел первостепенное значение главным образом для теории сильных взаимодействий при больших энергиях, благодаря существующей в теории двойных спектральных представлений возможности свести изучение рассеяния при больших энергиях к исследованию рассеяния на нефизические углы (на углы $\theta \rightarrow \arccos \infty$), каковое (исследование) осуществимо только в области комплексных значений углового импульса⁷⁵; а также для систематики элементарных частиц, благодаря наметившейся в рамках той же теории возможности траектории полюсов амплитуды рассеяния в комплексной плоскости углового импульса (полюсов Редже) сопоставить семействам элементарных частиц и резонансов⁷⁶. С точки зрения кон-

⁷³ T. Regge, NC, 18, 947—956, 1960.

⁷⁴ A. Bottino, A. Longoni, T. Regge, NC, 23, 954—1004, 1962.

⁷⁵ Ср. Н. Боголюбов, А. Логунов. Вступительная статья к сборнику статей: Теория сильных взаимодействий при больших энергиях. М., 1963 стр. 6—7.

⁷⁶ Ср. Д. Иваненко. Вступительная статья к сборнику статей: Элементарные частицы и компенсирующие поля. М., 1964, стр. 15—16.

цепции дискретности такое внезапное распространение метода Редже означает, что интерес, который представляла для данной концепции пионерская работа Редже, естественно распространился и на все те работы и на все те проблемы, которые она оплодотворила.

В согласии с последним заключением следовало бы проследить с той же точки зрения, которой мы руководствовались до сих пор, дальнейшее развитие метода S -матрицы Гейзенберга в области комплексных импульсов и моментов импульсов. Однако историку, по-видимому, еще рано вторгаться в эту сферу познания, являющуюся сегодняшним днем для теоретиков: ему едва ли удастся здесь сделать что-нибудь сверх того, что могут сделать сами теоретики, усвоившие тот же взгляд на историческую тенденцию развития своей науки.

* * *

Хотя, как следует из приведенных фактов, в теории дисперсионных соотношений и в обобщении квантовой механики на область комплексных угловых импульсов наметились интересные выходы идей обсуждаемой нами концепции, главной проблемой на этом направлении развития по-прежнему остается осуществление первоначальной программы Гейзенберга— разработка метода описания сугубо дискретных явлений, протекающих в сугубо дискретном мире. До самого последнего времени развитие данной проблемы носило эмбриональный характер, т. е. происходило в лоне метода Гамильтона. Отдельные попытки дать методу Гейзенберга самостоятельную жизнь предпринимались уже не раз, и с течением лет они становятся все более настойчивыми, но полученные результаты еще настолько скромны, что заставляют историка, стоящего на почве концепции дискретности и верящего в закономерность процесса познания, признать: время этого метода еще не пришло.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение вернемся к Введению, где был поднят вопрос о преимуществах и недостатках концепции дискретного пространства-времени. Теперь мы вправе не только ставить подобные вопросы, но и пытаться ответить на них.

Ответ в свете логического критерия формулируется, на мой взгляд, вполне отчетливо. При обсуждении теоретических работ последнего времени мы десятки раз были свидетелями весьма тесных и недвусмысленных точек соприкосновения между идеями концепции дискретности и различными течениями современной физики. Основное содержание настоящей книги, собственно, и посвящено обсуждению этих точек соприкосновения. Было бы утомительно вновь перечислять их все, хотя бы и в самой краткой форме, но напомнить главные из них представляется целесообразным. Таковы прежде всего величина порядка 10^{-13} см, появляющаяся в физике в связи с самыми различными направлениями развития (§ 3.1), идея констант природы с размерностью длины и времени, используемая в самых различных теоретических построениях (§ 3.3, 5.2, 5.3 и 6.1), отказ от непрерывного описания событий, проявившийся наиболее ярко в методе операторов координат (§ 6.1), в теории S-матрицы Гейзенберга (§ 6.2) и в физике конечного мира (§ 4.1), и, наконец, странные свойства электрона Дирака, не укладывающиеся в рамки современных физических представлений (§ 2.1).

Перечисленные факты, равно как и им подобные, здесь не упомянутые, но рассмотренные в книге, если их брать по отдельности, не кажутся убедительными, но все вместе они производят впечатляющее действие. О них, следовательно, можно сказать, перефразируя каламбур известного русского адвоката Урусова, что все это — лишь штришки и точки, но из этих штришков и точек составляются буквы, из букв — слоги, из слогов — слова, и слова эти: дискретное пространство-время.

Ответ на тот же вопрос в свете исторических критериев не противоречит данному заключению.

1. Повторяемость и параллелизм открытий в области концепции дискретности вполне отчетливо прослеживаются для всех великих цивилизаций. Хотя рождение идей дискретности в недрах каждого народа происходило не без влияния со стороны предшественников или соседей, развитие их в значительной степени носило оригинальный характер, и тем не менее оно вращалось в рамках примерно одних и тех же представлений и приводило к идентичным выводам. Индийские буддисты, древнегреческие и римские атомисты, арабские мутакаллимы, средневековые финитисты и, наконец, некоторые современные ученые образуют звенья цепи, по которой как вечный огонь распространялись через века эти идеи. Особенно ярко неодолимость их проявилась в открытии свойств изотопии, кекинемы и реновации (гл. 2). Некоторые утверждения мыслителей прошлых эпох в отношении этих свойств в настоящее время уже получили научное подтверждение (тезис о существовании в природе максимальной скорости, § 2.1, вывод о ненаблюдаемости элементарного движения, § 2.2, представление о рождении и аннигиляции частиц, § 2.3), другие — реставрированы на новом уровне современными учеными (Шредингером — дрожание атомов Эпикура, § 2.1, Ярнефельтом и Кустангеймо — конечная геометрия финитистов XIV века и Бруно, § 4.1). Нет сомнения, что картина была бы еще выразительнее, если бы от античных и средневековых апологетов концепции дискретности до нас дошли их полные сочинения, а не обрывки и переложения в трудах их критиков.

Параллелизм открытий в области идей концепции дискретности имеет место и в новое время. Так, идея элементарного объема пространства-времени выкристаллизовалась и как граница применимости законов современной физики, и как предел экспериментальных возможностей человека, и как максимальная величина существующих в природе квантов энергии (§ 3.1); исключение из теории поля точечных источников может быть достигнуто многими различными способами, в том числе способом формфактора, D -функции, высших производных, нелинейных членов и разностных уравнений (§ 5.2); невозможность единого пространственно-временного описания непрерывных и дискретных процессов проявилась в необходимости апеллировать для достижения этой цели к комплексным значениям и импульсам, и моментам импульсов (§ 6.2). Перечисление таких примеров можно было бы продолжить. Внимательный читатель найдет их также в § 3.2, 3.3, 5.1, 5.3 и 6.1.

2. Предгрозовой характер современной физики уже давно является притчей во языцех. Современный научный мир говорит о нем и ждет наступления «грозы» с не меньшим пылом, чем греко-римский мир в начале новой эры ждал пришествия Спасителя. Единодушия нет только в вопросе о том, элементы какой будущей концепции уже присутствуют в современных

теориях и на базе какой концепции будут преодолены накопившиеся в этих теориях трудности. Концепция дискретного пространства-времени, как следует из приведенных выше фактов, имеет все шансы на то, чтобы оказаться счастливой избранницей. Разумеется, предъявить свои претензии на это почетное звание могут и некоторые другие концепции, но ни одна из них не обладает такой всеобъемлющей силой, как концепция дискретности, идеи которой к тому же как кровеносными сосудами пронизывают все тело теоретической физики, питая, в частности, такие кардинальные проблемы, как устранение бесконечностей из теории поля (§ 5.1 и 5.2) и объяснение спектра масс элементарных частиц (§ 5.1, 5.3 и 6.1). Во всяком случае и с этой стороны концепция дискретного пространства-времени находится на высоте истинной концепции и как таковая заслуживает пристального внимания специалистов или, как выразился Дирак, заслуживает того, чтобы «держат на нее глаза открытыми»¹.

* * *

В порядке дальнейшего уточнения исторических закономерностей рассмотрим в ретроспекции тот процесс познания, за ходом которого мы следили на протяжении книги. С этой целью выпишем прежде всего наиболее яркие события рассмотренной истории, указав главных участников их и примерные даты. В хронологической последовательности эти данные таковы:

возникновение идеи протяженного источника электромагнитного поля (Лоренц, Абрагам) — начало 900-х годов;

обобщение уравнений Максвелла на нелинейность (Ми) — начало 10-х годов;

возникновение идеи быстроубывающих ядерных сил (Резерфорд) — конец 10-х годов;

обсуждение идей одона и хрона (Томсон, Леви, Бек, Покровский) — середина — конец 20-х годов;

высказывание догадок о статистической природе пространства-времени (Кэмпбелл, Шредингер, Марх и др.) — середина 20-х — середина 30-х годов;

вывод о ненаблюдаемости последних элементов движения, пространства и времени (Фурт, Руарк, Ватагин) — конец 20-х годов;

анализ странных свойств электрона Дирака (Брейт, Шредингер, Фок) — конец 20-х — начало 30-х годов;

попытки линеаризации геометрической квадратичной формы (Иваненко, Фок, Флинт, Мимура, Моринаго) — конец 20-х — середина 30-х годов;

применение в физике уравнений в конечных разностях (Амбарцумян, Иваненко, Мёглих, Роппе) — 30-е годы;

обобщение уравнений электродинамики на нелинейность и на высшие производные (Бори, Бопп и др.) — середина 30-х — начало 40-х годов;

развитие методов формфактора и D -функция (Ватагин, Марх, Бопп, Райский) — середина 30-х — середина 40-х годов;

релятивистски инвариантное исключение сверхмалых интервалов пространства-времени из теории поля (Гейзенберг) — конец 30-х годов;

¹ Ответы на вопросы после лекции об электронах и вакууме, прочитанной в Москве 9 октября 1956 г.

развитие принципа обратимости пространственных и импульсных координат (Борн, Фукс) — конец 30-х — начало 40-х годов;

подход к операторному толкованию координат (Марков) — начало 40-х годов;

формулировка метода S -матрицы (Гейзенберг, Крамерс, Мёллер и др.) — середина 40-х годов;

попытка связать космос с микромиром на основе идеи фундаментальной длины (Йордан) — середина 40-х годов;

построение теории нелокального взаимодействия (Блохинцев, Мак-Манус, Жевуский, Райский, Кристенсен, Мёллер, Блох) — середина 40-х — начало 50-х годов;

попытка операторного представления координат (Снайдер и его последователи) — конец 40-х годов;

построение теории нелокального поля (Юкава и его последователи) — конец 40-х — начало 50-х годов;

возрождение интереса к разностным уравнениям в физике (Дарлинг, Цилвел, Шифф, Кальдиrola) — начало 50-х годов;

работы в области конечной геометрии (Ярнефельт, Кустангеймо) — начало 50-х годов;

квантование масс с помощью фундаментальной длины (Намбу, Рейло, Кард) — начало — середина 50-х годов;

выявление роли фундаментальной длины в теории дисперсионных соотношений (Голдбергер, Эмо, Боголюбов, Ширков) — середина 50-х годов;

построение бислокальных теорий поля (Райский, Минарди) — 50-е годы;

построение теории нелинейного спинорного поля (Гейзенберг с сотрудниками) — середина 50-х — середина 60-х годов;

развитие метода индефинитной метрики (Гейзенберг, Боголюбов с сотрудниками и др.) — конец 50-х годов;

сочетание методов потенциала и S -матрицы (Редже) — конец 50-х годов;

возрождение теории нелокального взаимодействия (Гайтлер, Арну и их сотрудники) — конец 50-х — начало 60-х годов;

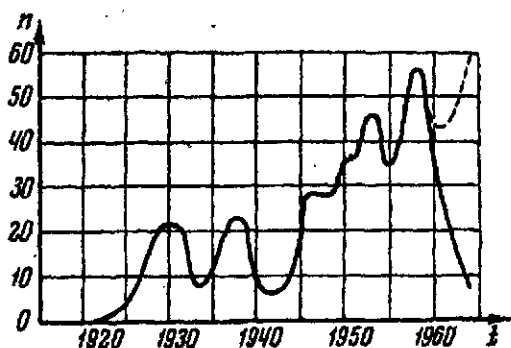
разработка физики конечного мира (Койш, Шапиро) — конец 50-х — начало 60-х годов;

пространственно-временная интерпретация асимптотической теории рассеяния (Голдбергер, Ватсон, Фруассар) — начало 60-х годов.

Просмотр списка наводит на мысль охарактеризовать работы первого периода, от середины 20-х до конца 30-х годов, как легкую кавалерийскую атаку на концепцию дискретности. В этот период преобладают отдельные меткие замечания, удачные констатации, оптимистические заключения, стремительные дискуссии по некоторым выигрышным вопросам. Процесс познания в этот период является не столько основательным, сколько ярким. Это, так сказать, первое знакомство с предметом, отмеченное, как всегда, элементами восторга и надежды. К концу указанного периода восторг проходит. Проблема дискретности оказалась твердыней, которую трудно взять с бою, «а чтоб взять ее осадой, нужны долгие года». И такая долговременная осада начинается с середины 40-х годов. В этот, второй период исследование ведется более фундаментально, применяются далекие обходы и глубокие подкопы, так что не всегда даже ясно, какое отношение те или иные работы имеют к данной проблеме (таковы, например, теория дисперсионных соотношений и проблема лишних нулей). Особенно показательными в этом отношении являются случаи реставрации приемов, уже испытанных в

первом периоде (использование принципа обратимости, применение разностных уравнений, обобщение на нелинейность, введение нелокального взаимодействия): всюду дискуссия возобновляется на более прочной и широкой основе, чем велась раньше, и кроме того, по отдельным вопросам вместо серии эпизодических замечаний возгорается систематическое исследование. Развитие идей дискретности как бы уходит вглубь; процесс познания становится менее ярким внешне, но более основательным внутренне. Та же черта характерна для развития новых приемов, таких, как метод S-матрицы, операторное изображение координат, нелокальность поля, конечность геометрии. Обсуждение их ведется настолько широким фронтом, что идея пространственно-временной дискретности иногда почти совсем теряется в многообразии других идей и если мелькает там или здесь, то лишь как гребень одной из многих волн большого бурного потока. Именно таким широким фронтом подходит процесс познания в интересующей нас области к сегодняшнему дню, заставляя предполагать, что мы сейчас находимся где-то в середине этого потока.

Несколько новых наблюдений позволяет сделать сводка данных, в которых учтены не только наиболее выдающиеся события рассмотренной истории, но вообще все события, которые имели в ней место. Такую сводку я получил, сосчитав число ссылок в книге, приходящееся на каждый год последних четырех десятилетий. После разумного усреднения соответствующей диаграммы это дало график, изображенный на рисунке. В нем по оси абсцисс отложены года, по оси ординат — годовое число ссылок, которое я считаю возможным отождествлять с годовым числом новых идей. Полное число охватываемых графиком ссылок-идей превышает 800.



Приведенный график побуждает сделать следующие замечания.

Во-первых, в глаза бросается высокая мощность научной деятельности в пятнадцатилетие с 1945 по 1960 г. В этот период

в течение каждого года в печати появлялось в среднем почти по 40 сообщений, представлявших интерес с точки зрения апологета концепции дискретности. Такой высокий темп научной деятельности вполне соответствует духу нового времени, доказывая тем самым, что концепция дискретности принадлежит к числу актуальных проблем современной науки.

Во-вторых, ясно видна неравномерность процесса познания в интересовавшей нас области, его, так сказать, квантовый характер. Наиболее резкие максимумы активности приходятся на 1930, 1938, 1953 и 1958 гг., менее резкие — на 1946 и 1950 гг. Эти максимумы легко расшифровываются с помощью предыдущей таблицы. Так, первому по времени пику соответствует обсуждение свойства изотаксии на базе уравнения Дирака и различных применений идеи элементарных интервалов, второму — продолжение обсуждения последнего вопроса, а также анализ трудностей теории поля, третьему — продолжение этого анализа и разработка метода S -матрицы; предпоследний пик создан главным образом работами по устранению трудностей теории поля и развитию нелокальной теории, последний — работами по нелинейной теории Гейзенберга. Если вычертить графики отдельно для каждого направления развития, квантовый характер процесса познания обнаружится еще отчетливее; на приведенном графике он несколько скрадывается наложением данных по разным линиям развития.

Возвращаясь к нашему заключению по списку важнейших событий, мы можем добавить, что в действительности имели место две «атаки» на проблему дискретности — в самом конце 20-х годов и в конце 30-х годов, а систематическая «осада» проблемы началась с середины 40-х годов и сопровождалась «штурмами», которые возобновлялись через каждые 3—5 лет.

Скажем еще несколько слов о провалах на кривой графика. Наиболее глубокие из них приходится на 1933 и 1942 гг., менее глубокий, но тем не менее вполне явный, — на 1955 г. Рождается желание связать эти провалы с событиями общей истории. Необходимо, однако, иметь в виду, что наш график дает картину публикации, а не рождения идей, каковая на полгода-год сдвинута назад по сравнению с первой; кроме того, провалы кривой в разные эпохи, мирную и военную, носят одинаковый характер и, значит, предполагают однотипное объяснение. Мы можем, по-видимому, сказать, что события общей истории лишь деформируют кривую процесса познания, но не меняют ее характера, который определяется имманентными законами развития науки (ср. I, стр. 320).

В-третьих, обратим внимание на резкий спад кривой в начале 60-х годов. Можно думать, такого спада не было бы, если бы эта книга писалась лет на десять позже. Он, иначе говоря, по-видимому, обусловлен не столько объективными закономер-

ностями познания, сколько нашим выбором тем для рассмотрения, а также неизбежной в конце каждого исторического исследования неполнотой сведений о выполненных работах: наводящие указания других авторов, обзоры, реферативные журналы и случайная информация — одним словом, весь арсенал средств наведения историка на цель — тем менее помогает нам, чем ближе мы подходим к текущему дню. Учитывая нерешенность проблемы, а также общий характер процесса познания в новое время, правильнее думать, что в начале 60-х годов на кривой годового количества идей в интересующей нас области мы будем иметь лишь небольшую впадину, за которой по общему правилу последует новый подъем, может быть, даже более высокий, чем все предыдущие (см. пунктирную линию на чертеже), и сверх того, может быть, именно этот новый вал будет для концепции дискретности девятым валом.

**СПИСОК АВТОРОВ
ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

(Жирным шрифтом набраны номера глав и параграфов,
обыкновенным — номера ссылок)

**Литература на русском языке
и переводная с древнегреческого
и латинского языков**

- Августин — 3.2 : 4, 5, 6, 18; 4.1 : 112
Авербах В. Л. — 6.1 : 11, 14
Автор трактата «О неделимых линиях» — 4.1 : 40
Александр Афродисийский — 2.2 : 6
Александров А. Д. — 4.1 : 110
Арбузов Б. А. — 3.2 : 45
Аристотель — 2.1 : 1, 2, 3; 2.2 : 1, 2, 3, 4; 2.3 : 19, 25; 3.2 : 3; 4.1 : 8, 9, 13, 14, 15, 113; 5.2 : 2
Арриага Р. — 2.1 : 39
Архимед — 4.1 : 3
Ахизер А. И. — 6.2 : 42
Барашенков В. С. — 3.2 : 35; 6.1 : 38, 59, 75, 77; 6.2 : 50а (см. также Barashenkov V.)
Барбашов Б. М. — 3.2 : 35
Бете Г. — 6.2 : 20 (см. также Bethe H.)
Блохинцев Д. И. — 3.2 : 29, 35; 5.2 : 31, 33, 41, 42, 43, 44, 45, 55, 111, 123, 134, 135; 6.1 : 60, 63, 66, 68; 6.2 : 12, 24, 25 (см. также Blohincev D.)
Боголюбов Н. Н. — 4.2 : 27; 5.2 : 95, 96, 99; 5.3 : 129; 6.2 : 39, 45, 48, 50, 51, 75 (см. также Bogolyubov N.)
Бошкович Р. — 5.2 : 5
Бродский А. М. — 6.2 : 51
Бруно Д. — 4.1 : 62, 63, 64, 65, 66
Бугаев Н. В. — 4 : 1; 4.1 : 121; 4.2 : 21, 30
Вавилов С. И. — 2.1 : 13
Ватагин Г. — 5.2 : 79 (см. также Vatagin G.)
Вернадский В. И. — 1 : 1; 3.2 : 13, 42; 4.1 : 114, 115, 116
Виклиф Д. — 3.1 : 4; 4.1 : 51, 52, 53, 54, 55, 56, 59
Гален — 2.1 : 36
Гассенди П. — 2.1 : 40; 2.3 : 9
Гегель Г. — 4.2 : 1
Гейзенберг В. — 2.2 : 11; 2.3 : 27, 30; 3.1 : 46; 3.2 : 30; 5.2 : 54; 5.3 : 62, 63, 64 (см. также Heisenberg W.)
Гелл-Манн М. — 5.3 : 84
Гельмгольд Г. — 2.1 : 61; 4.1 : 76
Генрих Герклейский — 4.1 : 51, 52, 53, 57
Герард Одон — 4.1 : 51, 52, 53, 54, 55, 56
Гильберт Д. — 4.2 : 2 (см. также Hilbert D.)
Гинзбург В. Л. — 6.1 : 91
Гольфанд Ю. А. — 3.3 : 40; 5.2 : 107; 6.1 : 19
Гончаров В. Л. — 4.1 : 74
Гофман Ф. — 6.2 : 20
Грановский Я. И. — 5.3 : 46, 57
Григорьев В. И. — 3.3 : 66; 5.2 : 36
Гус Я. — 3.1 : 4
Дамаский Диадох — 3.1 : 2
Де-Бройль Л. — 2.1 : 32 (см. также Broglie de, L.)
Дедекин Р. — 4.1 : 78
Делоне Б. Н. — 4.1 : 110
Диоген Лаэртский — 4.1 : 4, 33, 34, 48
Диоген Эноандский — 2.1 : 42
Диодор Крон — 2.2 : 5; 2.3 : 1
Дирак П. — 2.1 : 33; 5.2 : 24, 135; 7 : 1 (см. также Dirac P.)
Долгинский Э. И. — 4.1 : 97, 107
Зубарев Ф. И. — 4.1 : 111
Зубов В. П. — 1 : 9; 2.1 : 14, 57; 4.1 : 57, 58
Иваненко Д. Д. — 2.1 : 31, 51; 2.2 : 12, 22; 3.1 : 15, 26; 3.3 : 17, 20, 21; 68; 4.1 : 79, 85; 5.2 : 36, 40, 108; 5.3 : 28, 52, 60, 85, 106, 107, 123; 6.1 : 2;

- 6.2: 10, 11, 76 (см. также Iwapenko D.)
Исидор Севильский — 3.1: 3
- Кадышевский В. Г. — 5.3: 6; 6.1: 19
Кард П. Г. — 5.3: 6, 12; 6.1: 8, 17
Карпов В. Н. — 4.1: 11
Кедров Б. М. — 5.3: 83
Киржица Д. А. — 5.2: 128; 6.1: 76, 78
Козырев Н. А. — 4.1: 120
Комар А. А. — 5.2: 131 (см. также Комар А.)
Ксенократ — 4.1: 43, 44, 45, 46
Кузнецов Б. Г. — 2.1: 55; 2.3: 16, 18; 3.2: 34
- Ладыженская О. А. — 4.2: 3
Ландау Л. Д. — 5.2: 121 (см. также Landau L.)
Лейбниц Г. — 2.3: 5, 22, 23; 3.2: 40
Ленин В. И. — 3.2: 41
Лобачевский Н. И. — 4.1: 73
Логунов А. А. — 6.2: 75
Ломсадзе Ю. М. — 4.2: 18, 26
Луcretий — 2.1: 7, 11, 12, 16, 19, 47; 3.1: 1, 31
Лузин Н. Н. — 4.2: 23
Лурье С. Я. — 2.3: 11; 4.1: 50, 67
Любимов Н. А. — 1: 2
- Магненус — 2.3: 21
Маковельский О. А. — 4.1: 5
Максимов Б. И. — 4.2: 18
Максимов Л. А. — 5.2: 102
Марков А. А. — 2.3: 29
Марков М. А. — 3.2: 32; 5.2: 9, 30, 32, 33, 131; 6.1: 22, 23, 24, 61, 62, 66, 82, 84, 118; 6.2: 3, 22, 23 (см. также Markov M.)
Медведев Б. В. — 5.2: 95, 96, 98, 99, 103; 6.1: 11, 14; 6.2: 39, 45, 51
Мицкевич Н. В. — 5.3: 145
- Николай Бонет — 4.1: 51, 52, 53, 54, 55, 56
Николай Отрекуррийский — 2.1: 38; 3.1: 4; 4.1: 51, 52, 53, 58
- Овието Ф. — 2.3: 8
Падуров Н. Н. — 4.1: 110
- Паули В. — 3.1: 16; 3.3: 11; 5.2: 6, 8 (см. также Pauli W.)
Платон — 4.1: 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 122
Плутарх — 4.1: 6, 19, 20
Поливанов М. К. — 5.2: 95, 96, 98, 99; 6.2: 39, 45, 51
Померанчук И. Я. — 5.2: 121; 6.2: 42
Попов В. С. — 4.1: 97
Пуанкаре А. — 1: 3, 4; 2.3: 24 (см. также Poincaré H.)
- Рашевский П. К. — 3.2: 25; 4.1: 1
Риман Б. — 4.1: 75; 5.2: 136
Родичев В. И. — 5.3: 9, 10
Розенфельд А. — 5.3: 84
- Самарский А. А. — 4.2: 4
Секст Эмпирик — 2.1: 9 (см. также Sext Empiricus)
Силин В. П. — 5.1: 91
Симпликий — 2.1: 10, 46; 2.3: 20; 4.1: 10
Славнов Д. А. — 5.2: 101
Соболев С. Л. — 4.2: 10
Соколов А. А. — 3.3: 20; 5.3: 28
Сутула В. Д. — 6.2: 47
Суханов А. Д. — 5.2: 101
- Тамм И. Е. — 3.3: 58; 4.1: 108 (см. также Tamn I.)
Терлецкий Я. П. — 4.1: 118
Тихонов А. Н. — 4.2: 4
Толмачев В. В. — 5.3: 129
- Уолтер Кэттон — 4.1: 51, 52, 53, 54, 55, 56
Филопон — 4.1: 16
Фок В. А. — 2.1: 34 (см. также Fock V.)
Френкель Я. И. — 2.3: 16
Цицерон — 3.2: 1; 4.1: 12
Чебышев П. Л. — 2.3: 28
Чу Д. — 5.3: 84
Шapiro И. С. — 3.2: 31; 4.1: 97 (см. также Shapiro I.)
Швебер С. — 6.2: 20
Ширков Д. В. — 5.3: 129; 6.2: 48, 50
Эпакур — 2.1: 6, 8, 15, 18, 43, 44, 45; 2.3: 2

**Литература
на многоязычных языках**

- Abraham M.—3.1: 8
 Ambarzumian V.—3.1: 22; 4.2: 5, 11; 5.1: 4
 Anderson W.—3.1: 24
 Apelt O.—4.1: 18, 21, 38
 Arif-Uz-Zaman.—5.3: 104
 Arnous E.—3.1: 32; 5.2: 56, 60, 61, 63, 68, 127
 Ascoli R.—5.2: 36, 84, 93; 5.3: 57, 66, 67, 68, 87, 89, 90
 Atanassiévitch Xénia — 4.1: 60, 61
 Bagge E.—6.1: 81, 85
 Bailey C.—2.1: 17, 59
 Barašenkov V.—3.2: 37; 6.1: 75, 77 (см. также Барашенков В. С.)
 Bargmann V.—6.2: 61, 62
 Bayle P.—5.2: 4
 Beck G.—2.1: 41; 3.1: 39, 49
 Belinfante F.—5.2: 65
 Bernays P.—2.2: 7
 Bethe H.—3.3: 55 (см. также Бете Г.)
 Bignone E.—2.1: 58
 Biser E.—3.1: 41
 Bloch C.—5.2: 50, 51; 6.1: 65
 Blochinzew D.—См. Blohincev D.
 Blohincev D.—3.1: 41; 3.2: 37; 5.2: 33 (см. также Блохинцев Д. И.)
 Bogolyubov N.—5.2: 100 (см. также Боголюбов Н. Н.)
 Bohm D.—2.2: 15; 3.1: 28; 3.2: 28, 44
 Bohr N.—2.2: 17, 18, 20; 3.2: 12, 22; 6.2: 13
 Boltzman L.—3.2: 8
 Bopp F.—3.3: 13, 66, 67; 5.2: 16, 21, 35, 39, 120; 6.1: 79
 Born M.—1: 6; 3.1: 13; 3.3: 12, 14, 15, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39; 5.2: 1; 6.1: 27
 Bottino A.—6.2: 74
 Breit G.—2.1: 21, 28, 48; 2.2: 21
 Broglie de, L.—3.2: 13, 39, 44 (см. также Де-Бройль Л.)
 Bumiller F.—3.2: 36
 Bunge M.—2.1: 54
 Caldirola P.—3.1: 29; 3.3: 4, 5, 59; 5.1: 2; 5.2: 117
 Campbell N.—3.2: 11, 17, 19
 Chrétien M.—5.2: 52, 53, 124; 6.1: 70
 Cirelli R.—3.3: 6
 Clifford W.—2.3: 6, 7, 14
 Coish H.—4.1: 103, 104
 Courant R.—4.2: 8, 9
 Daiyasu K.—5.2: 60
 Dancoff S.—5.3: 38
 Darling B.—3.3: 60; 4.2: 7, 15, 16; 5.1: 6, 7, 8
 Das A.—4.2: 19; 5.1: 5; 5.3: 145
 Dirac P.—3.1: 10; 3.3: 43; 4.1: 117; 5.2: 86; 5.3: 11, 147 (см. также Дирак П.)
 Drell S.—3.2: 37
 Duimio F.—3.3: 7; 5.2: 117
 Dürr H.—5.3: 81, 93, 97, 126, 127, 128, 131, 132, 133, 134, 135, 148
 Eddington A.—3.1: 30; 3.3: 41
 Eisenbud L.—6.2: 26
 Enatsu H.—6.1: 117
 Eve A.—3.1: 36
 Faragó P.—3.1: 32
 Fermi E.—3.3: 52; 5.3: 27
 Ferretti B.—6.1: 127
 Feynman R.—4.1: 119; 5.2: 22, 23
 Fierz M.—5.3: 20, 24; 6.1: 38
 Finkelstein R.—6.1: 24
 Firkowski R.—3.1: 35
 Fischer J.—3.3: 23
 Flint H.—3.1: 18, 48; 3.2: 27; 3.3: 23, 24, 25, 26, 27; 4.1: 82; 5.3: 4, 8, 10; 6.1: 3, 15, 16
 Fock V.—2.1: 22, 23, 49; 4.1: 80, 81; 5.3: 34; 6.1: 2, 20 (см. также Фок В. А.)
 Foldy L.—5.2: 16
 Foradori E.—3.2: 23, 24; 4.1: 109
 Frank E.—4.1: 7
 Freese E.—5.3: 37
 Freistadt H.—5.1: 9
 Friedrichs K.—4.2: 8, 9
 Froissart M.—6.2: 30, 31
 Fuchs K.—3.3: 35, 36, 37
 Fürth R.—1: 5; 3.1: 9, 21
 Gawin J.—3.1: 35
 Géhéniau J.—5.3: 135
 Goldberger M.—6.2: 28, 29, 30, 31, 46
 Good R.—5.2: 66, 67
 Gorini V.—5.3: 141
 Goto H.—6.1: 57
 Green H.—3.3: 39
 Gregory C.—6.1: 64
 Grišin V.—3.2: 37
 Groenewold H.—5.2: 129
 Guillot J.—5.2: 71
 Gunther N.—4.2: 24, 25
 Gürsey F.—5.3: 73, 74, 75
 Haas A.—3.3: 42
 Halbwachs F.—3.2: 44

- Hammer C.—5.2: 66, 67
 Hanus W.—6.1: 100
 Hara O.—6.1: 39, 40, 41, 42, 45, 46, 47, 49
 Hartmann I.—5.3: 98
 Hartree D.—3.3: 53
 Hayashi C.—6.1: 73
 Heath T.—4.1: 2, 39
 Heber G.—4.2: 17; 5.2: 119; 6.1: 127
 Heisenberg W.—2.1: 25, 56; 2.2: 8, 19; 2.3: 26; 3.1: 17, 25, 27, 38, 46; 3.2: 2, 7, 38; 3.3: 28, 29, 57; 4.1: 118; 5.2: 1, 91, 92, 94, 125, 128; 5.3: 1, 2, 3, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 22, 25, 26, 30, 31, 32, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 65, 66, 67, 68, 76, 77, 78, 81, 82, 86, 88, 92, 94, 95, 96, 97, 105, 108, 109, 110, 111, 113, 114, 115, 120, 121, 122, 126, 127, 128, 134, 142, 143, 144; 6.2: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 14, 16, 17, 21, 33, 34 (см. также Гейзенбергер В.)
 Heitler W.—3.1: 32; 5.2: 56, 60, 61, 63, 127; 6.2: 13, 43
 Hellund E.—6.1: 124
 Héno Yvonne—5.2: 70, 71
 Hilbert D.—2.2: 7 (см. также Гильбергер Д.)
 Hill E.—5.2: 28
 Hillion P.—3.2: 44
 Hirsch C.—5.3: 123
 Hofstadter R.—3.2: 36
 Höhler G.—5.2: 116
 Hoyle F.—5.2: 20
 Hu N.—6.2: 13, 42, 43
 Infeld L.—3.3: 15
 Ingraham R.—5.2: 130; 6.1: 127
 Iwanenko D.—2.1: 22, 50; 3.1: 22, 26, 38; 4.1: 80, 81; 4.2: 5, 11; 5.1: 4; 5.2: 135; 6.1: 2 (см. также Иваненко Д. Д.)
 Iwatsuki T.—4.1: 87
 Jacobi H.—2.3: 3, 10
 James R.—3.3: 53
 Jánossy L.—3.1: 32
 Järnefelt G.—4.1: 93, 98, 99, 100, 102
 Jensen Ingeborg Hammer—4.1: 36
 Jona-Lasinio G.—5.3: 145
 Jordan H.—4.2: 28, 29
 Jordan P.—3.1: 12; 3.3: 45, 46, 47, 48, 49; 5.2: 7; 6.1: 20
 Jost R.—6.2: 56, 58, 62, 63, 64
 Just K.—5.3: 98
 Kaiser H.—5.3: 100, 102
 Källén G.—5.2: 89, 122; 5.3: 41
 Katayama Y.—5.2: 110; 6.1: 50, 72, 122
 Kennard E.—2.2: 9
 Kita H.—5.3: 112, 116
 Kohn W.—6.2: 62, 63, 64
 Komar A.—4.1: 90 (см. также Комар А. А.)
 Kortel F.—5.3: 46, 47, 56
 Kramers H.—6.2: 36
 Kristensen P.—5.2: 49; 6.1: 65
 Küssner H.—2.1: 63
 Kustaanheimo P.—4.1: 95, 96, 101
 Kvasnica J.—3.3: 16, 18, 19
 Kwai B.—6.1: 52
 Ladányi K.—5.3: 145
 Lamb W.—3.3: 54
 Landau L.—3.1: 19; 5.3: 33; 6.1: 21 (см. также Ландау Л. Д.)
 Landé A.—3.1: 14; 3.3: 34; 5.2: 130
 Larmor J.—3.1: 45; 3.3: 62, 64
 Lebesgue H.—4.2: 23; 5.3: 146
 Lee T.—5.2: 59, 88; 5.3: 69
 Lehmann H.—5.3: 42
 Lévi R.—3.1: 40, 48; 3.3: 2, 3
 Lévy M.—5.2: 72
 Lewy H.—4.2: 8, 9
 Lomont J.—5.2: 65
 Longoni A.—6.2: 74
 Lorentz H.—3.1: 7
 Ma S.—6.2: 38, 52, 53, 57
 Macdonald D.—2.3: 12, 13
 Maimonides M.—2.1: 37; 2.3: 4; 5.2: 3
 March A.—3.1: 34, 37, 3.2: 23, 24, 26; 4.1: 89, 90, 109; 5.2: 17, 18, 19, 29
 Margenau H.—2.1: 4, 53; 3.2: 14; 3.3: 61; 4.1: 92; 6.2: 19, 32
 Markoff A.—4.1: 88
 Markov M.—4.1: 90; 5.2: 104 (см. также Марков М. А.)
 Marshak R.—5.3: 145
 Marx H.—3.3: 22
 Matthews P.—5.3: 35
 Maze R.—3.1: 35
 McKinley W.—6.1: 36
 McManus H.—5.2: 46
 Mie G.—3.3: 8, 9, 10
 Miller K.—3.2: 20, 21
 Mimura Y.—4.1: 83^a, 84, 87; 6.1: 4, 6
 Minardi E.—5.2: 93; 5.3: 80, 87, 89, 90; 6.1: 104, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116
 Mittelstaedt P.—5.3: 131
 Mitter H.—5.3: 46, 47, 56, 81, 97, 103, 126, 127, 128, 138
 Miyatake Y.—5.2: 36, 105; 6.2: 49
 Möglich F.—4.2: 6, 14; 5.1: 1, 3

- Møller C.—5.2: 49; 6.1: 65; 6.2: 35, 40, 54
 Montaldi E.—5.3: 99, 137, 139, 140, 141
 Morinaga K.—4.1: 86; 6.1: 5, 6
 Munataka Y.—5.2: 134
 Nagy K.—5.2: 90, 96, 97, 102, 115; 5.3: 91
 Nambu Y.—5.3: 5, 130, 145
 Nörlund N.—4.2: 20, 22
 Oehme R.—6.2: 47
 Okubo S.—5.3: 145
 Ono Y.—6.1: 69, 71
 O'Raifeartaigh L.—5.2: 62, 63, 64, 73, 85
 Ossowski H.—5.3: 98
 Pais A.—5.2: 109, 112
 Pandit L.—5.2: 57, 58
 Pauli W.—2.2: 10; 3.1: 30; 5.2: 9, 87, 89, 122; 5.3: 18, 23, 32, 72, 76, 77, 78, 86, 87, 92, 117, 118, 119, 126, 128; 6.1: 12, 70; 6.2: 14, 37 (см. также Паули В.)
 Peferls R.—3.1: 19; 5.2: 46, 52, 53, 124; 5.3: 33; 6.1: 21, 70
 Petronievics B.—4.1: 68, 69, 70, 71, 72
 Pócsik G.—6.1: 92, 97, 105
 Podolsky B.—3.3: 13
 Poincaré H.—3.1: 6 (см. также Пуанкаре А.)
 Pokrowski G.—2.3: 15; 3.1: 33, 47
 Porter W.—3.3: 19
 Pryce M.—5.2: 15
 Qvist B.—4.1: 101
 Rayski J.—3.3: 58; 5.2: 13, 34, 38, 48; 6.1: 65, 74, 83, 86, 87, 88, 89, 90, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103
 Regge T.—6.2: 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74
 Reitherford R.—3.3: 54
 Richardson O.—3.1: 48; 3.2: 9; 3.3: 25
 Reulos R.—5.3: 7
 Rojansky V.—6.1: 123, 125
 Rompe R.—4.2: 6, 14; 5.1: 1, 3
 Rosen G.—5.2: 134
 Rosen N.—5.2: 25; 6.1: 127
 Ruark A.—2.2: 16; 3.1: 18, 20, 21
 Rumer G.—5.2: 1
 Rutherford E.—3.1: 11
 Rzewuski J.—5.2: 47, 97, 114, 115; 6.1: 71
 Sacks Eva — 4.1: 23, 42
 Salam A.—5.3: 35, 70
 Sambursky S.—3.3: 44
 Sauter F.—3.3: 50
 Scherzer O.—5.2: 12
 Schiff L.—4.2: 13; 5.2: 118; 5.3: 29
 Schild A.—2.1: 27; 2.3: 17; 5.2: 27
 Schlieder S.—5.3: 81, 97, 126, 127, 128
 Schrödinger E.—2.1: 24, 29, 30, 35, 52, 60; 2.3: 14; 3.1: 23; 3.2: 15, 16; 4.1: 77; 6.1: 1
 Sekine K.—5.3: 124, 149
 Sen P.—5.2: 77, 82; 5.3: 79; 6.1: 119, 120
 Sexti Empiricus — 2.1: 5 (см. также Секст Эмпирик)
 Shapiro I.—4.1: 105 (см. также Шапиро И. С.)
 Shimazu H.—3.1: 32; 6.1: 39, 40, 41, 42, 45, 46, 47, 49
 Shirokov Yu.—3.3: 51
 Silberstein L.—2.1: 20; 4.1: 94
 Smith F.—6.2: 27
 Snyder H.—5.2: 26; 6.1: 7, 9, 10, 18
 Sredniawa B.—5.2: 62, 85
 Stark J.—3.2: 10
 Stoney G.—3.1: 50
 Stueckelberg E.—5.2: 126; 6.2: 15
 Sugano R.—5.2: 60
 Takabayasi T.—3.2: 44
 Takahashi Y.—5.2: 60, 61, 64, 73
 Takano Y.—5.2: 106, 133
 Tamm I.—2.1: 26; 5.3: 38 (см. также Тамм И. Е.)
 Tanaka K.—6.1: 124
 Tannery P.—4.1: 41, 47
 Ter Haar D.—6.2: 55, 59
 Terreaux C.—5.2: 62, 85
 Thirring W.—5.2: 113
 Thomson J.—3.1: 42; 3.3: 1
 Tousek B.—5.3: 71
 Uhlenbeck G.—5.2: 109, 112
 Unsöld A.—3.3: 46
 Van Dantzig D.—2.1: 62, 64; 3.3: 68
 Van der Spuy E.—5.3: 145
 Van Hove L.—5.3: 136
 Van Kampen N.—6.2: 60, 65
 Vigier J.—6.1: 122
 Waller I.—3.3: 53
 Wanders G.—5.2: 126
 Wataghin G.—2.2: 13; 3.1: 19, 21; 5.2: 10, 11, 14, 37, 74, 75, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 132; 5.3: 145; 6.1: 37, 80 (см. также Ватагин Г.)
 Watanabe J.—1: 7, 8; 6.1: 126

Watson K.— 6.2 : 28, 29, 30, 31	Yamazaki K.— 5.3 : 81, 97, 126, 127 128, 148
Weinstein M.— 3.1 : 28; 3.2 : 28	Yang C.— 5.2 : 59; 5.3 : 69; 6.1 : 13
Weizsäcker C.— 5.3 : 115	Yearian M.— 3.2 : 36
Welton T.— 3.3 : 56	Yem P.— 5.2 : 69
Wentzel G.— 4.2 : 12; 5.3 : 125; 6.2 : 41, 44	Yennie D.— 6.1 : 48
Wenzlaff B.— 3.3 : 65	Yokoyama K.— 3.1 : 32
Weysenhoff J.— 4.1 : 91	Yukawa H.— 3.3 : 30; 6.1 : 25, 26, 28 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 43, 44, 51 53, 54, 55, 56, 58, 59, 67, 79, 121 122
Wheeler J.— 6.2 : 18	
Whyte L.— 3.1 : 43, 44; 3.2 : 33; 3.3 : 63	Zawadzki A.— 3.1 : 35
Wildermuth K.— 6.2 : 43	Zeller E.— 4.1 : 17, 35, 37, 49
Wohlrab K.— 5.3 : 101	Zilsel P.— 4.2 : 15, 16; 5.1 : 7
Wollaston F.— 3.2 : 20, 21	Zimmerman E.— 3.2 : 43; 3.3 : 68
Wouthuysen S.— 5.2 : 16	Zimmermann W.— 5.3 : 36
Yahya Q.— 4.1 : 106	Zumino B.— 5.3 : 131

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Условные обозначения	5
Сокращенные названия журналов	5
Глава 1. Введение	7
Глава 2. Механизм движения в дискретном пространстве-времени	14
2.1. Свойство изотопии	14
2.2. Свойство кекинемы	37
2.3. Свойство реокации	48
Глава 3. Элементарные интервалы длины и времени	60
3.1. Экстерьер элементарных интервалов	60
3.2. Интерьер элементарных интервалов	85
3.3. Идея элементарных интервалов в теоретической физике	98
Глава 4. Математика дискретного мира	130
4.1. Геометрия	134
4.2. Математический анализ	170
Глава 5. Нерешенные проблемы физики непрерывного мира	184
5.1. Применение нового математического аппарата	185
5.2. Трудности современной теории поля	191
5.3. Спектр масс элементарных частиц	248
Глава 6. Методы физики дискретного мира	309
6.1. Операторы координат	310
6.2. S-матрица Гейзенберга	352
Глава 7. Заключение	386
Список авторов цитированной литературы	393

Представляем Вам наши лучшие книги:



Астрономия и астрофизика

- Ефремов Ю. Н.* Вглубь Вселенной. Звезды, галактики и мироздание.
Кононович Э. В., Мороз В. И. Общий курс астрономии.
Куликовский П. Г. Справочник любителя астрономии.
Чернин А. Д. Звезды и физика.
Сажин М. В. Современная космология в популярном изложении.
Левитан Е. П. Физика Вселенной: экскурс в проблему.
Попова А. П. Занимательная астрономия.
Бааде В. Эволюция звезд и галактик.
Шварцшильд М. Строение и эволюция звезд.
Архангельская И. Д., Чернин А. Д., Розенталь И. Л. Космология и физический вакуум.
Розенталь И. Л., Архангельская И. В. Геометрия, динамика, Вселенная.
Кинг А. Р. Введение в классическую звездную динамику.

Серия «Синергетика: от прошлого к будущему»

- Хакен Г.* Информация и самоорганизация.
Безручко Б. П. и др. Путь в синергетику. Экскурс в десяти лекциях.
Князева Е. Н., Курдюмов С. П. Основания синергетики. Кн. 1, 2.
Данилов Ю. А. Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение.
Трубецкой Д. И. Введение в синергетику. В 2 кн.: Колебания и волны; Хаос и структуры.
Арнольд В. И. Теория катастроф.
Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики.
Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. Нелинейная динамика и хаос: основные понятия.
Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Подлазов А. В. Нелинейная динамика.
Малинецкий Г. Г. (ред.) Будущее России в зеркале синергетики.
Быков В. И. Моделирование критических явлений в химической кинетике.
Баранцев Р. Г. Синергетика в современном естествознании.
Пригожин И. Неравновесная статистическая механика.
Пригожин И. От существующего к возникающему.
Пригожин И., Стенгерс И. Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени.
Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой.
Пригожин И., Николис Г. Познание сложного. Введение.
Суздаев И. П. Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов.

Тел./факс:

(495) 135-42-46,
 (495) 135-42-16.

E-mail:

URSS@URSS.ru

<http://URSS.ru>

Наши книги можно приобрести в магазинах:

- «Библю-Глобус» (м. Лубянка, ул. Мясницкая, 5. Тел. (495) 925-2457)
 «Московский дом книги» (м. Арбатская, ул. Новый Арбат, 8. Тел. (495) 203-8242)
 «Молодая гвардия» (м. Полянка, ул. Б. Полянка, 28. Тел. (495) 238-5001, 780-3370)
 «Дом научно-технической книги» (Ленинский пр-т, 40. Тел. (495) 137-6019)
 «Дом деловой книги» (м. Пролетарская, ул. Марxisстская, 9. Тел. (495) 270-5421)
 «Гнозис» (м. Университет, 1-й г-м. корпус МГУ, комн. 141. Тел. (495) 939-4713)
 «У Невтарара» (РГТУ) (м. Новослободская, ул. Чапаева, 13. Тел. (495) 973-4301)
 «СПб. дом книги» (Невский пр., 28. Тел. (812) 311-3954)

Уважаемые читатели! Уважаемые авторы!

Наше издательство специализируется на выпуске научной и учебной литературы, в том числе монографий, журналов, трудов ученых Российской академии наук, научно-исследовательских институтов и учебных заведений. Мы предлагаем авторам свои услуги на выгодных экономических условиях. При этом мы берем на себя всю работу по подготовке издания — от набора, редактирования и верстки до тиражирования и распространения.



URSS

Среди вышедших и готовящихся к изданию книг мы предлагаем Вам следующие:

Эддингтон А. Пространство, время и тяготение.

Эддингтон А. Относительность и кванты.

Эддингтон А. Теория относительности.

Вейль Г. Пространство. Время. Материя. Лекции по общей теории относительности.

Угаров В. А. Специальная теория относительности.

Сацункевич И. С. Экспериментальные корни специальной теории относительности.

Визгин В. П. Единые теории поля в квантово-релятивистской революции.

Бранский В. П. Значение релятивистского метода Эйнштейна в формировании общей теории элементарных частиц.

Пименов Р. И. Анизотропное финслерово обобщение теории относительности как структуры порядка.

Вильф Ф. Ж. Логическая структура частной теории относительности.

Гаурюсов В. Г. Измерение и свойства пространства-времени.

Джеммер М. Понятие массы в классической и современной физике.

Аксенов Г. П. Причина времени.

Канке В. А. Формы времени.

Рейхенбах Г. Философия пространства и времени.

Рейхенбах Г. Направление времени.

Уиттроу Дж. Естественная философия времени.

Грюнбаум А. Философские проблемы пространства и времени.

Шредингер Э. Мой взгляд на мир. Пер. с нем.

Борн М. Моя жизнь и взгляды. Пер. с англ.

Гейзенберг В. Философские проблемы атомной физики.

Гейзенберг В. Часть и целое (беседы вокруг атомной физики).

Карнап Р. Философские основания физики. Введение в философию науки.

Бунге М. Философия физики.

Вигнер Э. Инвариантность и законы сохранения. Этюды о симметрии.

Мозилевский Б. М. Природа глазами физика.

Захаров В. Д. Физика как философия природы.

Минасян Л. А. Единая теория поля.

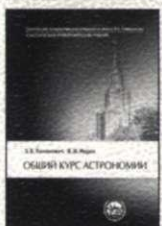
Бриллюэн Л. Научная неопределенность и информация.

Хван М. П. Неистовая Вселенная: от Большого взрыва до ускоренного расширения, от кварков до суперструн.

По всем вопросам Вы можете обратиться к нам:
тел./факс (495) 135-42-16, 135-42-46
или электронной почтой URSS@URSS.ru
Полный каталог изданий представлен
в Интернет-магазине: <http://URSS.ru>

Научная и учебная
литература

Наше издательство рекомендует следующие книги:



интернет-магазин
OZON.RU

433707 ID 41522

НАУЧНАЯ И УЧЕБНА



Тел./факс: 7 (49 20689736)
Тел./факс: 7 (495) 135-42-40



URSS.ru
изданий
в интернете:
<http://URSS.ru>