

21162

ПРОВЕРЕНО 1949 г.

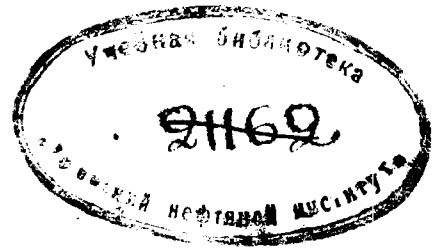
С. Г. ГЕРАСИМОВ

6/1.1
7-37

ПРОСМОТРЕНО

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО
РЕГУЛИРОВАНИЯ
ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

21162



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1949 ЛЕНИНГРАД

В книге рассматриваются основные положения теории автоматического регулирования теплотехнических (сравнительно медленно текущих) процессов. При этом рассматривается схематизированный (идеализированный) процесс и реальный процесс с запаздываниями. Дается методика приближенного расчета процесса регулирования.

В книге рассматриваются также принципиальные схемы регулирования котельных агрегатов и пылеприготовительных устройств.

Книга рассчитана на инженерно-технических работников в области автоматического регулирования теплотехнических процессов.

Редактор *С. Ф. Чистяков*

Техн. редактор *С. Н. Бабочкин*

Сдано в набор 17/III 1949 г.

Подписано к печати 7/X 1949 г.

Объем 20¹/₂ п. л. + вклейка, уч.-изд. л. 22,5

Тип. зн. в п. л. 43 400

А-13115

Тираж 4 300 экз.

Бумага 60×92¹/₁₆

Заказ 2103

Типография Госэнергоиздата. Москва, Шлюзовая наб., 10.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Начало разработки теории автоматического регулирования относится еще к прошлому столетию. Основные положения этой теории были опубликованы в 1877 и 1878 годах ее основоположником профессором Петербургского Технологического Института И. А. Вышнеградским*.

В дальнейшем теория регулирования продолжала развиваться и совершенствоваться главным образом в приложении к регулированию машин и механизмов. Ряд выдающихся работ в этой области принадлежал и принадлежит опять-таки нашим русским и советским ученым. В ее развитии много сделали проф. Н. Г. Жуковский, проф. И. Н. Бознесенский и в последние годы ряд работников школы академика А. А. Андропова и другие.

Следует отметить, что постановка задачи в теории регулирования машин и механизмов существенно отличается от такой же постановки в области регулирования процессов, в том числе тепловых. Это обусловлено тем, что в последнем случае большую долю внимания приходится уделять самим объектам регулирования.

При современном бурном развитии техники автоматизации различного рода процессов создалось такое положение, при котором практика автоматического регулирования обогнала теорию этого дела именно в части возможности широкого инженерного использования общих выводов теории.

Между тем, уже вполне назрела необходимость, во всяком случае в области регулирования тепловых процессов, иметь хотя бы приближенный упрощенный метод инженерного расчета процессов автоматического регулирования, основываю-

* Вышнеградский И. А., „О регуляторах непрямого действия“ и „О регуляторах прямого действия“ Известия С-Петербургского Технологического Института 1877 и 1878 годы.

щийся на четком понимании физической сущности процесса и доступный достаточно широкому кругу инженерно-технических работников промышленности и проектных организаций.

Решению такой задачи отвечает ряд работ, выполненных в последние годы в научно-исследовательских организациях Союза. Приводимый материал по мысли автора помогает в какой-то мере восполнить указанный выше пробел и базируется, в основном, на работах лаборатории Авторегулирования Всесоюзного ордена Трудового Красного Знамени Теплотехнического Института им. Ф. Дзержинского, а так же на работах кафедры «Теплового Контроля и Автоматики» Московского ордена Ленина Энергетического Института им. В. М. Молотова.

СОДЕРЖАНИЕ

	<i>Стр.</i>
1. Введение	7
РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ	
Объекты и процессы регулирования	
2. Процесс самовыравнивания	9
а) Основные понятия и обозначения	9
б) Уравнение процесса самовыравнивания	21
3. Процессы принудительного регулирования	23
а) Основные понятия и обозначения	23
б) Процесс астатического принудительного регулирования	27
в) Процесс принудительного регулирования с обратной связью	41
г) Процесс принудительного регулирования с дополнительным импульсом по производной параметра	51
д) Процесс принудительного регулирования по импульсу от производной параметра	55
4. Расчет постоянных объектов регулирования	57
РАЗДЕЛ ВТОРОЙ	
Регулирование идеализированных систем	
5. Уравнения принудительного регулирования и их исследование	67
6. Регулирование со скоростью, пропорциональной регулируемому импульсу	69
а) Уравнение регулирования и коэффициенты затухания	69
б) Максимальное отклонение параметра в процессе регулирования	75
в) Регулирование с импульсом только от производной параметра	87
г) Регулирование с упругой обратной связью (изодромное регулирование)	89
д) Сравнительный анализ процессов регулирования с жесткой связью и с дополнительным импульсом по производной параметра	114
е) Сравнительный анализ изодромного регулирования и регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра	124
7. Регулирование с постоянной скоростью	131
а) Регулирование с жесткой связью	135

б) Регулирование с дополнительным импульсом по производной параметра	144
в) Регулирование с упругой обратной связью (изодромное регулирование)	152
г) Регулирование при наличии самовыравнивания	159
д) Сравнительный анализ процесса регулирования со скоростью постоянной и пропорциональной регулируемому импульсу	170
8. Методика приближенного расчета процесса регулирования	173

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

Регулирование неидеализированных систем

9. Влияние зоны нечувствительности на процесс регулирования	188
10. Влияние демпфирования импульса и массы регулятора на процесс регулирования и критерии устойчивости процесса	198
11. Влияние запаздывания на процесс регулирования	210
а) Введение	210
б) Регулирование с постоянной скоростью и жесткой связью	222
в) Регулирование с постоянной скоростью и упругой связью	237
г) Регулирование с постоянной скоростью по отклонению параметра и его производной	245
12. Двухпозиционное регулирование	266

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

Схемы регулирования котельных агрегатов

13. Регулирование барабанных котельных агрегатов	279
14. Регулирование прямоточных котельных агрегатов	297
15. Регулирование пылеприготовительных систем	313
Библиография	326
Алфавитный указатель	327

1. ВВЕДЕНИЕ

Теплотехнические процессы являются одними из наиболее сложных производственных процессов, поэтому стремление построить точную и строгую теорию автоматического регулирования их приводит к чрезвычайно громоздким решениям.

Однако, теплотехнические процессы благодаря ряду специфических особенностей открывают широкие возможности для их упрощения. Это в свою очередь дает возможность упрощения и конкретизации теории вопроса и открывает перспективы к овладению сравнительно простой методикой приближенного расчета автоматического регулирования.

Из таких особенностей теплотехнических процессов следует в первую очередь отметить их сравнительно медленное течение в подавляющем большинстве случаев, а там, где оно достаточно быстро, — возможность сравнительно медленного регулирования (полное время закрытия регулирующих органов почти никогда не бывает меньше 30 сек., а часто доходит и до 100—150 сек. и выше).

Вследствие такого медленного течения процессов при надлежащем конструктивном оформлении регулирующих систем в расчетах с достаточным основанием можно пренебрегать влияниями масс этих систем, а также влиянием разгона и выбегов регулирующих механизмов.

Далее, также в большом числе случаев, объекты регулирования в теплотехнике можно приближенно рассматривать, как объекты с сосредоточенными емкостями. Это дает возможность характеризовать объекты регулирования всего двумя «постоянными» величинами — чувствительностью их или временем разгона, и способностью их к самовыравниванию. Одной из важнейших предпосылок к такому рассмотрению является опять-таки медленное течение процесса.

В ряде случаев теплотехнические процессы протекают практически без запаздывания, т. е. начало изменения регулируемого параметра можно с достаточной степенью точности считать наступающим немедленно после возникновения возмущения. В других теплотехнических процессах, когда запаздыванием в изменении параметра нельзя пренебречь, можно в большинстве случаев свести форму кривой процесса самовыравнивания к такой, при которой она как бы составляется

из двух частей — прямолинейной, параллельной оси времени, где параметр неизменен на протяжении времени запаздывания, и экспоненциальной — идеализированной.

Большие и общепринятые упрощения достигаются принятием прямолинейности всех статических характеристик регулирования. При этом, строго говоря, мы должны ограничиться рассмотрением лишь бесконечно малых перемещений в регулируемой и регулирующей системах. Однако, в таком случае пришлось бы отказаться от расчета наиболее важной с технологической точки зрения величины — отклонения параметра в процессе регулирования, так же как и от рассмотрения конечных запаздываний. С нашей точки зрения такое ограничение было бы для инженерного расчета необоснованно. При расчете всегда известно, какой режим работы наиболее не выгоден для процесса. Именно на него-то и нужно ориентировать расчет.

Аналогичное рассуждение дает нам возможность пользоваться постоянными значениями характеристических величин, ориентируя расчет на наиболее невыгодное для процесса их действительное значение.

Наконец, возмущение, как это общепринято, можно рассматривать мгновенным и однократным. В этом случае мы также получим наиболее невыгодную из действительно имеющих место форму процесса.

Все эти упрощения дают возможность: выяснить физическую сущность процесса регулирования, и, влияние на этот процесс всех отдельных характеристических величин; дать сравнительный анализ различных методов регулирования и наметить принципиальные пути развития конструктивных типов автоматических регуляторов; развить метод инженерного расчета процесса регулирования и методику выбора для каждого конкретного случая потребного типа регуляторов и исходных при наладке значений его характеристических величин. Этот последний в громадном большинстве случаев может быть разработан с применением сравнительно несложного математического аппарата с использованием дифференциальных уравнений второго и третьего порядка и графо-аналитического метода расчета при прерывистом и двухпозиционном регулировании, а также при регулировании с постоянной скоростью. При этом появляются возможности построения и использования расчетных таблиц и номограмм. Наконец, ввиду доступности методики расчета и знания того, как отдельные характеристические величины агрегата влияют на процесс регулирования, может быть дана в руки конструкторам теплотехнических агрегатов возможность их построения с учетом требований регулирования. Последнее, надо думать, позволит в дальнейшем слить в единый комплекс регулируемый агрегат и его систему автоматического регулирования.

ОБЪЕКТЫ И ПРОЦЕССЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ

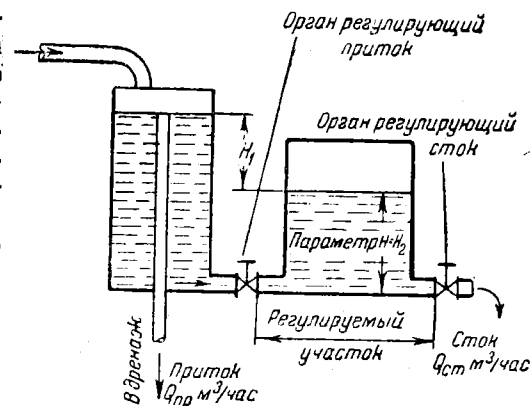
2. ПРОЦЕСС САМОВЫРАВНИВАНИЯ

а) Основные понятия и обозначения

Все процессы регулирования можно схематически представить на примере некоторого объема, к которому, с одной стороны, непрерывно притекает какое-либо вещество (или энергия), а с другой, — непрерывно стекает то же вещество (или энергия). Регулирование притекающего вещества осуществляется с помощью соответствующего устройства

или органа, точно так же может регулироваться и количество стекающего вещества. В момент равновесия количества притекающего и стекающего вещества равны между собой, и это состояние динамического равновесия характеризуется определенным значением некоторой величины. Задача регулирования

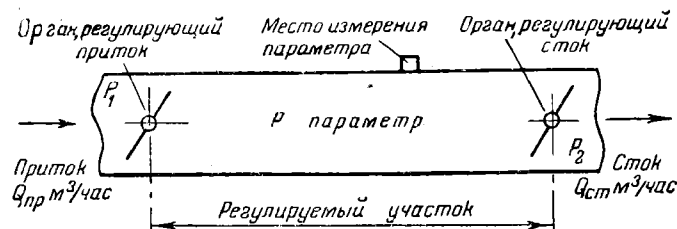
заключается в том, чтобы поддерживать неизменным значение этой характеристической величины. Будем называть в дальнейшем устройство, управляющее притоком, органом, регулирующим приток, или регулятором притока; устройство, управляющее стоком, — органом, регулирующим сток, или регулятором стока. Пространство (или объем), в котором



Фиг. 1. Схема регулируемого участка уровня в гидравлической модели.

происходит процесс регулирования, ограниченное регулятором стока с одной стороны и регулятором притока — с другой, — регулируемым участком в узком смысле или просто регулируемым участком. Наконец, ту величину, которая характеризует регулируемый процесс и значение которой нужно поддерживать неизменным, — регулируемым параметром или просто параметром. Параметр, очевидно, может сохранять постоянное значение лишь при состоянии динамического равновесия, т. е. при полном равенстве притока и стока.

В примере на фиг. 1 мы имеем случай регулирования уровня воды в баке, а в примере на фиг. 2 мы имеем случай регулирования давления в некотором участке трубопровода.



Фиг. 2. Схема регулируемого участка давления.

ограниченном двумя задвижками. В этих случаях задвижка, управляющая притоком воды или газа (левая), является регулятором притока; задвижка, управляющая стоком воды или газа (правая), — регулятором стока; объем бака или трубопровода между этими задвижками — регулируемым участком, а уровень воды и давление газа в регулируемом участке — параметром.

В случае изменения вовне регулируемого участка причин, обуславливающих приток или сток, а также в случае изменения положения регулятора притока или стока произойдет, очевидно, и изменение регулируемого параметра. Изменение значения параметра произойдет и при одновременном воздействии двух или нескольких указанных причин. Однако, суммарное воздействие нескольких причин можно всегда заменить эквивалентным этому суммарному воздействию воздействием одной из них, например, изменением положения регулятора стока. Это изменение положения органа, регулирующего сток, является в данном случае возмущающим фактором или просто возмущением. Всякое возмущение влечет за собой изменение заданной величины параметра — «нарушение параметра», который, однако, через некоторый промежуток времени вследствие явления «самовыравнивания» перестанет изменяться во времени и примет некоторое новое значение. Это наступает только тогда, когда новый изменившийся-

ся сток уравнивается соответствующим изменением притока, т. е. при наступлении нового состояния равновесия.

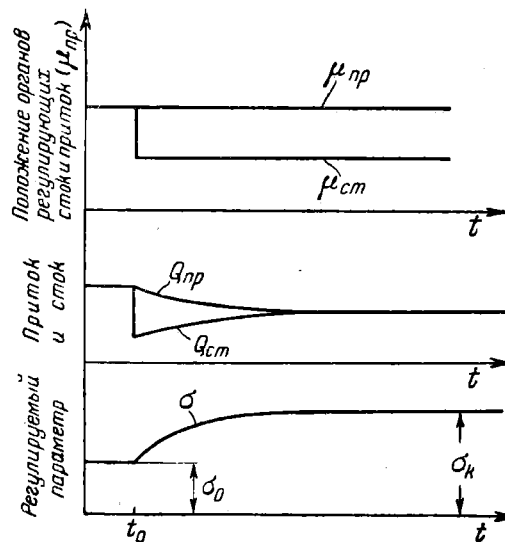
Процесс «самовыравнивания» можно хорошо проследить в обоих вышеприведенных случаях регулирования (фиг. 1 и 2).

Пусть в некоторый момент времени t_0 положение органа, регулирующего сток, внезапно меняется (фиг. 3, верхняя кривая), положение же органа, регулирующего приток, остается неизменным в продолжение всего процесса. При внезапном прикрытии органа, регулирующего сток, сейчас же понизится сток регулируемого вещества из регулируемого участка (средняя кривая), следовательно, начнет повышаться и регулируемый параметр (уровень воды или давление) в нем (нижняя кривая).

Повышение в регулируемом участке регулируемого параметра, первоначально равного σ_0 , повлечет за собой увеличение стока и одновременно уменьшение притока. Таким образом, через некоторое время приток снова будет равен стоку, а регулируемый параметр в регулируемом участке примет новое значение σ_k , несколько большее, чем первоначальное σ_0 . При внезапном открытии регулятора стока весь процесс пойдет

в обратном направлении, т. е. увеличится сток, вследствие чего начнет уменьшаться уровень воды (или давление) в регулируемом участке, что приведет к уменьшению стока при одновременном увеличении притока, и уровень воды (или давление) примет новое значение, меньшее, чем первоначальное. Аналогичные явления будут иметь место и при внезапных изменениях давления перед регулятором притока или за регулятором стока.

Подобным же образом будет протекать процесс и в случаях регулирования температуры того или иного объекта, например температуры помещения. В этом случае процесс будет совершаться благодаря изменениям и выравниванию притока и стока тепла,



Фиг. 3. Общий тип кривой разгона (самовыравнивания).

В ряде практических случаев возникшее в результате самовыравнивания отклонение величины параметра σ_k от первоначального его значения σ_0 может оказаться недопустимым или же может оказаться, что процесс самовыравнивания протекает недопустимо медленно. В этих случаях необходимо воздействовать на протекание процесса самовыравнивания от руки или же при помощи каких-либо устройств.

В дальнейшем мы будем предполагать, что состояние равновесия в регулируемом участке нарушается внезапно однократным изменением притока или стока и будем рассматривать процесс регулирования протекающим самостоятельно, без дальнейших внешних воздействий. В этом случае, возвращаясь к схемам фиг. 1 и 2 и разобранным нами примеру, мы можем свести все мыслимые случаи нарушения равновесия в регулируемом участке к эквивалентному внезапному движению органа, регулирующего приток или сток. Орган, регулирующий приток или сток, мы будем в таком случае называть возмущающим органом.

Для регулирования мы, очевидно, должны будем воспользоваться другим органом — органом, регулирующим сток (или приток). Орган, регулирующий сток (или приток), мы будем тогда называть регулирующим органом. Устройство, измеряющее величину регулируемого параметра и воздействующее на регулирующий орган, мы будем называть управляющим или командным органом. Очевидно, что если орган, регулирующий приток, является возмущающим органом, мы имеем дело с регулированием стока. Наоборот, если возмущающим органом будет орган, регулирующий сток, то орган, регулирующий приток, окажется регулирующим органом, и мы имеем дело с регулированием притока. В первом случае командный орган воздействует, очевидно, на орган, регулирующий сток, во втором — на орган, регулирующий приток.

Для решения задачи регулирования необходимо подробно изучить свойства регулируемого участка, управляющего и регулирующего органов и установить закон взаимодействия их.

Прежде всего надо изучить свойства регулируемого участка, для чего рассмотрим более подробно явление самовыравнивания.

В дальнейшем изложении будем считать, что в начальный момент в регулируемом участке существует состояние равновесия, т. е. приток в точности равен стоку и параметр имеет определенное значение. В некоторый момент времени наступает внезапное нарушение этого состояния, например, внезапно изменяется положение регулятора стока, причем вне регулируемого участка параметр сохраняет свое первоначальное значение. После внезапного возмущения до окончания процесса выравнивания никаких новых возмущающих воздействий регулируемый участок не испытывает, т. е. регуляторы притока и стока остаются неподвижными, и процесс,

происходящий в регулируемом участке, предоставляется самому себе¹.

В большинстве случаев возникшее несоответствие между притоком и стоком постепенно выравнивается и в регулируемом участке через некоторый момент времени наступает вновь состояние равновесия. Однако, новое состояние равновесия характеризуется и новым значением параметра. Степень отклонения параметра от первоначального своего значения зависит при прочих равных условиях от величины возмущающего воздействия.

Отношение между величиной возмущающего воздействия (разность между притоком и стоком) и величиной отклонения параметра мы будем называть степенью выравнивания регулируемого участка.

В отдельных случаях регулирования в зависимости от свойств регулируемого участка новое состояние равновесия после возмущающего воздействия может долго, а иногда и совсем не наступить. В этих случаях мы будем считать, что степень выравнивания регулируемого участка очень мала или же равна нулю.

С другой стороны, свойства регулируемого участка имеют решающее значение также и для продолжительности протекания процесса самовыравнивания, который может протекать медленнее или быстрее. Продолжительность самовыравнивания зависит от аккумулирующей способности регулируемого участка, чем больше аккумулирующая способность, тем медленнее, очевидно, протекает процесс самовыравнивания. Поэтому выравнивание температуры в нерегулируемых печах происходит всегда очень медленно (так как кладка печи обладает большой аккумулирующей способностью), давление же в водопроводе выравнивается очень быстро. Продолжительность протекания процесса самовыравнивания может быть характеризована отношением скорости изменения параметра к величине возмущающего воздействия. Это отношение мы будем называть чувствительностью регулируемого участка. Продолжительность протекания процесса самовыравнивания может характеризоваться и тем временем, которое нужно для уменьшения величины возмущающего воздействия, например на 50 или на 90% и т. п. (продолжительность 100% выравнивания, очевидно, бесконечна). Это время, необходимое для самовыравнивания, мы будем называть временем выравнивания. Время выравнивания, очевидно, обратно пропорциональ-

¹ В основу такого рода рассуждения может быть положено также возмущающее воздействие, вызванное внезапным увеличением притока, а также любое возмущающее воздействие, вызванное нарушением равенства притока и стока, т. е. также и уменьшение притока или стока или одновременное изменение притока и стока. В основу рассуждения положен вышеприведенный простой случай лишь для облегчения понимания зависимостей.

но чувствительности, т. е. при большей чувствительности выравнивание протекает быстрее и также быстрее наступает новое состояние равновесия, и наоборот.

Обозначим количество (вещества или энергии), протекающее в единицу времени, через Q . Притекающее к регулируемому участку количество обозначим Q_{np} , стекающее от регулируемого участка Q_{cm} . Через Q_m обозначим количество, протекающее через регулируемый участок при каком-либо нормальном значении параметра. За Q_m чаще всего целесообразно принимать максимальное протекающее через регулируемый участок количество при совершенно открытом регулирующем органе, в том случае, когда в этом участке господствует заданный параметр, если $Q_{min} = 0^*$.

При расчетах регулирования удобнее пользоваться относительными безразмерными величинами, для чего мы введем следующие обозначения и понятия:

$$\frac{Q_{np}}{Q_m} = v_{np} \text{ — степень притока;}$$

$$\frac{Q_{cm}}{Q_m} = v_{cm} \text{ — степень стока.}$$

Обозначим через z величину регулируемого параметра (давление, температура, уровень воды, число оборотов и т. д.). Параметр перед возмущающим воздействием (начальный параметр) обозначим через z_0 , параметр после выравнивания (конечный параметр) — через z_k .

Пользуясь безразмерными относительными величинами, мы примем следующие понятия:

$$\frac{z_0}{z_m} = \sigma_0 \text{ — относительная величина начального параметра;}$$

$$\frac{z_k}{z_m} = \sigma_k \text{ — относительная величина конечного параметра.}$$

Здесь z_m — любое постоянное значение параметра. За эту величину обычно удобнее всего брать заданное и поддерживаемое значение параметра z_3 .

Во многих случаях рассуждения значительно упрощаются, если значение начального параметра σ_0 (или конечного σ_k)

* Если количество, протекающее через регулируемый участок при полностью открытом регулирующем органе, равно, Q_{max} , а при полностью закрытом регулирующем органе это количество равно Q_{min} , то охватываемая регулированием область, т. е. число $m^3/сек$, на которое может увеличиться или уменьшиться приток к соединительному участку при полном движении регулирующего органа, составит $Q_0 = Q_{max} - Q_{min}$. В этом случае за Q_{max} целесообразно выбрать Q_0 .

принять равным нулю. Время, как и всегда, будем обозначать через t .

Чувствительность регулируемого участка характеризует быстроту самовыравнивания и, следовательно, должна зависеть от $\frac{d\sigma}{dt}$. Скорость изменения параметра является функцией возмущающего воздействия, т. е. величины

$$(v_{np} - v_{cm}) = \Delta v.$$

Возмущающее воздействие в начальный момент времени — в момент возмущения — будем обозначать:

$$(v_{np} - v_{cm})_0 = \Delta v_0.$$

Безразмерное выражение Δv можно бы назвать степенью аккумулярования, оно показывает, какое количество вещества аккумуляруется за единицу времени в регулируемом участке или же расходуется из него. Кривые фиг. 3 как раз показывают характер изменения величин v и σ во времени. Чем больше в каждый момент $(v_{np} - v_{cm})$, тем быстрее происходит аккумулярование, а следовательно, и самовыравнивание, тем больше $\frac{d\sigma}{dt}$.

Поэтому мы можем написать: $\frac{d\sigma}{dt} = f(v_{np} - v_{cm})$.

Наиболее простой вид этой функции будет линейный. Тогда

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sigma' = \text{const} \cdot (v_{np} - v_{cm}) = \epsilon \cdot (v_{np} - v_{cm}) = \epsilon \cdot \Delta v.$$

Величину

$$\epsilon = \text{const} = \frac{\sigma'}{\Delta v} \quad (1)$$

называют чувствительностью регулируемого участка. Величина ϵ представляет собой скорость изменения параметра для возмущающего воздействия, величина которого равна единице (например, $v_{np} = 1$, а $v_{cm} = 0$).

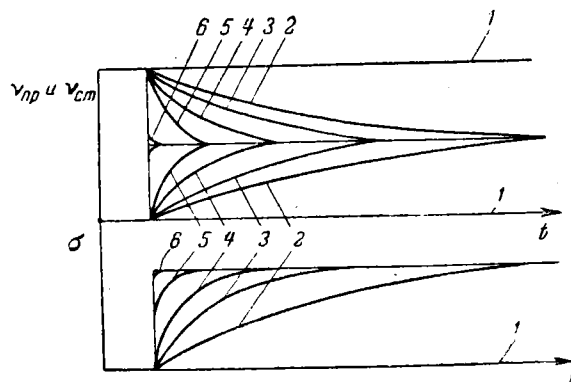
Наше положение действительно для малых участков процесса самовыравнивания. Однако, приближенно оно может быть отнесено ко всему процессу самовыравнивания, если подставить среднее значение для ϵ .

Из выражения (1) видно, что ϵ имеет размерность скорости $\left(\frac{1}{\text{время}}\right)$.

Таким образом, чувствительностью регулируемого участка мы называем отношение скорости изменения параметра к существующей в данный момент разности между притоком и

стоком¹. Следовательно, при прочих равных условиях (при одной и той же степени выравнивания) самовыравнивание происходит тем быстрее, чем больше чувствительность регулируемого участка.

Как мы условились выше, в процессе самовыравнивания (так же, как и в процессе регулирования) возмущение совершается мгновенно, следовательно, оно имеет максимальное значение в начальный момент времени. При этом скорость изменения параметра имеет наибольшее значение также в начальный момент (при условии постоянства значения чувствительности во всем процессе самовыравнивания).



Фиг. 4. Кривые самовыравнивания при одной и той же степени выравнивания и разных чувствительностях регулируемого участка.

1 — чувствительность равна 0;
2 — то же очень мала;
3 — то же большая;
4 — то же еще больше;
5 — очень большая;
6 — то же равна ∞ .

Кривые фиг. 4 показывают протекание процесса самовыравнивания при различных чувствительностях регулируемого участка, но при равных степенях выравнивания и при одинаковых возмущающих воздействиях.

Часто вместо понятия чувствительность употребляют понятие время разгона регулируемого участка, подразумевая под этим термином величину $T_a = \frac{1}{\epsilon}$, обратную чувствительности и имеющую размерность времени. Таким образом,

$$T_a = \frac{1}{\epsilon} = \frac{\Delta v}{\sigma}. \quad (2)$$

Время разгона (фиг. 5) для случая $v_{np} = 1$ и $v_{cm} = 0$ представляет собой величину подкасательной для момента начала процесса самовыравнивания в предположении, что $\sigma_k = 0$.

¹ Чувствительность регулируемого участка не следует смешивать с нечувствительностью регулятора. Последняя обозначает, что регулирующий орган регулятора вследствие трения и т. п. или ввиду особенностей своей конструкции начинает реагировать лишь тогда, когда параметр уже изменился на конечную величину $\Delta\sigma$. Степень нечувствительности регулятора составляет тогда $\Delta\sigma/\sigma$, величина $\Delta = 2 \cdot \Delta\sigma$ представляет собой ширину зоны нечувствительности.

Время протекания процесса самовыравнивания до момента достижения величины параметра, равной $0,5 \cdot (\sigma_k - \sigma_0)$, называется обычно временем полувыравнивания (отношение последнего ко времени разгона составляет в большинстве случаев 1:1,5).

Переходя от безразмерных величин к размерным, мы можем выражение (1) преобразовать следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{\frac{dz}{dt} \frac{100}{z}}{\frac{Q_{np} - Q_{cm}}{Q_m} \cdot 100}$$

Числитель дроби выражает в этом случае скорость изменения параметра в каждую секунду в процентах от заданного значения параметра, тогда как знаменатель означает разницу между притоком и стоком в процентах от Q_m .

Если различие между притоком и стоком составит $n\%$ от Q_{max} :

$$\frac{Q_{np} - Q_{cm}}{Q_m} \cdot 100 = n\%$$

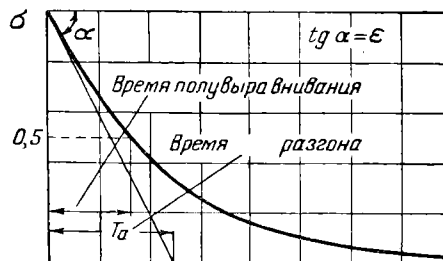
то скорость изменения параметра составит $n\varepsilon\%$ от заданного параметра. Обратная величина скорости изменения параметра в регулируемом участке $T_a = \frac{1}{\varepsilon}$ показывает,

что если бы скорость изменения параметра осталась постоянной, то при различии между притоком и стоком в $n\%$ от Q_m прошло бы $\frac{T_a}{n} = \frac{1}{n\varepsilon}$ времени прежде, чем параметр изменился бы на z_m , т. е. от z до $z \pm z_m$.

Степень самовыравнивания характеризует отклонение параметра от заданного значения по окончании процесса самовыравнивания. Выравнивание возмущающего воздействия происходит со скоростью

$$\frac{d(v_{np} - v_{cm})}{dt} = \frac{d(\Delta v)}{dt},$$

которая в каждый данный момент зависит от скорости изменения параметра в регулируемом участке, т. е. от $\frac{dz}{dt}$.



Фиг. 5. Кривая разгона регулируемого участка при 100%-ном возмущении.

Таким образом

$$\frac{d(v_{np} - v_{cm})}{dt} = f\left(\frac{d\sigma}{dt}\right).$$

Наиболее простой вид этой функции будет линейный. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d(v_{np} - v_{cm})}{dt} &= \text{const} \cdot \frac{d\sigma}{dt} = \rho \cdot \frac{d\sigma}{dt}, \\ \rho = \text{const} &= \frac{\frac{d(v_{np} - v_{cm})}{dt}}{\frac{d\sigma}{dt}} = \frac{d(v_{np} - v_{cm})}{d\sigma} = \frac{d(\Delta v)}{d\sigma} \end{aligned} \quad (2)$$

или

$$d(\Delta v) = \rho \cdot d\sigma,$$

точнее

$$d(\Delta v) = -\rho \cdot d\sigma, \quad (3)$$

принимая во внимание направление изменения этих величин.

Величина ρ называется степенью общего выравнивания регулируемого участка. Точно так же выражение $\frac{dv_{np}}{d\sigma} = -\rho_{np}$ называется степенью выравнивания притока, а $\frac{dv_{cm}}{d\sigma} = \rho_{cm}$ — степенью выравнивания стока. Следовательно, $\rho = -\frac{d(\Delta v)}{d\sigma} = \rho_{np} + \rho_{cm}$ мгновенное изменение возмущения / мгновенное изменение параметра можно считать постоянной величиной лишь для очень небольшой части кривой самовыравнивания. Для всего процесса самовыравнивания ρ может быть принято как средняя постоянная величина лишь приближенно. В этом случае при интегрировании в пределах всего процесса самовыравнивания мы получим уравнение

$$-\Delta v = -(v_{np} - v_{cm}) = \rho (\sigma_k - \sigma_0), \quad (4)$$

разность $(\sigma_k - \sigma_0)$ представляет собой безразмерную характеристическую величину, которую можно назвать степенью неравномерности самовыравнивания. Таким образом, ρ является мерилем равномерности самовыравнивания; при прочих равных условиях при большом ρ разность $(\sigma_k - \sigma_0)$ будет небольшой, равномерность саморегулирования, следовательно, хорошей, и наоборот (см. кривые фиг. 6).

Кривые фиг. 6 показывают протекание процесса самовыравнивания при различных степенях выравнивания регулируемого участка, но при равных чувствительностях его и при одинаковых возмущающих воздействиях.

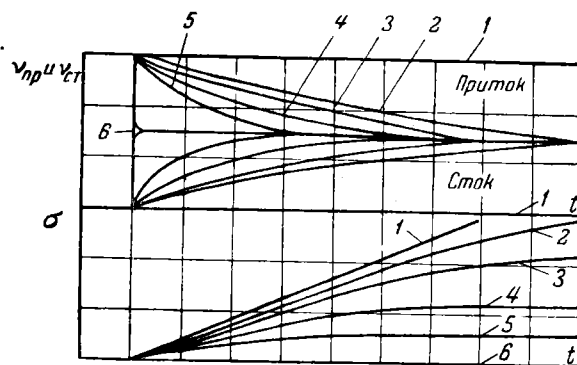
Переходя от безразмерных величин к размерным, мы можем выражение для ρ (3) преобразовать следующим образом:

$$\rho = \frac{\frac{d(Q_{np} - Q_{cm})}{dt} \cdot Q_m}{\frac{dz}{dt} \cdot \frac{1}{z_m} \cdot 100} \cdot 100.$$

Числитель дроби выражает в этом случае изменение разности притока и стока в 1 сек. в процентах от Q_m , а знаменатель показывает скорость изменения параметра в регулируемом участке также в 1 сек., в процентах от заданного значения параметра.

Фиг. 6. Кривые самовыравнивания при одной и той же чувствительности и разных степенях самовыравнивания регулируемого участка.

- 1 — степень самовыравнивания равна 0;
 2 — то же малая;
 3 — то же большая;
 4 — то же еще больше;
 5 — то же очень большая;
 6 — то же равна ∞ .



Если параметр в регулируемом участке изменится на $n\%$ по отношению к заданному параметру, то разность притока и стока изменится на $n\rho\%$ от Q_m .

Ознакомившись с понятиями чувствительности и степени выравнивания регулируемого участка, постараемся несколько подробнее разобрать кривые фиг. 4 и 6, особенно предельные случаи процесса самовыравнивания.

Кривая 1 фиг. 4 показывает тот предельный случай, когда чувствительность регулируемого участка практически равна нулю, а следовательно, его аккумулирующая способность практически бесконечно велика.

Этот случай соответствует, например, условиям поршневого газгольдера постоянного давления, если в качестве регулируемого параметра выбрано давление газа. Очевидно, что при изменении притока или стока, а также при одновременном их изменении, не будет происходить никакого изменения давления — чувствительность газгольдера в качестве регулируемого участка равна нулю. Никакого самовыравнивания в этом случае не будет. Принудительное регулирование притока или стока по давлению газа ввиду отсутствия чувствительности невозможно. Наоборот, регулирование притока или

стока по уровню поршня в газгольдере в качестве регулируемого параметра было бы возможно¹.

Если чувствительность имеет конечную величину (кривые 2, 3, 4, 5, фиг. 4), то явление самовыравнивания имеет место, причем продолжительность выравнивания будет тем меньше, чем больше чувствительность. Примером таких случаев может служить регулирование давления в газопроводах.

В этом случае при прочих равных условиях больший объем будет обладать меньшей чувствительностью и большей аккумулярующей способностью, а следовательно, и большей продолжительностью выравнивания. Кривая 6 фиг. 4 характеризует второй предельный случай — чувствительность регулируемого участка практически бесконечно велика, т. е. регулируемый участок не обладает практически никакой аккумулярующей способностью; такой случай мы имеем при регулировании давления в водопроводах ввиду несжимаемости жидкости.

В этом случае самовыравнивание происходит практически мгновенно.

Кривая 1 фиг. 6 представляет тот предельный случай, когда степень выравнивания регулируемого участка равна нулю. Так как в этом случае степень выравнивания и притока, и стока равна нулю, то нового установившегося состояния равновесия не наступает и параметр (при постоянной чувствительности) меняется прямолинейно. Приток, сток и разность между притоком и стоком остаются после возмущающего воздействия неизменными.

Подобный предельный случай мы можем получить из схемы фиг. 1, если отсос воды из бака осуществить насосом, а приток — свободным сливом из питающего бака (фиг. 11). При этом уровень воды в баке уже не будет влиять ни на ее сток, ни на ее приток.

Этот случай соответствует условиям, которые могут иметь место при регулировании уровня воды в паровом котле; питание (приток) практически не зависит от уровня воды в паровом котле (регулируемый параметр); парообразование (сток) также фактически не зависит от уровня воды, если только питательная вода имеет температуру, близкую к температуре кипения. Таким образом, в этом случае самовыравнивание не имеет места.

Другим примером этого случая является случай регулирования уровня поршня в газгольдере (в вышеперечисленном примере), и здесь мы опять-таки будем иметь степень выравнивания, равную нулю, и, следовательно, процесс самовыравнивания не будет иметь места.

Кривая 6 фиг. 6 представляет другой предельный случай, когда степень выравнивания регулируемого участка практи-

¹ См. ниже.

чески бесконечно велика. Примером такого случая самовыравнивания может служить очень длинная водосливная плотина. В этом случае она может отводить максимальное количество притекающей воды без заметного увеличения напора (при достаточной длине плотины). Следовательно, самовыравнивание будем хорошим, т. е. напор—регулируемый параметр — почти не будет меняться. Очевидно, что в этом случае никакого принудительного регулирования не требуется. Промежуточные случаи (кривые 2, 3, 4, 5 фиг. 6) могут иметь место, например, при сравнительно коротких сливных плотинах и при больших количествах притекающей воды.

В этих случаях, чем короче будет при прочих равных условиях плотина, тем меньше будет степень самовыравнивания, т. е. тем больше будут изменения регулируемого параметра (напора). Однако, во всех случаях процесс самовыравнивания будет иметь место. Естественно, что может иметь место и такой случай, когда одна из степеней выравнивания притока или стока равна нулю, но при обязательном условии, чтобы другая степень выравнивания в этом случае была бы больше нуля. Примером такого случая может служить та же водосливная плотина; здесь степень выравнивания притока равна нулю, так как приток не зависит от напора у плотины, степень же выравнивания стока всегда больше нуля. Обратный случай имеет место в регулируемом участке, в котором находится газ под давлением перед капсульным насосом. Зависимость стока от давления перед насосом фактически равна нулю (степень выравнивания стока равна нулю), в то время как приток, например, через вставленный во всасывающий трубопровод регулирующийся клапан зависит от давления в регулируемом участке (степень выравнивания притока больше нуля).

б) Уравнение процесса самовыравнивания

На основе предыдущих рассуждений и данных нами математических формулировок основных понятий чувствительности и степени выравнивания регулируемого участка мы можем получить дифференциальное уравнение процесса самовыравнивания.

Уравнение (1) может быть переписано в виде

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sigma' = \varepsilon \cdot \Delta v. \quad (a)$$

Уравнение (3) — в виде

$$\rho \cdot d\sigma = -d(\Delta v). \quad (б)$$

Интегрируя уравнение (б), имеем $\rho \cdot \sigma = -\Delta v + C$ или

$$\Delta v = -\rho \cdot \sigma + C,$$

отсюда

$$\sigma' = \varepsilon \Delta v = -\varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma + \varepsilon \cdot C.$$

Дифференцируя это уравнение еще раз, мы имеем:

$$\sigma'' = -\varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma$$

(в предположении, что ε и ρ являются постоянными на протяжении всего процесса самовыравнивания) или, наконец,

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma = 0. \quad (5)$$

Это и будет уравнение самовыравнивания.

Это дифференциальное уравнение имеет следующее решение:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{\Delta v_0}{\rho} \left(1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \right). \quad (6)$$

Если значение $\sigma_0 = 0$, то, очевидно,

$$\sigma = \frac{\Delta v_0}{\rho} \left(1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \right). \quad (7)$$

В том случае, если $t = \infty$, уравнение (7) переходит в уравнение (4), т. е.

$$\sigma_{\infty} - \sigma_0 = \frac{\Delta v}{\rho}.$$

Таким образом, величина изменения параметра пропорциональна величине возмущения и обратно пропорциональна степени самовыравнивания регулируемого участка, в то время как от чувствительности его она не зависит.

Уравнение (6) дает возможность определить продолжительность процесса самовыравнивания (до n -ной части от конечного).

Действительно, если $\sigma - \sigma_0 = \Delta \sigma = \frac{1}{n} \cdot \Delta \sigma_{\infty} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho}$ или

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho} = \frac{\Delta v_0}{\rho} \cdot \left(1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \right),$$

и обозначая $\ln \left(\frac{n}{n-1} \right) = a$, мы имеем:

$$t_{1/n} = \frac{a}{\varepsilon \rho},$$

т. е. продолжительность выравнивания (до $1/n$ части от полного) обратно пропорциональна произведению из чувствительности на степень самовыравнивания регулируемого участка, в то время как от величины возмущения она не зависит.

Во всех предыдущих рассуждениях (а также и в после-

дующих) мы подразумеваем под регулируемым участком участок, ограниченный с одной стороны регулятором притока, а с другой — регулятором стока. При этом мы предполагаем, что вне этого регулируемого участка значение регулируемого параметра остается неизменным (строго говоря, мы имеем постоянное значение регулируемого параметра лишь в точке измерения). Однако, при изменении параметра в регулируемом участке наступает изменение параметра и во всех прилегающих устройствах, например в трубопроводах, так что регулируемой является, по существу, вся система, и говорить о регулируемом участке в узком смысле можно лишь с некоторым приближением.

3. ПРОЦЕССЫ ПРИНУДИТЕЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

а) Основные понятия и обозначения

Для рассмотрения процессов принудительного автоматического регулирования обратимся снова к схеме регулируемого участка (фиг. 1).

При автоматическом регулировании, для того чтобы переставить регулирующий орган в новое положение, пользуются, например, отклонением параметра σ от заданной его величины σ_3 , т. е. величиной $\sigma - \sigma_3$. Это отклонение параметра от заданной величины и является мерилем регулирующего импульса или просто „импульсом“. Импульс может зависеть не только от отклонения параметра, но, например, и от скорости его изменения или же от того и другого вместе.

Импульс воздействует на устройство, приводящее в движение регулирующий орган. Это устройство мы будем называть командным или управляющим органом, или релейным устройством. То место регулируемого участка, в котором происходит измерение регулируемого параметра—регулирующего импульса, мы будем называть местом отбора импульса или просто местом отбора.

При принудительном регулировании регулируется, собственно говоря, значение параметра в месте отбора импульса, которое, как уже отмечалось, может отличаться от значения параметра в других местах регулируемого участка. Импульс по отношению к причине, его порождающей, может действовать на управляющий орган замедленно, с некоторым опозданием (запаздывание импульса). В некоторых случаях импульс может быть совершенно изменен как по величине, так и по характеру (преобразование импульса)¹.

¹ Изменение параметра на месте отбора импульса может также запаздывать и быть демпфировано по отношению к возмущающему воздействию; в этом случае мы будем говорить о запаздывании параметра и демпфировании параметра.

Для того чтобы привести в действие управляющий, а следовательно, и регулирующий орган, необходимо, чтобы импульс имел конечное значение (например $\Delta\sigma$).

В случае регулирующего импульса, зависящего только от отклонения параметра, отношение $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}$ мы будем называть степенью нечувствительности регулятора.

Удвоенное значение $2 \cdot \Delta\sigma = +\Delta\sigma - (-\Delta\sigma) = \Delta$ мы будем называть шириной зоны нечувствительности регулятора. Рассматриваемая по отношению к отклонению параметра ширина зоны нечувствительности регулятора устанавливает те пределы, в которых может колебаться заданное значение параметра без того, чтобы управляющий и регулирующий органы регулятора реагировали на эти колебания. В дальнейшем рассмотрим прежде всего процесс принудительного автоматического регулирования, предполагая, что запаздывание, демпфирование и преобразование импульса не имеют места, а чувствительность регулятора бесконечно велика, т. е. ширина зоны его нечувствительности равна нулю, а также отсутствует влияние масс регулятора. Такой регулятор будем называть идеализированным.

При принудительном регулировании управляющий орган приводит в движение регулирующий орган или непосредственно, или путем включения промежуточного усилителя, приводимого в действие за счет вспомогательной энергии. При этом происходит перемещение регулирующего органа, который мы можем мыслить в виде вентиля с регулируемым проходным отверстием. Относительное перемещение регулирующего органа (по отношению к его положению, соответствующему полному открытию) будем в дальнейшем обозначать через μ . Это движение регулирующего органа может совершаться с определенной скоростью. Скорость движения регулирующего органа или время, в течение которого регулирующий орган проходит от положения полного закрытия до положения полного открытия, являются величинами, характерными для принудительного регулирования. Каждое положение регулирующего органа может быть охарактеризовано количеством Q , которое прошло бы через него при каком-либо данном положении вентиля, если бы в регулируемом участке господствовал определенный заданный параметр σ . Величина Q может меняться от положения полного открытия Q_{\max} до положения полного закрытия Q_{\min} . В случае, если охватываемая регулированием область простирается от $Q=0$ до $Q=Q_{\max}$, то $Q_{\min}=0$.

Положение регулирующего органа мы будем характеризовать величиной $\nu = \frac{Q}{Q_m}$, т. е. степенью протекания, равной отношению протекающего через регулирующий орган коли-

чества вещества, соответствующего данному положению его, к охватываемой регулированием области, т. е. к $Q_0 = Q_{\max} - Q_{\min}$.

Так как положение регулирующей части характеризуется степенью протекания ν , то скорость изменения положения регулирующей части может характеризоваться величиной

$$s = \frac{d\nu}{dt} = \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{1}{Q_m}. \quad (8)$$

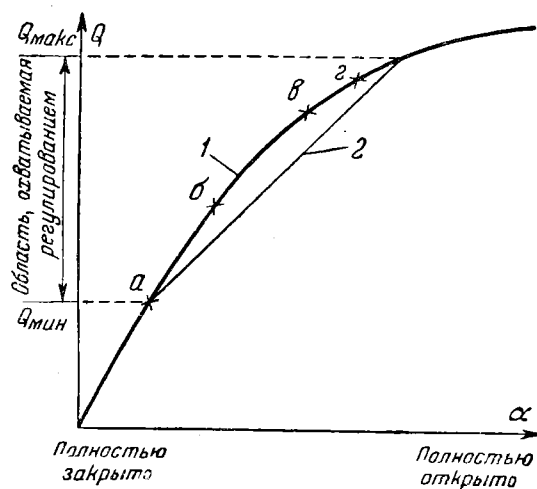
Это выражение мы будем называть скоростью регулирования или скоростью закрытия. Те же соображения относятся и к возмущающему устройству. Таким

образом, когда мы говорим о скорости закрытия, то речь идет не о пути,ходимом вентилем или клапаном в миллиметрах или в угловых градусах за каждую секунду, а об изменении расхода регулируемого вещества в $\text{м}^3/\text{сек}^2$, или $\text{кал}/\text{сек}^2$, вследствие движения регулирующего органа.

Скорость закрытия регулируемого органа может быть постоянной, т. е. $s = \text{const}$, или переменной.

Однако, в большинстве случаев при постоянной скорости перемещения регулирующего органа действительная скорость закрытия s не будет величиной постоянной (фиг. 7), так как сама скорость закрытия s , очевидно, зависит от характеристики регулирующего органа (например вентиля или крана). Скорость закрытия будет величиной постоянной лишь в случае строго прямолинейной характеристики регулирующего органа при постоянной скорости перемещения его.

Например (фиг. 7), в случае постоянной скорости перемещения регулирующего органа при характеристике типа (2) скорость закрытия будет величиной постоянной. При характеристике типа (1) скорость закрытия уже не будет величиной постоянной на всем диапазоне регулирования. При такой характеристике скорость можно считать постоянной лишь на



Фиг. 7. Типовые характеристики регулирующих органов.

отдельных участках ее, например, от a до b или от v до z . В общем же случае можно говорить лишь о постоянстве средней скорости закрытия.

В процессе принудительного регулирования скорость закрытия часто делают величиной переменной, например величиной, пропорциональной величине импульса, т. е.

$$s = \text{const} \cdot \text{импульс} = s_0 \cdot \text{импульс},$$

причем $\mu' = -s$.

Знак «—» присваивается здесь при регулировании притока. Он обусловлен тем, что при возрастании импульса регулирующей орган должен закрываться.

Постоянную s_0 мы будем называть скоростью регулирования, приведенной к импульсу, или просто приведенной скоростью регулирования. Приведенная скорость регулирования является той скоростью, которая будет иметь место при регулирующем импульсе, равном единице.

В том случае, когда регулирующей импульс определяется отклонением параметра от заданной величины, скорость закрытия будет:

$$s = s_0(\sigma - \sigma_2). \quad (9)$$

Переходя к размерным величинам, мы будем иметь:

$$s = s_0 \cdot \frac{z - z_2}{z_3}.$$

Следовательно, приведенная скорость регулирования для этого случая представляет собой действительную скорость регулирования, когда $\frac{z - z_2}{z_3} = 1$, т. е. при 100%-ном изменении параметра.

Для пропорциональной скорости регулирования при импульсе, зависящем от отклонения параметра, в начале процесса регулирования (если только чувствительность регулируемого участка не очень велика) действительная скорость регулирования получается небольшой, но возрастает по мере возрастания отклонения параметра. Большие отклонения параметра при этом «срезаются» регулятором тем быстрее, чем они больше.

Если регулирующей импульс обусловлен не только отклонением параметра, но и величиной его производной, то большую действительную скорость регулирования можно получить уже в самом начале процесса. Это возможно потому, что при мгновенном возникновении возмущения скорость изменения параметра имеет наибольшее значение в начале процесса. Вследствие наличия в импульсе слагающей, пропорциональной отклонению параметра, большая скорость будет сохраняться и при больших отклонениях параметра, даже если скорость его изменения при этом будет близка к нулю. В конце процесса скорость регулирования будет делаться все

меньше и меньше, так как при этом одновременно стремятся к нулю и отклонение параметра, и разность между притоком и стоком, т. е. и скорость изменения параметра.

При наличии импульса, обусловленного только производной параметра, регулятор уже в самом начале процесса регулирования приобретает большую скорость, так как в начальный момент времени имеется наибольшее возмущающее воздействие, а следовательно наибольшая скорость изменения параметра. Однако, по мере увеличения отклонения параметра (при работе регулятора) возмущающее воздействие уменьшается и, следовательно, уменьшаются и скорости: как изменения параметра, так и работы регулятора.

Время, в течение которого регулирующий орган переходит из положения своего полного закрытия в положение полного открытия — T_s , называется временем закрытия. Это понятие имеет смысл только в случае постоянной скорости закрытия (тогда T_s является величиной, обратной скорости закрытия $s = \text{const}$) или же его можно применять по отношению к приведенной скорости закрытия.

В практике принудительного регулирования часто вводятся искусственные перерывы в движении регулирующего органа (регулирование прерывистого действия). Это прерывистое действие регулятора обусловлено в основном конструктивными соображениями.

В некоторых случаях практики регулирования встречается еще один метод — метод двухпозиционного регулирования или метод «открыл» — «закрыл». При этом методе регулирующий орган может занимать лишь два положения — полного открытия и полного (или частичного) закрытия. Переход регулирующего органа из одного крайнего положения в другое совершается практически мгновенно.

б) Процесс астатического¹ принудительного регулирования

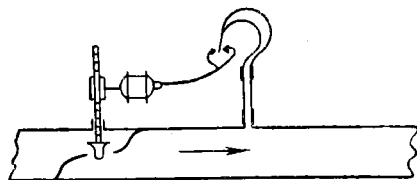
Мы будем называть принудительное регулирование астатическим, если при этом поддерживается строго постоянное значение регулируемого параметра σ_3 , т. е. если в процессе регулирования всегда $\sigma_3 = \text{const}$ и если при этом в самом регуляторе нет особых устройств, стабилизирующих процесс.

Не касаясь пока вывода уравнений принудительного регулирования, попытаемся разобрать на некоторых характерных примерах протекание процесса регулирования. Процесс регулирования зависит, во-первых, от свойств регулируемого участка, во-вторых, от свойств регулирующего устройства. Свой-

¹ Хотя термин «астатическое регулирование» с нашей точки зрения и не вполне удачен, тем не менее мы придерживаемся его здесь и в дальнейшем ввиду того, что он получил широкое распространение в литературе по автоматическому регулированию.

ства регулируемого участка большей частью для каждого конкретного случая бывают неизменны, а поэтому в большинстве случаев на процесс регулирования можно воздействовать в желательном смысле лишь путем придания регулирующему устройству свойств, соответствующих свойствам данного регулируемого участка.

I. В качестве первого случая регулирования рассмотрим следующий: пусть степень выравнивания регулируемого участка бесконечно велика ($\rho = \infty$), а его чувствительность конечна ($0 < \varepsilon < \infty$); при этом скорость закрытия регулирующего органа также конечна ($0 < s < \infty$). Этот случай



Фиг. 8. Принципиальная схема аstaticкого электрического регулятора давления.

соответствует, как было указано выше, очень длинной водосливной плотине. При любых изменениях притока и стока вследствие практически бесконечно большой степени выравнивания изменения параметра очень малы и, следовательно, никакого движения регулирующего органа, т. е. принудительного регулиро-

вания, не может быть, да и не требуется. Установка каких-либо автоматических регуляторов не имеет смысла.

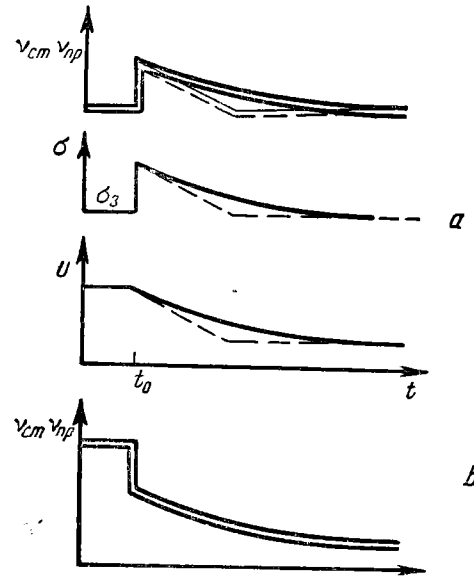
II. Второй случай регулирования: степень выравнивания и скорость закрытия — конечные величины ($0 < \rho < \infty$ и $0 < s < \infty$), а чувствительность равна нулю ($\varepsilon = 0$), очевидно, не представляет интереса.

III. Рассмотрим третий случай. Пусть чувствительность регулируемого участка бесконечно велика ($\varepsilon = \infty$), а степень его выравнивания и скорость закрытия регулирующего органа — величины конечные ($0 < \rho < \infty$ и $0 < s < \infty$). Этот случай имеет место, например, при регулировании давления в каком-либо месте водопроводной трубы при отсутствии воздушного колпака (или аналогичного устройства), примыкающего к регулируемому участку.

Схема автоматического регулирования с постоянной скоростью может быть осуществлена для данного случая, например, так, как это дано на фиг. 8 (при выпрямленной характеристике регулирующего органа). Здесь импульсным и командным органом является контактная трубка Бурдона, замыкающая при отклонении давления от заданного его значения цепи электрического сервомотора.

Случай бесконечно большой чувствительности может быть иллюстрирован и участком регулирования уровня аналогично участку, данному на фиг. 1, при бесконечно малом сечении сосуда (практически в виде очень тонкой трубки), в котором поддерживается уровень.

Очевидно, что вследствие несжимаемости воды аккумулирующая способность регулируемого участка будет равна нулю (время разгона равно нулю), а чувствительность его равна 8. Ввиду этого приток и сток должны быть всегда равны, также и во время процесса регулирования, т. е. и во время движения регулирующего органа (если только скорость закрытия регулирующего органа не бесконечна). Отклонение параметра от заданного значения при внезапно наступившем возмущающем воздействии будет всегда конечным, а следовательно, конечной будет и степень выравнивания. Действительно, если степень выравнивания была бы бесконечно велика, то параметр не изменился бы совсем, и наоборот, при степени выравнивания, равной нулю, параметр изменился бы на бесконечно большую величину. Кривые фиг. 9, а показывают протекание процесса регулирования при работе регулятора, причем сплошные линии представляют случай, когда скорость закрытия регулирующего органа пропорциональна величине импульса, а пунктирные — случай, когда скорость закрытия постоянна.



Фиг. 9. Кривые астатического регулирования при бесконечно большой чувствительности регулируемого участка.

В обоих случаях работа регулятора предполагается непрерывной. Представим себе регулирующий импульс, наступивший в момент времени t_0 и заключающийся во внезапном повышении давления перед регулирующим органом. Это повышение давления ведет прежде всего (в водопроводе) к внезапному повышению притока (через регулирующий орган) от $v_{пр0}$ до $v_{пр2}$, благодаря этому в тот же самый момент повышается давление в регулируемом объекте с σ_0 до σ_2 . Это в свою очередь ввиду бесконечно большой чувствительности регулируемого участка вызывает мгновенное понижение притока от $v_{пр2}$ до $v_{пр}$ и мгновенное повышение стока от $v_{сто}$ до $v_{ст} = v_{пр}$, т. е. мгновенное выравнивание различия между притоком и стоком. Продолжительность выравнивания, следовательно, бесконечно мала, ввиду бесконечно ма-

лой аккумулирующей способности регулируемого участка. Если бы не было принудительного регулирования, т. е. регулирующий орган был бы неподвижен, то с этого момента (при отсутствии нового регулирующего импульса) через регулируемый участок стало бы неизменно протекать количество, равное $v_{np} = v_{cm}$, и протекающее количество было бы неизменно слишком большим (на $v_{np} - v_{cm0}$), а параметр σ , начиная с момента времени t_0 , не должен был бы меняться.

При существовании же принудительного регулирования регулирующий орган под влиянием отклонения параметра на величину $(\sigma - \sigma_0)$ с момента времени t_0 начнет закрываться с известной конечной скоростью. Ввиду этого, следуя движению регулирующего органа, приток через него, а тем самым и давление в регулируемом участке, а также и сток должны постепенно понизиться, причем сток в каждый момент должен быть равен притоку. Если величина скорости регулирующего органа примерно пропорциональна импульсу, т. е. величине отклонения параметра $(\sigma - \sigma_3)$, то по мере приближения значения параметра к заданному его значению, т. е. по мере уменьшения разности $\sigma - \sigma_3$, скорость закрытия S будет также уменьшаться, значения же величин, характеризующих процесс регулирования во времени ($v_{np} = v_{cm}$, σ и μ) будут асимптотически приближаться к заданным значениям.

Если же скорость закрытия не зависит от величины отклонения параметра и постоянна, то кривая движения регулирующего органа (пунктирная линия) будет прямой. Соответственно этому значения величин $v_{np} = v_{cm}$, σ и μ уже не будут асимптотически приближаться к заданным, а это приближение будет совершаться по прямой (точнее по кривой, несколько более отлогой при приближении к заданному значению). При достижении конечных величин эти кривые все же составят некоторый угол с прямыми заданных значений. Этот угол зависит от скорости закрытия регулирующего органа и от степени выравнивания. При достижении этих конечных заданных величин процесс регулирования заканчивается; перерегулирование и колебания не имеют места.

Эти рассуждения справедливы лишь при указанных выше идеализированных условиях — отсутствия факторов, усиливающих колебания (запаздывание и демпфирование импульса и т. д.), при наличии же их, что практически всегда имеет место, возможно незначительное перерегулирование.

В приведенных выше рассуждениях предполагалось, что ширина зоны нечувствительности регулятора равна нулю, чего практически не бывает. При наличии же известной зоны нечувствительности, а также и при искусственном ее расширении, можно, очевидно, избежать перерегулирования и при постоянной скорости закрытия, если только это перерегулирование незначительно.

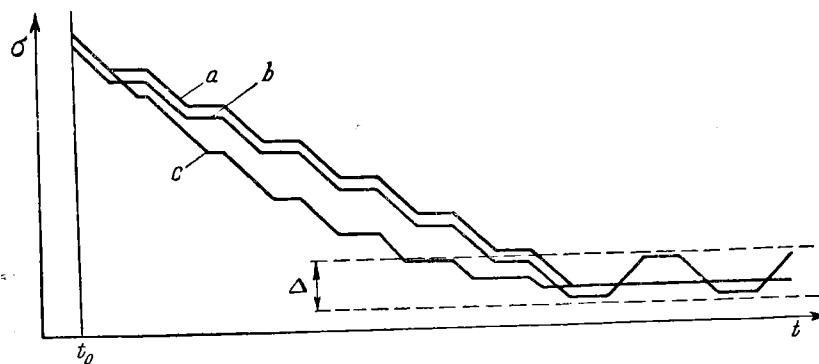
Кроме положенной в основу приведенных рассуждений возможности получения регулирующего импульса, можно мыслить и любые другие возможности, например, орган, регулирующей сток, может быть несколько прикрыт. В этом случае изменение по времени протекающего количества будет происходить так, как это указано на фиг. 9, *b*, однако, изменение параметра σ и движение регулирующего органа будут совершаться так же, как и в предыдущем случае.

Если чувствительность регулируемого участка не бесконечно велика (как, например, в водопроводах), но все же очень велика, то процесс регулирования будет протекать подобно вышеизложенному до тех пор, пока скорость закрытия регулирующей органа не превысит определенной величины, связанной с чувствительностью и степенью выравнивания регулируемого участка. Этот случай имеет место, например, при регулировании давления в газо- и воздухопроводах.

Возникающее после возмущающего воздействия максимальное отклонение параметра и в этих случаях вследствие внезапности регулирующего импульса зависит практически исключительно от степени самовыравнивания регулируемого участка, т. е. не ограничивается регулятором. Последний ввиду относительно слишком незначительной скорости закрытия воздействует недостаточно быстро, и пик давления фактически наступает прежде, чем регулятор вообще начнет действовать. Регулятор доводит получившееся отклонение параметра (на которое сначала не оказывал воздействия) насколько можно быстро до нуля. Первоначальное (максимальное) отклонение параметра может быть при этом очень большим, а регулирование в этом отношении, следовательно, очень плохим в зависимости от величины степени выравнивания и величины возмущающего воздействия. Оно тем хуже, чем чаще наступают возмущающие воздействия, так как тогда наступают так же часто и большие отклонения параметра. Большей частью эти недостатки выравниваются в большей или меньшей мере благодаря тому, что возмущающие воздействия наступают не внезапно, как это предполагалось, а постепенно. Регулятор начинает тогда работать уже в начале возмущения и предохраняет от слишком большого отклонения параметра к концу регулирующего импульса. Отклонение параметра тем меньше, чем быстрее отзывается регулятор, т. е. чем больше скорость регулирования. Если регулятор работает так же быстро, как протекает и возмущающий импульс, то никакого заметного отклонения параметра вообще не будет.

Рассмотрим, наконец, для этого предельного случая ($\varepsilon = \infty$) процесс регулирования при прерывистом движении регулирующей части. При этом могут быть также два существенно различных случая движения. Первый — прерывистое движение с постоянной скоростью (кривые *a* и *b* на фиг. 10)

и второй — прерывистое движение со скоростью, примерно пропорциональной величине импульса (кривая *c* на фиг. 10). В случае прерывистого движения регулирующего органа с постоянной скоростью регулирующий орган находится в движении некоторый определенный промежуток времени, после чего какой-то промежуток времени, также вполне определенный, регулирующий орган находится в покое и т. д. Промежуток времени от начала движения регулирующего органа до начала нового его движения мы будем называть периодом работы регулятора. Время, в течение которого регулирующий орган находится в движении, будем называть временем одного рабочего импульса, а время, в течение которого дви-



Фиг. 10. Кривые астатического прерывистого регулирования при бесконечно большой чувствительности регулируемого участка.

жение регулирующего органа прерывается, — временем покоя. В случаях прерывистого регулирования со скоростью закрытия регулирующего органа пропорциональной импульсу в большинстве случаев период работы регулятора остается постоянным. Изменяется лишь соотношение между временем рабочего импульса и временем покоя. Если регулирующий импульс обусловлен отклонением параметра от заданной величины, то при малом отклонении параметра, т. е. при слабом импульсе, время рабочего импульса мало, а время покоя велико, при большом отклонении параметра, т. е. при сильном импульсе, наоборот: время покоя мало, а время рабочего импульса велико. В том случае, когда регулятор работает с перерывами и со скоростью закрытия регулирующего органа, пропорциональной импульсу, кривые, характеризующие протекание процесса регулирования, аналогичны кривым, приведенным на фиг. 9, *a*, для случая непрерывного движения регулирующего органа со скоростью, пропорциональной величине импульса. В этом случае значения всех величин (μ , σ и $v_{np} = v_{cm}$) асимптотически приближаются к заданным значениям.

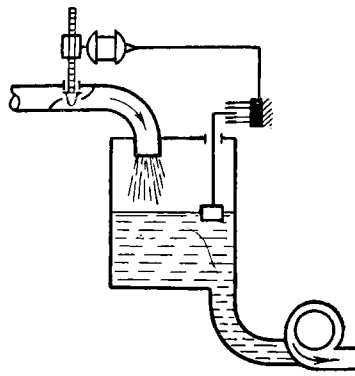
В случае же прерывистого движения регулирующего органа с постоянной скоростью получают кривые *a* или *b*, приведенные на фиг. 10.

Мы видим, что в случае «идеального» регулятора, т. е. при ширине зоны его нечувствительности, равной нулю, мы, вообще говоря, не получаем полного затухания процесса регулирования (см. кривую *a*). Регулирующий орган регулятора, а следовательно, приток и сток, а также и параметр будут совершать колебания около своих заданных значений, никогда не успокаиваясь. Амплитуды этих колебаний будут зависеть от скорости закрытия регулирующего органа и от его характеристики. Только в исключительном случае (кривая *b*) может произойти полное затухание процесса регулирования. Амплитуды незатухающих колебаний могут быть уменьшены соответствующим подбором скорости закрытий, однако и в этом случае регулирующий орган будет находиться в непрерывном движении, что будет способствовать износу регулятора¹.

Полное успокоение наступает лишь тогда, когда величина зоны нечувствительности регулятора подбирается равной (вернее, несколько превышающей) удвоенной величине амплитуды возникающих незатухающих колебаний. Принимая во внимание вышешприведенное замечание, мы можем распространить сделанные нами ранее выводы и на случай прерывистого регулирования.

IV. В качестве четвертого случая регулирования разберем случай, когда степень выравнивания регулируемого участка $\rho = 0$, а чувствительность его — величина конечная, т. е. $0 < \varepsilon < \infty$, и скорость закрытия регулирующего органа также величина конечная, т. е. $0 < s < \infty$.

Такой случай регулирования показан на фиг. 11. Здесь ре-



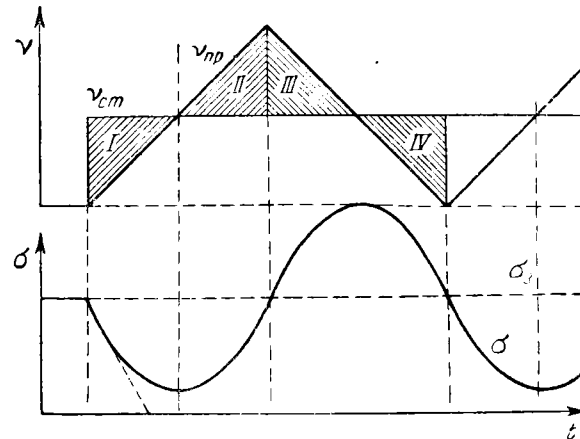
Фиг. 11. Схема регулирования уровня электрическим астатическим регулятором при отсутствии самовыравнивания регулируемого участка.

¹ Аналогичные колебания возникают и в случае непрерывного движения регулирующего органа с постоянной скоростью закрытия, в том случае, когда, например, чувствительность регулируемого участка не бесконечно велика или когда имеется даже небольшое запаздывание импульса, если только ширина зоны нечувствительности регулятора равна нулю. Для избежания их необходимо также наличие определенной ширины зоны нечувствительности.

гулирование уровня осуществляется при помощи контактного устройства у поплавка. Приток воды в регулируемый участок и сток из него, осуществляемый отсасывающим насосом, не зависят от уровня воды в самом регулируемом участке. Таким образом, самовыравнивание процесса отсутствует.

Такой случай практически имеет место, например, при регулировании уровня воды в паровых котлах.

На фиг. 12 дано графическое представление о протекании процесса для этого случая, причем возмущающее воздействие вызвано внезапным повышением стока v_{cm} . В этом случае приток v_{np} остается постоянным, уровень же воды—



Фиг. 12. График процесса астатического регулирования с постоянной скоростью при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке.

параметр—меняется, начиная с момента возникновения возмущающего воздействия с постоянной скоростью¹. Сток v_{cm} после внезапного изменения в начальный момент времени t_0 остается также неизменным.

При регулировании сток также остается постоянным, приток же, начиная с того же момента t_0 , меняется, и величина его определяется лишь положением регулирующего органа, но не степенью отклонения параметра. У регуляторов, работающих с постоянной скоростью закрытия регулирующего органа, движение регулирующего органа и изменение величины притока могут быть представлены восходящими и нисходящими прямыми, так как скорость закрытия регулирующего органа по величине всегда постоянна и меняется лишь по направлению, т. е. по математическому знаку. Кривая изменения вели-

¹ При условии постоянной площади зеркала воды.

чины параметра представляет собой кривую синусоидального вида. Изменение направления движения регулирующего органа, а тем самым и переход от увеличения к уменьшению притока, или наоборот, происходит в этом случае в тот момент, когда параметр проходит через заданную величину.

Объяснить это явление можно следующим образом: если сток внезапно увеличивается, то параметр (уровень воды) начинает постепенно понижаться в соответствии с конечной чувствительностью регулируемого участка. Вследствие этого регулятор начинает открывать регулирующий орган с постоянной скоростью, т. е. увеличивать приток. Однако, регулирование не прекратится в момент, когда приток станет равным стоку, так как за время, протекшее с начала регулирования, уровень успеет понизиться на $\Delta\sigma_1$, и в регулируемом участке будет нехватать некоторого количества воды, соответствующего разности между притоком и стоком за это время и представленного на фиг. 12 заштрихованной площадью I (за первую четверть периода).

Для того чтобы выравнить уровень, регулятор должен будет продолжать открытие регулирующего органа. Движение регулирующего органа прекратится лишь тогда, когда уровень достигнет заданного (первоначального) значения, т. е. когда будет восполнена убыль воды.

При этом избыток воды, поданный за вторую четверть периода, представленный заштрихованной площадью II, будет равен недостатку воды за первую четверть периода. Площадь I будет равна площади II. Однако, очевидно, что в этот момент приток превышает сток, а параметр (уровень) будет продолжать повышаться, вследствие чего регулирующий орган начнет закрываться с постоянной скоростью. Уровень воды будет повышаться до тех пор, пока приток снова не будет равен стоку (третья четверть периода).

Но за эту четверть периода вследствие превышения притока над стоком в баке будет излишнее количество воды (площадь III), равное, очевидно, количеству, попанному за вторую четверть периода (площадь II), а уровень будет выше первоначального на $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_1$. Повышение уровня может быть выравнено лишь путем дальнейшего закрытия регулирующего органа и сокращения притока, что и будет иметь место в четвертую четверть периода, причем площадь IV (убыль воды) должна быть равной площади III (избыток воды).

Мы видим, что за рассмотренный отрезок времени уровень воды совершил одно полное колебание, и весь процесс может начаться снова, так как нет никаких причин к постепенному уменьшению амплитуд колебаний параметра и регулирующего органа. При указанных выше условиях процесс регулирования должен, следовательно, состоять из непрерывных колебаний без затухания и усиления, т. е. из колебаний постоянно-

го периода и амплитуды¹. Эти постоянные колебания создают при данных условиях неустойчивое состояние. В действительности любое из усиливающих колебания воздействие (например трение, зазоры, демпфирование и запаздывание импульса) привело бы к увеличению амплитуд колебания. При этом регулирующий орган через некоторое время стал бы совершать движения от положения полного закрытия до положения полного открытия (т. е. до ударов об упоры). Такой регулятор стал бы работать так же, как регулятор, который при любом отклонении параметра сразу закрывает или открывает регулирующий орган полностью, не имея промежуточных положений (регулятор предельных положений — двухпозиционный). Такое регулирование в известных случаях возможно и допустимо. В тех же случаях, когда непрерывное колебание притока между максимальной и минимальной величинами нежелательно, например в газопроводах вследствие возникающих там непрерывных более или менее сильных колебаниях давления перед регулирующим органом, необходимо искусственное демпфирование (гашение) колебаний, что достигается введением обратной связи или добавочного импульса (см. ниже).

Аналогично будет протекать процесс регулирования и в случае применения регуляторов со скоростью закрытия регулирующего органа, пропорциональной величине импульса, и в случае применения любой формы прерывистого регулирования. Для регуляторов со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, разница будет лишь в том, что не только кривые параметра, но и кривые движения регулирующего органа и притока (стока) будут иметь синусоидальную форму.

У регуляторов прерывистого действия как с постоянной скоростью закрытия, так и со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, характер кривых изменения величины параметра, движения регулирующего органа и величины притока будут такими же, как и у соответствующих регуляторов непрерывного действия, однако все кривые будут ступенчатыми, хотя и сохранят характер сложной синусоиды.

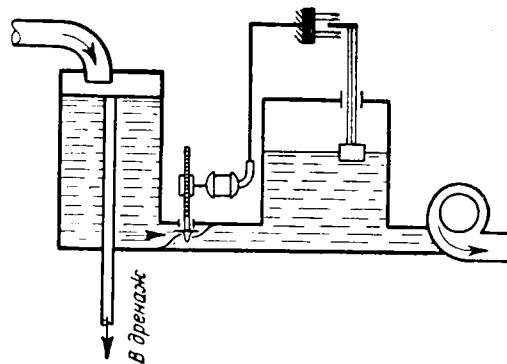
V. Разберем еще случай, когда степень выравнивания не равна нулю и процесс авторегулирования протекает с затуханием. Пусть $0 < \rho < \infty$, $0 < \varepsilon < \infty$ и $0 < s < \infty$, т. е. все характеристические величины процесса регулирования конечны.

Подобный случай регулирования (фиг. 13) можно легко получить при регулировании уровня в баке под бно рассмотренному ранее (фиг. 4) с некоторым изменением. Для простоты дальнейших рассуждений удобнее, чтобы сам вырав-

¹ При увеличении скорости закрытия первоначальное отклонение параметра, очевидно, делается соответственно меньшим, также уменьшится и период колебаний. Однако, характер процесса останется без изменений.

нивание осуществлялось только на притоке (или только на стоке). Это можно получить, если сток осуществить отсасывающим насосом, а приток — перетеканием из питающего бака с подачей воды под регулируемый уровень.

Разберем случай непрерывного регулирования с постоянной скоростью (фиг. 13). Импульс, как и прежде, вызывается внезапным изменением величины стока $v_{ст}$, которая затем остается неизменной (так как степень выравнивания стока равна нулю). Если бы степень выравнивания притока также была равна нулю, то процесс регулирования протекал бы так же, как и в предыдущем случае, и изменение параметра могло бы быть представлено пунктирной кривой фиг. 14, т. е. процесс имел бы незатухающий колебательный характер. Но так как $\rho_{пр} \neq 0$, то за первые полпериода кривая притока (фиг. 14) будет проходить выше кривой, соответствующей случаю $\rho_{пр} = 0$. Это можно объяснить следующим образом: так как $\rho_{пр} \neq 0$, то приток будет повышаться не только потому, что будет открываться регулирующий орган (как в случае IV), но также и потому, что регулируемый параметр будет понижаться. Благодаря этому выравнивание притока и стока произойдет несколько раньше, чем в предыдущем случае IV (момент времени t_1).



Фиг. 13. Схема регулирования уровня электрическим астатическим регулятором при наличии самовыравнивания на притоке в регулируемый участок.

Кривые при наличии самовыравнивания будут проходить над кривыми без самовыравнивания тем выше, чем больше величина параметра превысит заданное его значение¹.

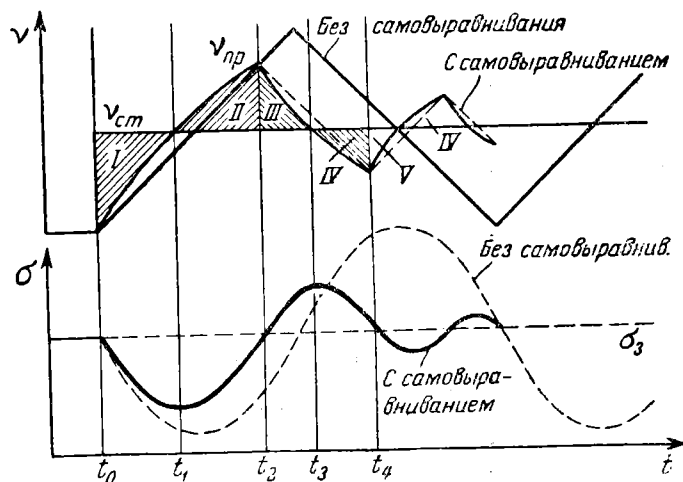
Очевидно, что за вторую четверть периода параметр будет стремиться достигнуть заданного значения (при дальнейшем открытии регулирующего органа) и достигнет его при восполнении количества, вытекшего за первую четверть периода.

¹ Это будет тем заметнее, чем больше степень самовыравнивания, так как в этом случае отклонение параметра, хотя и меньше, но происходит быстрее (время выравнивания при постоянной чувствительности обратно пропорционально степени выравнивания).

Из этого следует, что заштрихованные площади *I* и *II* будут равны¹.

Во вторую половину периода вследствие превышения параметром заданной величины (при конечном ρ_{np}) сплошная кривая пойдет ниже пунктирной, и площадь *III* будет уже меньше площади *II*; площадь *III* будет равна площади *IV*.

Из нашего рассуждения видно, что процесс будет затухать, т. е. амплитуды изменения величины параметра с каждым полупериодом будут уменьшаться.



Фиг. 14. График процесса астатического регулирования с постоянной скоростью при наличии самовыравнивания на притоке в регулируемый участок.

Разность амплитуд двух соседних полупериодов колебаний, направленных в одну сторону, отнесенную к величине амплитуды первого из них, называют степенью затухания процесса регулирования и выражают следующим образом:

$$\psi = \frac{(\sigma_n - \sigma_2) - (\sigma_{n+2} - \sigma_4)}{(\sigma_n - \sigma_2)}, \quad (10)$$

где σ_n представляет собой максимальное (или минимальное) значение параметра за время n -ного полупериода колебаний.

То, что степень выравнивания является конечной величиной, приводит к затуханию колебаний в процессе регулирования и, следовательно, улучшает качество регулирования.

¹ Так как заштрихованные площади показывают накопление и опорожнение регулируемого участка (газом, кинетической энергией, теплом и т. п.).

Подобным же образом протекает процесс регулирования при скорости закрытия, пропорциональной величине импульса. В то время, однако, как при регулировании с постоянной скоростью закрытия уменьшение амплитуд параметра происходит при одновременном уменьшении периода колебания, при регулировании со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, продолжительность периода колебаний остается величиной постоянной¹.

В вышеприведенном примере предполагалось, что лишь одна степень выравнивания притока не равна нулю.

Так как на процесс регулирования влияет общая степень выравнивания притока и стока, то очевидно, что процесс регулирования будет протекать аналогично и при неравенстве нулю степени выравнивания стока, в то время как степень выравнивания притока будет равна нулю, а также и в том случае, если не будут равны нулю обе степени выравнивания (и притока, и стока).

Степень затухания увеличивается с увеличением периода колебаний, т. е. увеличивается с уменьшением скорости закрытия регулирующего органа², благодаря тому, что в этом случае самовыравнивание становится более эффективным. Таким образом, степень затухания можно улучшить, уменьшив скорость закрытия, причем, однако, максимальное отклонение параметра первого полупериода увеличится (фиг. 14). Степень затухания будет, очевидно, тем больше, чем эффективнее становится самовыравнивание в промежуток времени между первым и вторым полупериодами, т. е. чем больше степень выравнивания и чувствительность регулируемого участка и чем длиннее продолжительность полупериода или, другими словами, чем меньше скорость закрытия.

Затухание процесса регулирования (без связи или добавочного импульса) возможно тогда, когда действие степени выравнивания больше возможных воздействий регулирующего устройства и регулируемого участка, усиливающих колебания.

Если же скорость закрытия превышает определенную величину, зависящую от чувствительности и степени выравнивания регулируемого участка, то регулирование будет сопровождаться колебаниями. В лучшем случае эти колебания будут в той или иной мере затухать. При этом затухание бу-

¹ При регулировании с постоянной скоростью закрытия по мере затухания колебаний, т. е. по мере уменьшения амплитуд, одновременно уменьшается и период колебаний. При регулировании же со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, уменьшение амплитуд при затухании сопровождается одновременным уменьшением скорости закрытия. Именно благодаря одновременному уменьшению амплитуд, и скорости закрытия в этом случае продолжительность периода колебаний остается неизменной.

² Это относится лишь к процессу регулирования без связи и добавочного импульса; при наличии того или другого может иметь место обратное явление.

дет тем больше, чем меньше скорость закрытия. В других менее благоприятных случаях могут возникнуть незатухающие колебания, а при чересчур большой скорости закрытия может наступить и усиление колебаний, т. е. увеличение амплитуд до удара регулирующей части об упор в крайних положениях. В этом случае скорость закрытия должна быть настолько сокращена, чтобы не только избежать развития колебаний, но достигнуть также и достаточного затухания.

Таким образом, существует «критическая» скорость закрытия, при превышении которой происходит усиление колебаний. Чем меньше скорость закрытия по сравнению с этой «критической» скоростью, тем больше будет затухание, т. е. тем быстрее будут успокаиваться колебания в процессе регулирования. Это успокоение желательно с точки зрения качества регулирования и уменьшения износа регулирующего устройства. Практически внезапных возмущающих импульсов вообще не существует, самое большее встречаются сравнительно быстрые импульсы. Соответственно этому, и учитывая все сказанное ранее, скорость закрытия регулирующей части целесообразно выбирать не меньше, но и не больше скорости протекания возмущающего импульса.

Нижний предел скорости закрытия, как и раньше, лучше всего определять по той скорости закрытия, с какой возникают возмущающие импульсы, т. е. выбирать скорость закрытия следует, по возможности, малой, но (желательно) не меньше скорости протекания возмущающего импульса.

Более детальное изучение процесса регулирования по описанному выше способу показывает, что от колебания к колебанию с уменьшением продолжительности периода колебаний¹ кривые γ_{np} (фиг. 14) принимают все более и более характер прямой.

Поэтому разность площадей II и III; IV и V; VI и VII и т. д. делается все меньше, так что степень затухания уменьшается с каждым новым колебанием. Это относится, однако, лишь к регулированию с постоянной скоростью закрытия. У регуляторов со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, продолжительность периода колебаний, а благодаря этому и степень затухания, остаются неизменными.

Приведенное рассуждение основано на предположении, что никаких воздействий, усиливающих колебания, не возникает. При этом в обоих случаях (постоянная скорость закрытия и скорость, пропорциональная импульсу) колебания процесса регулирования успокаиваются. На практике, однако, всегда имеют место воздействия, в большей или меньшей степени усиливающие колебания.

¹ С уменьшением продолжительности периода колебаний время, необходимое для самовыравнивания (время полупериода), делается все короче, а самовыравнивание делается (согласно вышеуказанному) все менее эффективным.

Для того чтобы преодолеть эти воздействия, т. е. успокоить колебания, возникающие в процессе регулирования, необходимо, чтобы степень затухания не понижалась ниже определенного предела. У регуляторов со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, это условие обычно бывает выполнено, так как степень затухания остается постоянной. У регуляторов же с постоянной скоростью закрытия, наоборот, степень затухания понижается после большего или меньшего числа колебаний до упомянутой предельной величины. С этого момента затухание прекращается, процесс же регулирования протекает (при условии, что новые регулирующие импульсы отсутствуют) с непрерывными колебаниями одинаковой амплитуды и одинаковой продолжительности периода колебаний. В этом случае приходится для избежания непрерывных качаний создавать соответствующую зону нечувствительности регулятора.

В случае прерывистого регулирования все предыдущие рассуждения остаются в силе, с той, однако, разницей, что для прерывистого регулирования с постоянной скоростью на величину амплитуд возникающих непрерывных колебаний помимо приведенных причин будет оказывать влияние еще и продолжительность одного рабочего импульса.

Из рассмотрения двух последних случаев регулирования видно, что затухание колебаний не всегда имеет место, и даже при наличии его степень затухания может оказаться недостаточной. В некоторых же случаях вместо затухания колебаний может иметь место, наоборот, их усиление. В этих случаях регулирование постоянного значения (а статическое) нецелесообразно, а иногда и невозможно¹.

в) Процесс принудительного регулирования с обратной связью

Рассмотрение двух предыдущих графиков ясно показывает, что затухание колебаний является следствием того, что при наличии некоторой степени самовыравнивания точка реверсии регулятора сдвигается в каждом из полупериодов к его началу. Вследствие этого каждое последующее возмущение, вызывающее новый цикл работы регулятора, уменьшается по сравнению с предыдущим.

Подобное явление, влекущее за собой затухание колебаний, может быть вызвано различными методами искусственно, даже при равенстве нулю степени самовыравнивания в регулируемой участке. Одним из таких методов, причем наиболее распространенным, является метод введения обратной связи.

¹ В некоторых случаях при возникновении незатухающих колебаний с малой амплитудой достаточно бывает допустить возможность небольших колебаний значений параметра, на которые не отвечает регулятор. Это достигается введением определенной ширины зоны нечувствительности регулятора, что и было разъяснено выше.

Сущность введения обратной связи заключается в том, что создается постоянное соотношение между положением регулирующего органа регулятора и заданным значением параметра в регулируемом участке, т. е. заданным параметром при установившемся состоянии¹.

Таким образом, при регулировании со связью заданная величина регулируемого параметра, при которой регулятор остается в покое и при котором, следовательно, не происходит открытия или закрытия регулирующего органа, уже не остается постоянной, но зависит от положения регулирующего органа, т. е. меняется вместе с ней.

Таким образом, у регуляторов со связью заданная величина параметра переменна. Благодаря связи величина параметра σ_2 , установившаяся по окончании выравнивания в регулируемом участке, зависит от состояния покоя регулирующего органа μ_2 по окончании выравнивания.

Делая обобщение, мы можем сказать, что каждому положению регулирующего органа соответствует свое значение параметра.

Очевидно, что при регулировании со связью создается неравномерность регулируемого параметра.

Фиг. 15. Схема регулирования уровня электрическим регулятором с жесткой связью и постоянной скоростью при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке.

Регулирование уровня воды в баке регулятором с постоянной скоростью и с обратной связью может быть осуществлено, например, с помощью несложного приспособления, подобного показанному на фиг. 15. Здесь в отличие от случая, показанного на фиг. 11, замыкаемые поплавком контакты не укреплены неподвижно. Они связаны тросиком с валом электрического сервомотора. При вращении сервомотора в сторону открытия регулирующего органа тросик наматывается на шкив, и контакты поднимаются. При обратном движении тросик сматывается со шкива, и контакты опускаются.

При таком устройстве заданное значение параметра — уровня, при котором контакты разомкнуты, не остается строго постоянным. Оно меняется вместе с положением регулирующего органа. При этом заданное значение параметра увели-

¹ Такое понятие об обратной связи является частным. В более общем случае обратная связь может быть осуществлена от любого последующего звена регулируемой системы на предыдущие.

чивается по мере его закрытия и уменьшается по мере его открытия.

В разбираемом нами примере, так же как в случае, показанном на фиг. 11, степень самовыравнивания $\rho = 0$. Чувствительность же регулируемого участка и скорость регулирования (ε и s) — величины конечные. Кроме того имеется конечная степень связи.

Разберем графически этот случай регулирования. При протекании процесса регулирования (фиг. 16) без связи (так же, как и фиг. 12), а следовательно, и без неравномерности величина заданного значения параметра неизменна, и колебания действительной его величины происходят около линии $a-a$.

Регулятор в каждый данный момент находится под воздействием импульса, обусловленного отклонением параметра от его заданной величины.

При наличии связи заданное значение параметра уменьшается по мере открытия регулирующего органа и увеличивается по мере его закрытия. На фиг. 16 оно представляется уже не горизонтальной прямой $a-a$, а ломаной линией $b-b$, $b'-b'$ и т. д.

В этом случае на регулятор в каждый данный момент действует импульс, обусловленный опять-таки разностью между действительным значением параметра и его заданным значением, являющимся уже величиной переменной. Эта разность дает регулировочную кривую, т. е. кривую, по которой ведется процесс регулирования (пунктирная кривая).

Ввиду этого заданное значение параметра достигается скорее, чем при регулировании без связи, например в момент времени t_2 вместо t_4 . Оно достигается в момент пересечения регулировочной кривой с „нулевой“ прямой — прямой первоначального заданного значения параметра. До момента времени t_2 регулирование со связью протекает так же, как и при регулировании без связи. Начиная же с этого момента, связь вызывает затухание колебательного процесса, причем параметр колеблется около новой средней прямой заданного значения параметра $c-c$, соответствующей новому значению стока γ_{cm} и в конце концов затухает.

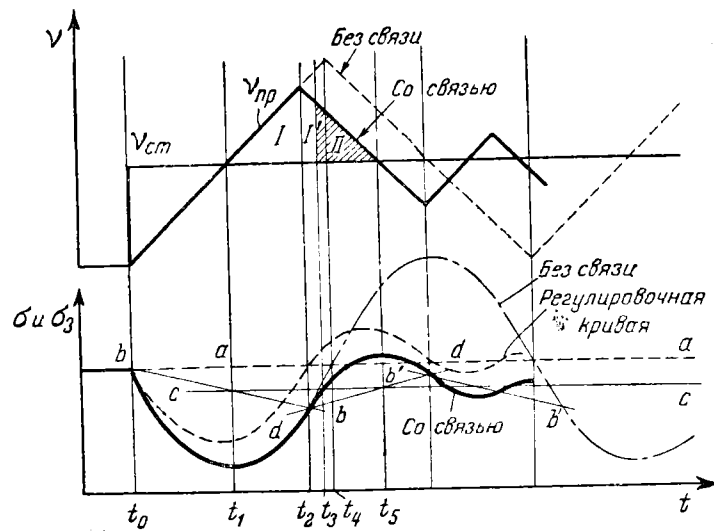
Действительно, с момента времени t_2 начинается уже закрытие регулирующего органа, тогда как параметр достигает нового заданного значения в момент времени t_3 . Вследствие этого избыточное количество, притекшее в регулируемый участок за время второй четверти периода колебаний, измеряется не площадью II (фиг. 12), а площадью $I-I'$. Именно это количество (выраженное площадью II) и должно вытечь из регулируемого участка в третьей четверти периода для выравнивания притока и стока.

Следовательно, новое возмущение, под влиянием которого

протекает второе полуколебание, оказывается меньшим начальное.

Поэтому максимальное отклонение параметра за время второго полуколебания в момент времени t_5 должно быть также меньше максимального отклонения за первое полуколебание.

Для последующих полуколебаний по тем же самым причинам максимальные отклонения параметра будут все меньше, т. е. будет происходить затухание колебаний. При этом одновременно с затуханием уменьшается и период колебаний.



Фиг. 16. График процесса регулирования с жесткой связью и постоянной скоростью при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке.

Однако, полное успокоение наступает лишь при «идеальных» регуляторах. При наличии даже незначительных запаздываний параметра или импульса, что практически неизбежно, регулятор, начиная с некоторого момента, будет совершать незатухающие колебательные движения незначительной амплитуды. Уничтожить эти колебания введением некоторой зоны нечувствительности можно лишь при наличии хотя бы незначительной степени самовыравнивания.

В регуляторах со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, связь также вызывает затухание процесса регулирования, т. е. уменьшение амплитуд; однако, период колебаний при этом остается неизменным.

Изменение заданного значения параметра на каждую единицу пути регулирующего органа дает понятие о степени или

жесткости связи. Чем сильнее, чем жестче связь, тем больше неравномерность регулирования.

Увеличить жесткость связи на нашем примере (фиг. 15) можно увеличением диаметра шкива, на который наматывается тросик подвижных контактов.

Чем жестче связь, тем больший наклон будут иметь отрезки прямых $b-b$, $b'-b'$ и т. д. заданного значения параметра на фиг. 16.

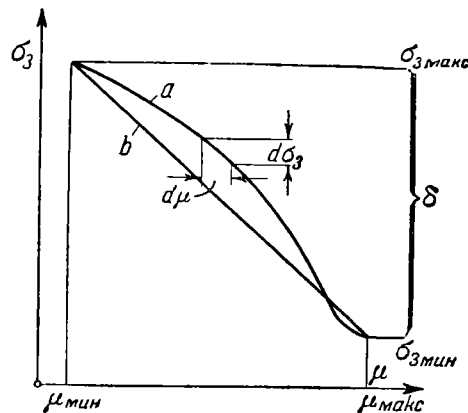
Если бы ввести настолько жесткую связь, что при выравнивании притока и стока — в момент времени t_1 — величина заданного значения параметра стала бы равной σ_m , то, очевидно, процесс регулирования на этом бы и прекратился без дальнейших колебаний. Таким образом, было бы достигнуто полное их гашение, и процесс протекал бы аperiodически.

Следовательно, по мере увеличения жесткости связи увеличивается и степень затухания процесса.

Увеличение скорости регулирования при прочих равных условиях также увеличивает наклон отрезков прямых $d-d$, $b-b$ и т. д. заданного значения параметра. Поэтому увеличение скорости регулирования также увеличивает степень затухания колебаний.

При этом обязательно уменьшается отклонение параметра от его заданной величины и сокращается процесс регулирования во времени. Таким образом, увеличение скорости регулирования улучшает процесс во всех отношениях.

Как мы видели раньше, в случае затухания процесса регулирования только лишь за счет конечной степени выравнивания (без связи) с увеличением скорости закрытия степень затухания уменьшается. Продолжительность же колебаний в этом случае сокращается при одновременном уменьшении отклонений параметра. Таким образом, при регулировании без связи существует оптимальная скорость закрытия, выше которой степень затухания делается чересчур незначительной, а ниже — максимальные отклонения параметра и продолжительность процесса регулирования делаются чрезмерно большими. При регулировании со связью вряд ли можно говорить об оптимальной скорости закрытия, так как



Фиг. 17. Типовая статическая характеристика регулятора.

чем больше скорость, тем лучше протекает процесс регулирования (для идеализированного процесса).

Жесткость или степень связи определяется изменением заданного значения параметра на единицу пути регулирующего органа. Таким образом, в общем случае при любой непрямолинейной зависимости заданного значения параметра от положения регулирующего органа (статическая характеристика регулятора) неравномерность регулируемого параметра выражается так (фиг. 17):

$$\delta = \frac{d\sigma_3}{d\mu}, \quad (11)$$

а в том случае, когда степень связи постоянна, получим:

$$\delta = \frac{\sigma_{3\max} - \sigma_3}{\mu}. \quad (12)$$

В этом случае, очевидно (фиг. 17 б), мы имеем линейную зависимость параметра от положения регулирующего органа.

В случае, если для σ принять следующее выражение:

$$\sigma = \frac{z}{z_m},$$

т. е. если относить значение параметра в каждый данный момент к его максимальному заданному значению, то $\sigma_{3\max} = 1$ и уравнение $\delta = \frac{\sigma_{3\max} - \sigma_3}{\mu}$ переходит в $\delta = (1 - \sigma_3) \cdot \frac{1}{\mu}$.

При этом заданный параметр для степени открытия μ выразится так:

$$\sigma_3 = 1 - \delta \cdot \mu. \quad (13)$$

Отклонение действительного параметра σ , возникающее во время регулирования от заданного его значения в любой момент, служащее в качестве регулирующего импульса (см. регулировочную кривую фиг. 16), составит:

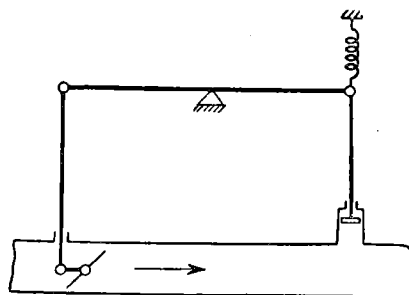
$$\sigma - \sigma_3 = \sigma - (1 - \delta \cdot \mu).$$

При регулировании притока связь, как правило, осуществляется таким образом, что относительно большее значение регулируемого параметра достигается при минимальных открытиях регулирующего органа и, наоборот, относительно меньшее значение регулируемого параметра достигается при максимальных открытиях регулирующего органа¹.

Связь может быть осуществлена и в регуляторах прямого действия, равно как и в чисто электрических схемах регулирования. На фиг. 18 представлена схема регулятора давления прямого действия со связью. Импульс действует на нижнюю сторону поршенька устройства, передающего регулирую-

¹ При регулировании стока связь осуществляется обратным образом.

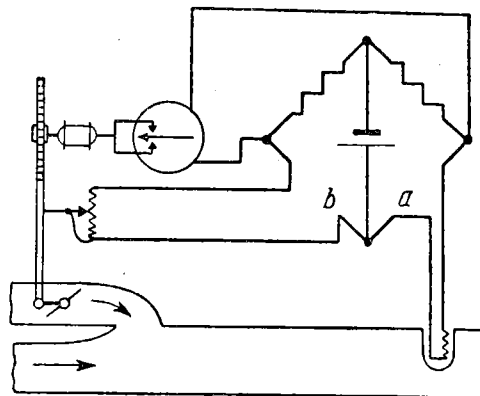
щий импульс. Этому действию всегда противодействует пружина. Регулирующий орган системой рычагов жестко связан с поршеньком. Ввиду отсутствия пружины определенная степень открытия регулирующего органа (т. е. определенный приток) всегда соответствует определенному значению параметра в месте отбора импульса, чем и достигается неравномерность регулирования. Степень связи определяется пружиной. При увеличении или уменьшении жесткости пружины можно в любой степени усилить или ослабить связь. Если удалить пружину, то получим регулирование без связи, т. е. регулирование постоянного значения, так как в этом случае положение поршенька уже не будет зависеть от величины значения параметра¹.



Фиг. 18. Схема регулятора давления прямого действия с жесткой связью.

На фиг. 19 представлена схема регулятора непрямого действия со связью.

Регулирующее устройство представляет собой равновесный мост Витстона с нулевым контактным гальванометром. При всяком изменении параметра (температуры) изменяется сопротивление электрического термометра, т. е. плеча *a*, что включает регулятор, перемещающий регулирующий орган. Последний при своем движении меняет сопротивление плеча *b*. Таким образом, каждому положению регулирующего органа соответствует определенное сопротивление плеча *b*. Для равновесия моста в этом случае, очевидно, необходимо и определенное сопротивление плеча *a*.

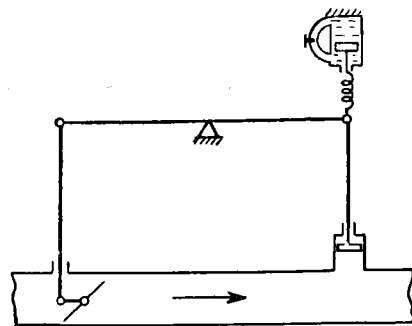


Фиг. 19. Схема электрического регулятора температуры с жесткой связью.

¹ Физическая закономерность работы регулятора прямого действия иная, чем у регуляторов непрямого действия жесткой (и упругой) обратной связью (см. стр. 88). Эти регуляторы также, как и некоторые другие, надо было бы относить к отдельному классу, хотя обычно их и объединяют.

Таким образом, каждому положению регулирующего органа соответствует определенное значение параметра. Степень связи зависит от изменения сопротивления плеча b . Если сопротивление плеча сделать постоянным, то мы получим регулирование без связи, т. е. регулирование постоянного значения, так как в этом случае равновесие моста возможно лишь при неизменной величине сопротивления плеча a , т. е. неизменном значении параметра.

Все вышеприведенные примеры являются примерами жесткой связи, так как здесь каждому значению параметра жестко соответствует определенное положение регулирующего органа.



Фиг. 20. Схема регулятора давления прямого действия с упругой связью.

Наличие неравномерности регулирования почти всегда не является положительным качеством регулирования. Кроме того, во многих случаях требование жестких пределов изменения параметра в процессе регулирования предопределяет возможность введения лишь сравнительно незначительной степени связи. Последняя может оказаться недостаточной для получения

нужной степени затухания процесса. В этих случаях удобно, а иногда и необходимо применение так называемой упругой связи.

С помощью упругой связи может быть достигнуто регулирование постоянного значения лишь с временной неравномерностью параметра при достаточной степени затухания или так называемое изодромное регулирование.

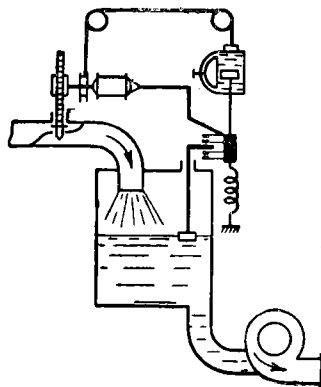
Принцип действия упругой связи легко уяснить себе на простейших схемах регуляторов как прямого, так и непрямого действия. На фиг. 20 представлена схема регулятора прямого действия с упругой связью. Сравнивая схему фиг. 20 со схемой фиг. 18, мы видим, что их отличие заключается в том, что пружина фиг. 18 жестко закреплена, пружина же фиг. 20 прикреплена к поршню цилиндра, заполненного маслом. Масло из-под поршня может перетекать в верхнюю часть цилиндра через трубку, снабженную дросселирующим краном (масляный катаракт).

Благодаря такому устройству в первый момент отклонения параметра пружина оказывает противодействие движению поршня и, следовательно, выполняет роль жесткой связи. Однако, по установлению нового состояния равновесия регулятора под давлением нажатия пружины масло продавли-

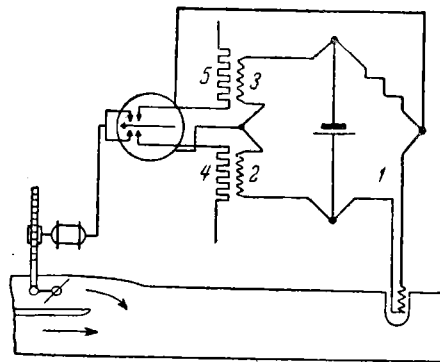
вается через дросселирующий кран, и сила натяжения пружины приходит к первоначальному значению, сводя степень связи к нулю¹.

В случае регуляторов непрямого действия упругая связь может быть осуществлена различными способами.

Регулирующее устройство уровня, показанное на фиг. 15, с жесткой обратной связью легко превратить в устройство с упругой связью. Действительно, для этого достаточно, как показано на фиг. 21, прикрепить подвижные контакты к поршню:



Фиг. 21. Схема электрического регулятора давления с упругой связью.



Фиг. 22. Схема электрического регулятора температуры с упругой связью.

масляного изодромного устройства, а тросик — к цилиндру изодромного устройства. При этом предполагаем, что при нахождении контактов в среднем заданном положении пружина не натянута и не сжата.

Работа такого устройства будет протекать вполне аналогично предыдущему случаю регулирования (фиг. 20). В первый момент движения регулирующего органа его движение через изодромное устройство будет передаваться подвижным контактам. Затем под влиянием пружины, стремящейся достичь первоначального состояния, поршень изодромного устройства при перетекании масла через дроссель будет перемещаться в новое положение. Этот процесс закончится тогда, когда пружина вернется в первоначальное состояние и когда контакты займут свое первоначальное положение.

На фиг. 22 показана схема регулятора с электрическим устройством упругой обратной связи², в модификации с рав-

¹ См. сноску на стр. 47.

² См. статью С. Г. Герасимова и Г. Д. Шевцова в № 10 „Известий ВТИ“ за 1940 г. „Регулятор температуры системы ВТИ“.

новесным мостом Витстона, с нулевым контактным гальванометром в качестве реле и с термометром сопротивления в качестве теплочувствительного органа. В одно из плечей моста включен термометр сопротивления 1, измеряющий температуру регулируемой среды. Каждое из плеч другой ветви моста содержит по добавочному термометру сопротивления 2 и 3 — элементу устройства упругой связи. Оба последних термометра вложены в небольшие электронагревательные печи 4 и 5. Нагреваемая обмотка их включается параллельно электродвигателю, управляющему регулирующим органом, так что при работе регулятора в сторону открытия регулирующего органа и вращении электродвигателя в одну сторону включается одна из печей, при работе же регулятора в сторону закрытия электродвигатель вращается в другую сторону и включается другая печь. Работа регулятора протекает следующим образом.

Предположим, что в начальный момент времени существует равновесное состояние, т. е. приток тепла в регулируемый участок равен его стоку и температура имеет заданное и поддерживаемое значение. При этом мост сбалансирован, и стрелка контактного гальванометра стоит на «нуле», сервомотор не работает, и, следовательно, обе печи не включены и их термометры сопротивления не нагреты. Допустим, что произошло какое-то возмущение и температура в регулируемом участке стала подниматься.

При этом стал нагреваться основной термометр сопротивления 1, стрелка контактного гальванометра отклонилась, включился сервомотор в сторону закрытия регулирующего органа и включился нагреватель 4 устройства обратной связи.

Термометр сопротивления 2 этого нагревателя также стал нагреваться относительно очень быстро. Это нагревание, очевидно, должно привести к тому, что через некоторое время, зависящее от первоначального отклонения регулируемой температуры и времени работы сервомотора, равновесие моста будет восстановлено еще до того, когда регулируемая температура вернется к первоначальному значению. Восстановление равновесия моста будет осуществляться, главным образом, за счет нагрева термометра сопротивления устройства связи. При восстановлении равновесия моста контактный гальванометр выключит сервомотор и одновременно нагреватель обратной связи.

Таким образом, искусственно нагреваемый термометр сопротивления осуществляет обратную связь. По установлении нового состояния равновесия регулятора, термометр обратной связи начинает остывать и, следовательно, степень связи ослабевать, постепенно доходя до нуля. Работа такого устройства протекает, таким образом, вполне подобно пружине, прикрепленной к подвижному поршню издромного устройства.

г) Процесс принудительного регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра

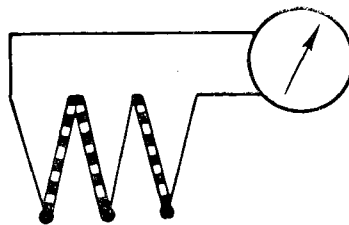
Искусственное затухание колебаний можно осуществить не только с помощью введения обратной связи. Тот же эффект можно получить, если заставить регулятор работать не только под влиянием отклонения параметра от его заданной величины, но также и под влиянием скорости изменения параметра.

Регулирование такого типа может быть осуществлено, например, при регулировании температуры.

В этом случае три термоэлемента — первый, второй и третий включаются последовательно (фиг. 23), причем э. д. с. первого и второго термоэлементов направлены в одну сторону и суммируются, а третий термоэлемент включен так, что э. д. с. его направлена противоположно первым двум и вычитается из э. д. с. двух других термоэлементов. Кроме того, рабочие концы термоэлементов первого и второго изготовлены с малой массой, а рабочий конец третьего — с большой массой, так что он инертнее двух первых. При установившемся состоянии все три рабочих конца имеют одинаковую температуру и развивают одинаковые э. д. с. при одинаковых термоэлектродах. Общая э. д. с., очевидно, будет равна э. д. с. одного единственного элемента, причем стрелка гальванометра — реле будет находиться в заданном положении, а регулирующее устройство в положении покоя.

Если в определенный момент параметр начнет изменяться с определенной скоростью, то э. д. с. первого и второго термоэлементов будет непосредственно и с одинаковой скоростью следовать за изменением регулируемого параметра, в то время как термо-э. д. с. третьего спая будет отставать в зависимости от различия масс рабочих концов и скорости изменения параметра. Термо-э. д. с. второго и третьего элементов в таком случае не будут выравнены. Возникает некоторая их разность, прибавляемая к термо-э. д. с. (первого элемента или вычитаемая из нее, в зависимости от направления отклонения параметра от заданного значения (+ или —) и от направления скорости изменения его (увеличение или уменьшение).

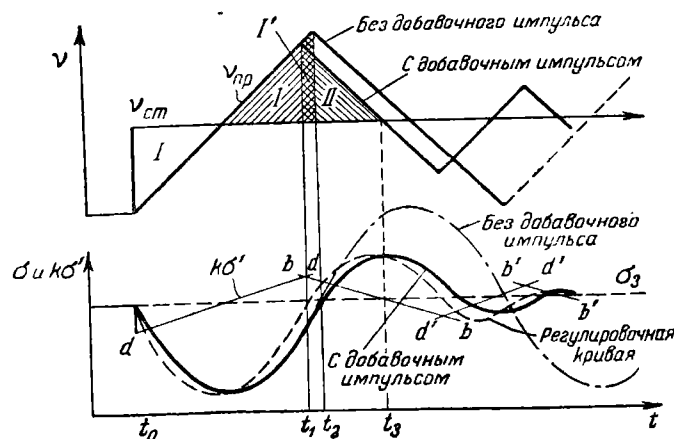
Таким образом, при этом способе регулирования импульс складывается из двух частей: части, пропорциональной вели-



Фиг. 23. Схема регулирующего импульса по параметру и его производной (термопарная).

чине отклонения параметра от заданного значения (так же, как и при обычном регулировании постоянного значения без связи), и второй части, пропорциональной скорости изменения параметра. Так как математические знаки обеих частей импульса могут быть одинаковыми или различными (в зависимости от знака отклонения параметра и знака скорости изменения параметра), то второй и третий термозлементы усиливают или ослабляют произведенный первым элементом импульс.

Разберем этот случай графически, предполагая, что степень самовыравнивания регулируемого участка попрежнему



Фиг. 24. График процесса регулирования с импульсом по параметру и его производной при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке.

равна нулю ($\rho = 0$). Чувствительность же его и скорость регулирования ϵ и s — величины конечные. Скорость же (s) кроме того постоянна.

Пунктирные кривые фиг. 24 показывают протекание процесса регулирования без дополнительного импульса по производной («скоростного» импульса). Отрезки прямых $d-d$, $b-b$ и т. д. представляют собою производную параметра, отложенную на графике в некотором масштабе (по отношению к значению параметра)¹. Производная параметра имеет максимальное значение при наличии максимальных разностей притока и стока, то есть в начале и конце каждого полупериода колебания. Она делается равной нулю при равенстве притока и стока, то есть в тот момент, когда отклонение параметра достигает максимума.

¹ При регулировании с постоянной скоростью закрытия производная параметра, очевидно, изменяется во времени также с постоянной скоростью, т. е. по прямой.

Регулировочная кривая (на фиг. 24 пунктирная линия) в данном случае может быть построена, как геометрическая сумма кривой изменения параметра и прямой его производной. Определяемый ею регулирующий импульс равен нулю в момент пересечения регулировочной кривой с прямой заданного значения параметра. Этот момент времени и соответствует реверсии работы регулятора. Как видно из графика, он достигается ранее, чем при регулировании без дополнительного импульса по производной, например, в момент времени t_1 вместо t_2 .

До момента времени t_1 регулирование протекает так же, как и при регулировании без дополнительного «скоростного» импульса. Начиная же с этого момента, дополнительный «скоростной» импульс вызывает затухание колебательного процесса. При этом параметр σ колеблется около своего неизменного среднего заданного значения и в конце концов затухает.

Действительно, с момента времени t_1 начинается уже закрытие регулирующего органа, тогда как параметр достигает своего заданного значения в момент времени t_2 . Далее процесс идет вполне аналогично процессу регулирования с обратной связью. Избыточное количество v_{np} , притекающее в регулируемый участок за время второй четверти периода колебаний, измеряется не площадью II (фиг. 24), а площадью $I-I'$. Именно это количество (выраженное площадью II) и должно вытечь из регулируемого участка в третьей четверти периода для выравнивания притока и стока.

Следовательно, новое возмущение, под влиянием которого протекает второе полупериод колебания, оказывается меньшим начального. Поэтому максимальное отклонение параметра за время второго полупериода колебания (в момент времени t_3) должно быть меньше максимального отклонения за первое полупериод колебания и т. д.

Увеличение удельного влияния производной — ее масштаба — сказывается на графике увеличением ее начального значения и, следовательно, наклона изображающей ее прямой. При этом точка реверсий регулятора приближается к точке, соответствующей равенству притока и стока, и затухание колебаний усиливается.

Однако, полное затухание колебаний уже в первой четверти периода могло бы иметь место лишь в случае увеличения удельного влияния производной до бесконечности.

Увеличения масштаба производной в нашем примере можно достигнуть тем, что в цепь милливольтметра последовательно можно ввести еще одну или несколько пар термоэлементов. Термоэлектродные материалы их должны быть одинаковы, а э. д. с. направлены навстречу друг другу при разной тепловой инерции их рабочих концов.

Увеличение скорости регулирования при прочих равных

условиях уменьшает отклонение параметра от заданной его величины, приближая максимум к началу полупериода. При этом увеличивается и наклон прямой, изображающей производную параметра, что приводит к увеличению затухания колебаний. Кроме того, сокращается и процесс регулирования. Увеличение скорости регулирования улучшает, следовательно, процесс во всех отношениях (для идеализированного процесса).

В рассматриваемом нами случае регулирование осуществляется под влиянием импульса, полученного как сумма значений параметра и его производной, взятой в некотором масштабе, т. е. под влиянием импульса, пропорционального

$$\sigma + k \cdot \sigma'. \quad (14)$$

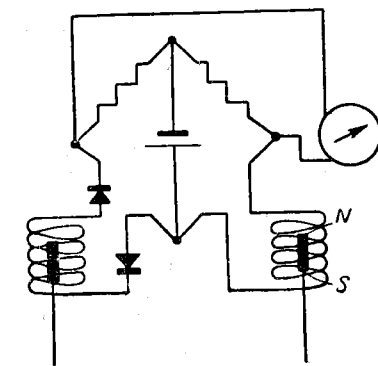
Величину k можно назвать коэффициентом масштаба производной. Он является некоторой постоянной величиной, имеющей размерность времени.

По уравнению $\sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$ (в начальный момент времени)

$$\sigma - \sigma_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t.$$

Следовательно, коэффициент масштаба k численно равен времени t , которое требуется для того, чтобы параметр при изменении с неизменной начальной скоростью при данном (любом) возмущении достиг

Фиг. 25. Схема электрического регулятора уровня с импульсом по параметру и его производной (соленоидная).



того значения, которое оказывает на процесс регулирования тот же эффект, что и скорость изменения параметра (его производная) в момент возникновения возмущения.

Помимо описанного выше способа получения дополнительного «скоростного» импульса в качестве примера можно указать следующий (фиг. 25). Если взять соленоид и перемещать в нем магнитный сердечник, то возбуждаемая при этом в соленоиде э. д. с. будет пропорциональна скорости движения магнитного сердечника. При этом, коэффициент масштаба производной (скорости перемещения) будет зависеть от числа витков соленоида.

Включим подобный соленоид в одно из плеч мостика Витстона. В другое плечо мостика включается источник э. д. с., зависящей от самого измеряемого параметра. В качестве такого источника можно взять, например, соленоид же, питаемый переменным током с железным перемещающимся сердечником. Последний соленоид включается в схему мостика Витстона через выпрямители. В этой схеме напряжение

на зажимах гальванометра в диагонали мостика будет функцией суммы импульсов от параметра и его производной, если перемещения плунжеров обоих соленоидов связаны, например, с поплавками измеряемого и регулируемого уровня.

В данном примере производная параметра будет дана в более чистом виде, чем в примере с термопарами. В случае с термопарами значения производной в начале возникновения возмущения и после каждой реверсии в работе регулятора будут искажены.

д) Процесс принудительного регулирования по импульсу от производной параметра

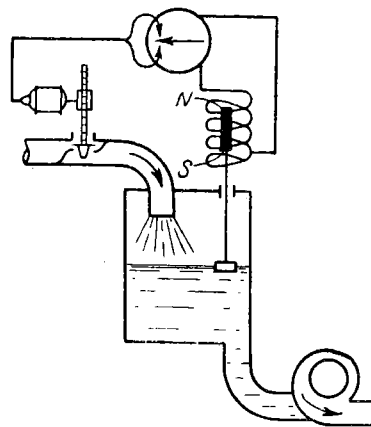
Наличие баланса притока и стока в системе регулирования характеризуется не только постоянством значения параметра, но, очевидно, и равенством нулю его производной. Таким образом, возникает вопрос о возможности вести процесс регулирования так, чтобы вместо поддержания постоянного значения параметра поддерживать равной нулю его производную.

Регулирование такого типа может быть осуществлено, например, при регулировании уровня. Скорость изменения уровня (фиг. 26) можно измерить вышеописанным способом с помощью соленоида, включенного в цепь контактного гальванометра. Магнитный же перемещающийся сердечник соленоида сочленяется с поплавком.

Регулирование температуры путем поддержания значения производной, равной нулю, можно осуществить с помощью двух одинаковых термопар, встречно включенных в цепь гальванометра. Термопары должны иметь для этого рабочие концы различной массы — различной тепловой инерции.

При графическом разборе данного случая регулирования предположим, как и в предыдущих случаях, постоянную скорость регулирования при отсутствии самовыравнивания регулируемого участка ($\rho = 0$) и при конечном значении его чувствительности ε .

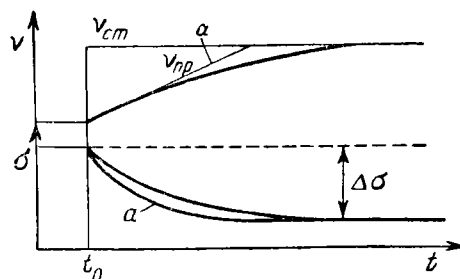
В данном случае регулирования (см. фиг. 27) регулятор включается в работу в момент возникновения возмущающего воздействия. Регулятор остановится лишь тогда, когда воз-



Фиг. 26. Схема электрического регулятора с импульсом по производной параметра при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке.

мушающее воздействие станет равным нулю. Практически остановка регулятора совершается тогда, когда значение параметра¹ войдет в пределы зоны нечувствительности регулятора. При постоянной скорости регулирования (кривые a) приток будет изменяться по прямой, а параметр — по кривой, стремящейся к горизонтальной прямой и достигающей ее в момент выравнивания притока и стока. При скорости регулирования, пропорциональной импульсу, кривые притока и параметра будут обе асимптотически приближаться к горизонтальным прямым и достигнут их теоретически в бесконечности.

При остановке регулятора параметр примет уже новое значение, так как в самом принципе работы регулятора при импульсе по производной параметра не заложено стремления



Фиг. 27. График процесса регулирования с импульсом по производной параметра при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке.

регулятора привести параметр к какому-то заранее заданному значению. Тем не менее новое значение параметра не является какой-то произвольной величиной. Оно обусловлено скоростью регулятора. Эта последняя (при пропорциональном регулировании) в свою очередь зависит от скорости изменения параметра, т. е. действующего в данный момент возмущающего воздействия, и от заданной приведенной скорости закрытия.

Как видно из рассмотренного графика, регулятор при этом способе регулирования не может совершать колебательного движения и процесс регулирования всегда устойчив (для идеализированного процесса).

При этом величина отклонения параметра будет зависеть еще и от чувствительности регулируемого участка, так как для данного случая скорость изменения параметра, как и всегда, будет зависеть и от чувствительности участка, тогда как скорость регулирования постоянна и не зависит от скорости изменения параметра.

Отклонение параметра в процессе регулирования, очевидно, уменьшается с возрастанием скорости регулирования, подобно тому, как это имеет место при регулировании со связью или с дополнительным импульсом по производной. Легко видеть, что процесс регулирования в случае регулирования только по производной параметра протекает вполне аналогично процессу регулирования со связью, если степень связи

¹ В данном случае регулируемым параметром является скорость его изменения.

подобрана для аperiodического протекания процесса и является величиной не постоянной, а зависящей от возмущающего воздействия¹.

Однако, такая аналогия существует только для вполне идеализированных регуляторов. Наличие даже незначительной зоны нечувствительности всегда приведет к тому, что значение параметра не будет иметь сколько-нибудь постоянной величины. Действительно, при наличии постоянно небольшой скорости изменения параметра, такой, что она укладывается целиком в зону нечувствительности, параметр может измениться сколь угодно сильно. Для этого необходим лишь достаточный отрезок времени.

При регулировании по параметру даже незначительный небаланс в системе через какое-то время обязательно выведет параметр из зоны нечувствительности, так как его изменения «накапливаются» во времени. Скорость же изменения параметра во времени не «накапливается».

В силу изложенного регулирование только по производной практически осуществить нельзя без каких-либо дополнительных условий и приспособлений, так или иначе фиксирующих значение регулируемого параметра.

Тем не менее способ регулирования по производной имеет существенный интерес, как это будет видно из дальнейшего.

Дело в том, что при достаточно больших скоростях регулирования процесс во многих случаях, например при регулировании со связью, приводится фактически к регулированию по производной параметра.

4. РАСЧЕТ ПОСТОЯННЫХ ОБЪЕКТОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Во всех случаях расчета регуляторов необходимо уметь вычислять значения чувствительности и степени самовыравнивания регулируемого объекта. В ряде простых одномерных регулируемых участков такой расчет не представляет затруднений. Мы приведем далее несколько примеров расчета величин ϵ и ρ .

В первую очередь попытаемся рассчитать эти величины для случая регулирования давления газа.

Пусть регулируемый участок имеет неизменный объем (т. е. не имеет водяного затвора и т. п.).

Абсолютное давление в регулируемом участке при заданном значении параметра h_3 будет $b \cdot 13,6 + h_3$ мм вод. ст., где b — барометрическое давление ($b = 760$ мм рт. ст.).

¹ На фиг. 27 и в наших рассуждениях предполагалось, что степень самовыравнивания регулируемого участка можно пренебречь. Очевидно, что при наличии последней она будет также оказывать влияние на процесс регулирования, уменьшая отклонение параметра, т. е. всегда благоприятно.

В том случае, когда вследствие различия притока и стока в регулируемом участке аккумулируется 1 м^3 газа, давление в нем повышается от величины $p = b \cdot 13,6 + h_3$ до $p_1 \text{ мм вод. ст.}$

Отсюда по закону Бойля-Мариотта $p \cdot (V-1) = p_1 \cdot V$, или $p_1 = p + p \cdot \frac{1}{V}$, т. е. давление повысится на величину $\frac{b \cdot 13,6 + h_3}{V} \text{ мм вод. ст.}$

Если в период времени dt давление повысится на dh при аккумулировании $Q_{np} - Q_{cm} \text{ м}^3/\text{час}$, то повышение давления за время dt составит:

$$dh = \frac{b \cdot 13,6 + h_3}{V} \cdot (Q_{np} - Q_{cm}) \cdot dt \text{ мм вод. ст.,}$$

отсюда

$$\frac{dh}{dt} \cdot \frac{1}{Q_{np} - Q_{cm}} = \frac{b \cdot 13,6 + h_3}{V}.$$

Но величина ε (чувствительность регулируемого участка) для случая регулирования давления может быть выражена так (см. уравнение (1)):

$$\varepsilon = \frac{\frac{dh}{h_3 \cdot dt}}{\frac{Q_{np} - Q_{cm}}{Q_0}},$$

откуда

$$\frac{dh}{dt} \cdot \frac{1}{Q_{np} - Q_{cm}} = \frac{\varepsilon \cdot h_3}{Q_0}$$

или

$$\varepsilon = \frac{Q_0 \cdot (b \cdot 13,6 + h_3)}{V \cdot h_3}. \quad (15)$$

В том случае, если желательно абсолютное давление измерять в технических атмосферах вместо мм вод. ст. , следует заменить выражение $b \cdot 13,6 + p_3 \text{ мм вод. ст.}$ выражением $1 + p_3 \text{ ат.}$

В газопроводах, снабженных водяными затворами, аккумулирующая способность значительно повышается благодаря частичному вытеснению воды при повышении давления.

Пусть поверхность воды (принятая постоянной при всех встречающихся давлениях), на которую действует давление газа в регулируемом участке, равна $F_a \text{ м}^2$, при повышении давления на 1 мм вод. ст. вода вытесняется на $a \text{ мм}$. В этом случае количество газа, аккумулированного объемом V со-

единительного участка за время dt , уменьшится с величины $(Q_{np} - Q_{cm}) \cdot dt$ до величины

$$(Q_{np} - Q_{cm}) \cdot dt - \frac{F_a \cdot a \cdot dh}{1000} \text{ м}^3,$$

тогда

$$dh = \frac{b \cdot 13,6 + h_3}{V} \cdot \left[(Q_{np} - Q_{cm}) \cdot dt - \frac{F_a \cdot a \cdot dh}{1000} \right]$$

или

$$\frac{dh}{dt \cdot (Q_{np} - Q_{cm})} = \frac{\varepsilon \cdot h_3}{Q_0} = \frac{1}{\frac{V}{b \cdot 13,6 + h_3} + 0,001 \cdot F_a \cdot a},$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{h_3 \cdot \left(\frac{V}{b \cdot 13,6 + h_3} + 0,001 \cdot F_a \cdot a \right)}. \quad (16)$$

Сравнивая уравнение (16) с уравнением (15), мы видим, что вследствие наличия водяного затвора чувствительность соединительного участка понизилась.

Несколько сложнее расчет мгновенного значения степени выравнивания.

Если давление перед регулирующим органом притока обозначить через h_1 , а давление за органом, регулирующим сток, через h_2 , то при давлении h в регулируемом участке приток будет равен:

$$Q_{np} = K_1 \cdot \sqrt{h_1 - h},$$

а сток

$$Q_{cm} = K_2 \cdot \sqrt{h - h_2}.$$

При увеличении давления в регулируемом объеме на dh приток уменьшится на dQ_{np} , а сток увеличится на dQ_{cm} . При условии постоянства h_1 и h_2 приращение притока будет:

$$dQ_{np} = 0,5 \cdot K_1 \cdot \frac{dh}{\sqrt{h_1 - h}},$$

а приращение стока

$$dQ_{cm} = 0,5 \cdot K_2 \cdot \frac{dh}{\sqrt{h - h_2}},$$

откуда

$$\frac{dQ_{np} + dQ_{cm}}{dh} = \frac{d(Q_{np} - Q_{cm})}{dh} = 0,5 \cdot \left(\frac{K_1}{\sqrt{h_1 - h}} + \frac{K_2}{\sqrt{h - h_2}} \right).$$

Но

$$\rho = \frac{\frac{d(Q_{np} - Q_{cm})}{dh}}{\frac{h_3}{h_3}} = \frac{d(v_{np} - v_{cm})}{d\sigma} = \frac{d(Q_{np} - Q_{cm})}{dh} \cdot \frac{h_3}{Q_0},$$

следовательно,

$$\rho = 0,5 \cdot \left(\frac{K_1}{\sqrt{h_1 - h}} + \frac{K_2}{\sqrt{h - h_2}} \right) \cdot \frac{h_3}{Q_0}$$

или

$$\rho = 0,5 \left(\frac{Q_{np}}{h_1 - h} + \frac{Q_{cm}}{h - h_2} \right) \cdot \frac{h_3}{Q_0},$$

или

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{Q_{np}}{Q_0} \cdot 0,5 \cdot \frac{h_3}{h_1 - h} + \frac{Q_{cm}}{Q_0} \cdot 0,5 \cdot \frac{h_3}{h - h_2} = \\ &= \rho_{np} + \rho_{cm} = v_{np} \cdot \rho_{npo} + v_{cm} \cdot \rho_{cmo}. \end{aligned}$$

Приближенно можно считать, что $Q_{np} = Q_{cm} = Q$ и $\frac{Q}{Q_0} = v$ — коэффициент нагрузки, тогда

$$\rho = v \cdot \rho_0 = \frac{Q}{Q_0} \cdot 0,5 \cdot h_3 \cdot \left(\frac{1}{h_1 - h_3} + \frac{1}{h_3 - h_2} \right), \quad (17)$$

отсюда видно, что степень самовыравнивания пропорциональна коэффициенту нагрузки.

Кроме вычисления мгновенного значения степени самовыравнивания представляет интерес также и вычисление значения степени самовыравнивания за время всего процесса самовыравнивания, т. е.

$$\rho_{\Sigma} = \frac{\sum_{t=0}^{t=\infty} d(v_{np} - v_{cm})}{\sum_{t=0}^{t=\infty} d\sigma} = \frac{\Delta v}{\Delta \sigma},$$

где Δv представляет собой разность притока и стока, существующую в момент возмущения и исчезающую постепенно в течение процесса самовыравнивания, т. е. представляет величину возмущающего воздействия, а $\Delta \sigma$ представляет собой разность между значением параметра до момента возмущения и значением параметра по окончании процесса самовыравнивания.

Переходя к размерному выражению для ρ_Σ , имеем

$$\rho_\Sigma = \frac{\Delta Q}{Q_0} \cdot \frac{h_3}{\Delta h} = \frac{\Delta Q}{\Delta h} \cdot \frac{h_3}{Q_0}.$$

По окончании выравнивания

$$Q_\Sigma = Q_{np0} - \Delta Q_{np} = Q_{cm0} + \Delta Q_{cm}$$

или, подставляя в ранее полученные выражения Δh вместо dh , ΔQ_{np} вместо dQ_{np} и ΔQ_{cm} вместо dQ_{cm} , получим:

$$(Q_{np0} - \Delta Q_{np})^2 = K_1^2 \cdot h_1 - K_1^2 \cdot (h_3 + \Delta h),$$

$$(Q_{cm0} + \Delta Q_{cm})^2 = K_2^2 \cdot (h_3 + \Delta h) - K_2^2 \cdot h_2,$$

где h_3 — давление в регулируемом участке непосредственно перед возникновением возмущающего воздействия, тогда

$$K_1^2 \cdot h_1 - K_1^2 \cdot (h_3 + \Delta h) = K_2^2 \cdot (h_3 + \Delta h) - K_2^2 \cdot h_2,$$

откуда

$$K_1^2 \cdot h_1 + K_2^2 \cdot h_2 = (h_3 + \Delta h) \cdot (K_1^2 + K_2^2)$$

и

$$\Delta h = \frac{K_1^2 \cdot h_1 + K_2^2 \cdot h_2}{K_1^2 + K_2^2} - h_3,$$

но

$$K_1^2 = \frac{Q_{np0}^2}{h_1 - h_3}, \text{ а } K_2^2 = \frac{Q_{cm0}^2}{h_3 - h_2};$$

обозначив

$$\left(\frac{Q_{cm0}}{Q_{np0}} \right)^2 \cdot \frac{h_1 - h_3}{h_3 - h_2} = \frac{K_2^2}{K_1^2} = \zeta,$$

имеем:

$$\Delta h = \frac{h_1}{1 - \zeta} + \frac{h_2}{1 + \frac{1}{\zeta}} - h_3.$$

Таким образом, при любых возмущающих воздействиях, т. е. любых ΔQ , мы можем вычислить Δh , т. е. отклонение параметра от заданной величины в конце процесса самовыравнивания, т. е. Δh .

Вычислив же Δh (и зная ΔQ), мы можем найти и значение степени самовыравнивания за время всего процесса самовыравнивания, т. е. ρ_Σ .

Как видно из приведенного примера расчета величин ϵ и ρ , этот расчет для случая регулирования давления не представляет каких-либо затруднений.

В случае регулирования уровня расчет постоянных регулируемого участка также несложен, особенно при постоянстве площади поперечного сечения бака.

Пусть поверхность зеркала воды в регулируемом объеме равна F (считая, что поверхность зеркала воды постоянна). В том случае, когда благодаря различию притока и стока в регулируемом участке аккумулируется 1 м^3 воды, уровень в нем изменяется на величину ΔH мм вод. ст.

$$\Delta H = \frac{1}{F}.$$

Если в период времени dt уровень повысится на dH при аккумулировании $Q_{np} - Q_{cm}$ $\text{м}^3/\text{час}$, то это повышение уровня за время dt составит:

$$dH = \frac{1}{F} \cdot (Q_{np} - Q_{cm}) \cdot dt,$$

откуда

$$\frac{dH}{dt} \cdot \frac{1}{Q_{np} - Q_{cm}} = \frac{1}{F},$$

по предыдущему

$$\epsilon = \frac{\frac{H_3 \cdot dt}{Q_{np} - Q_{cm}}}{\frac{H_3}{Q_0}} \quad \text{или} \quad \frac{dH}{dt} \cdot \frac{1}{Q_{np} - Q_{cm}} = \frac{\epsilon \cdot H_3}{Q_0}.$$

Таким образом,

$$\epsilon = \frac{Q_0}{F \cdot H_3} = \frac{Q_0}{V_3}. \quad (18)$$

Так как закономерность, управляющая притоком и стоком, при регулировании уровня та же, что и при регулировании давления, то расчет степени самовыравнивания для подобных участков ничем не отличается от приведенного выше расчета степени самовыравнивания для участков давления. Следует лишь вместо величины h подставить всюду величину H . Необходимо иметь в виду, что во многих случаях регулирования уровня самовыравнивание имеет место либо только на притоке (например, в случае регулирования уровня в барабане котла), или только на стоке (например, в случае регулирования уровня в открытых баках). Очевидно, что подобных случаев в выражении для степени самовыравнивания из двух членов, стоящих в скобках, будет налицо лишь какой-либо один.

Попытаемся рассчитать величины ε и ρ для регулируемых температурных участков.

Обозначим температуру в регулируемом участке через ϑ , теплоемкость материала участка через c и его массу через m .

При аккумулировании одной калории тепла температура в регулируемом участке изменится на величину

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{c \cdot m}.$$

В том случае, если вследствие различия притока и стока в регулируемом участке аккумулируется $Q_{np} - Q_{cm}$ кал/час за время dt , то повышение температуры за это время составит:

$$d\vartheta = \frac{1}{c \cdot m} \cdot (Q_{np} - Q_{cm}) \cdot dt,$$

откуда

$$\frac{d\vartheta}{dt} \cdot \frac{1}{Q_{np} - Q_{cm}} = \frac{1}{c \cdot m}$$

или, согласно предыдущему, так как

$$\varepsilon = \frac{\frac{d\vartheta}{\vartheta \cdot dt}}{\frac{Q_{np} - Q_{cm}}{Q_0}}, \text{ то } \frac{d\vartheta}{dt} \cdot \frac{1}{Q_{np} - Q_{cm}} = \frac{\varepsilon \cdot \vartheta_3}{Q_0}.$$

Таким образом,

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{\vartheta_3 \cdot c \cdot m}. \quad (19)$$

В том случае, если регулируемый участок состоит из нескольких разнородных материалов с разной массой и теплоемкостью, то вместо уравнения (19) следует взять уравнение

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{\vartheta_3 \cdot \Sigma c \cdot m}. \quad (20)$$

Перейдем к расчету мгновенного значения степени самовыравнивания. Этот расчет можно провести сравнительно просто лишь при некоторых упрощающих предположениях, а именно: расчет сравнительно прост, если можно пренебречь лучистым теплообменом и если передача тепла происходит соприкосновением.

В этом случае, если температура источника тепла ϑ_1 , а температура снаружи регулируемого участка ϑ_2 , то при температуре ϑ в регулируемом участке приток

$$Q_{np} = K_1 \cdot \alpha_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta),$$

а сток

$$Q_{cm} = K_2 \cdot \alpha_2 \cdot (\vartheta - \vartheta_2).$$

При увеличении температуры регулируемого участка на величину $d\vartheta$ приток уменьшится на dQ_{np} , а сток увеличится на dQ_{cm} , и при условии постоянства ϑ_1 и ϑ_2 новая величина притока будет:

$$\begin{aligned} Q_{np} - dQ_{np} &= K_1 \cdot \alpha_1 \cdot [\vartheta_1 - (\vartheta + d\vartheta)] = \\ &= K_1 \cdot \alpha_1 [(\vartheta_1 - \vartheta) - d\vartheta] \end{aligned}$$

или

$$Q_{np} - dQ_{np} = Q_{np} - K_1 \cdot \alpha_1 \cdot d\vartheta,$$

а новая величина стока

$$Q_{cm} + dQ_{cm} = K_2 \cdot \alpha_2 \cdot [(\vartheta + d\vartheta) - \vartheta_2] = K_2 \alpha_2 [(\vartheta - \vartheta_2) + d\vartheta]$$

или

$$Q_{cm} + dQ_{cm} = Q_{cm} + K_2 \cdot \alpha_2 \cdot d\vartheta.$$

Таким образом,

$$\frac{dQ_{np} + dQ_{cm}}{d\vartheta} = \frac{d(Q_{np} - Q_{cm})}{d\vartheta} = K_1 \cdot \alpha_1 + K_2 \cdot \alpha_2.$$

Но по предыдущему

$$\rho = \frac{\frac{d(Q_{np} - Q_{cm})}{d\vartheta}}{\vartheta_3} = \frac{d(\vartheta_{np} - \vartheta_{cm})}{d\vartheta} \cdot \frac{\vartheta_3}{Q_0}.$$

Следовательно,

$$\rho = (K_1 \cdot \alpha_1 + K_2 \cdot \alpha_2) \cdot \frac{\vartheta_3}{Q_0}$$

или

$$\rho = \left(\frac{Q_{np}}{\vartheta_1 - \vartheta} + \frac{Q_{cm}}{\vartheta - \vartheta_2} \right) \cdot \frac{\vartheta_3}{Q_0}.$$

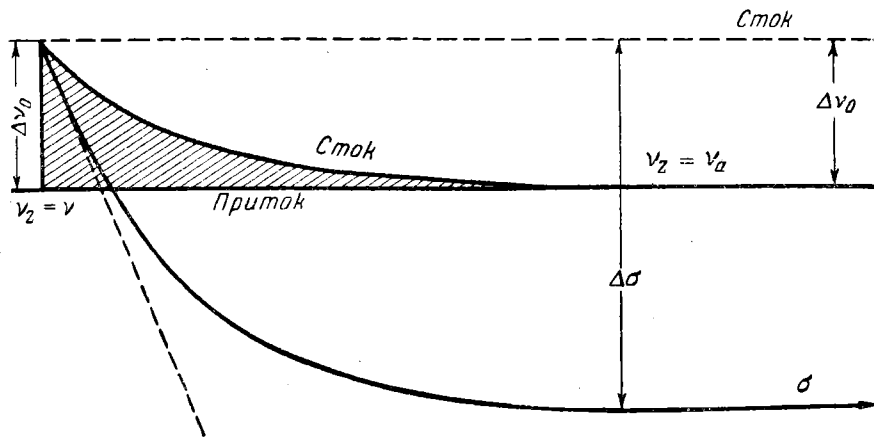
Если приближенно считать $Q_{np} = Q_{cm} = Q$ и $\frac{Q}{Q_0} = \nu$ — коэффициент нагрузки, тогда

$$\rho = \frac{Q}{Q_0} \cdot \vartheta_3 \left(\frac{1}{\vartheta_1 - \vartheta} + \frac{1}{\vartheta - \vartheta_2} \right) = \nu \cdot \vartheta_3 \left(\frac{1}{\vartheta_1 - \vartheta} + \frac{1}{\vartheta - \vartheta_2} \right). \quad (21)$$

Кроме вычисления мгновенного значения степени самовыравнивания может быть вычислено и значение степени самовыравнивания за время всего процесса самовыравнива-

ния. Мы не приводим здесь этого расчета, так как методика его остается той же, что и в случае участков давления и достаточно ясна из предыдущего.

Часто значительно проще и точнее вместо приведенного расчета для определения чувствительности и степени самовыравнивания из конструктивных данных снять кривую самовыравнивания на действующем регулируемом участке и уже по ней рассчитать ε и ρ . Очевидно, что это возможно лишь при наличии работающего агрегата, если к нему требуется приспособить регулятор. Для снятия кривой самовы-



Фиг. 28. Типичная кривая самовыравнивания.

равнивания необходимо во время установившегося состояния динамического равновесия дать небольшое возмущающее воздействие, нарушив приток или сток в регулируемый участок, точно измерить эту величину возмущающего воздействия, а затем проследить и заснять изменение регулируемого параметра во времени. Очевидно, что снятие кривой самовыравнивания просто лишь при незначительных чувствительностях регулируемого участка, т. е. при сравнительно небольших скоростях изменения регулируемого параметра.

Кривую самовыравнивания целесообразно снимать до конца, т. е. проследить регулируемый параметр до тех пор, пока он практически не перестанет изменяться.

Типичная кривая самовыравнивания дана на фиг. 28.

Смерив конечное отклонение параметра при данном возмущающем воздействии (в относительной величине) и поделив на полученное значение относительную величину возмущающего воздействия, мы получим значение степени самовыравнивания, как среднее по всему процессу самовыравнивания. Чем меньше начальное возмущающее воздействие, тем

эта средняя величина ближе к мгновенному значению степени самовыравнивания. Итак, в этом случае

$$\rho = \frac{\Delta v}{\Delta \sigma},$$

так как $\varepsilon = \frac{d\sigma}{\Delta v}$, то величину чувствительности регулируемого участка ε можно отыскать из кривой самовыравнивания, если провести в начальной точке ее касательную с кривой параметра и разделить значение тангенса наклона этой касательной к оси абсцисс на величину начального возмущающего воздействия.

В некоторых случаях для вычисления значений чувствительности и степени самовыравнивания прибегают и к другим методам, иногда и индивидуальным, применительно к данному конкретному объекту и конкретному случаю расчета регуляторов. Так как величины чувствительности ε и степени самовыравнивания ρ редко являются постоянными при всех значениях нагрузки регулируемого объекта, целесообразно просчет или экспериментальное определение их делать для нескольких нагрузок.

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

РЕГУЛИРОВАНИЕ ИДЕАЛИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

5. УРАВНЕНИЯ ПРИНУДИТЕЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ И ИХ ИССЛЕДОВАНИЕ

При выводе здесь уравнений принудительного регулирования, так же как и в предыдущих рассуждениях, мы будем касаться лишь регулируемых участков с сосредоточенной емкостью при наличии идеализированной системы регулирования.

Характерные признаки идеализированной регулируемой системы указаны выше во введении.

Вывод основных исходных уравнений может быть сделан различными путями, в частности, из следующих соображений.

Изменение возмущения в данный момент времени Δv складывается из двух частей: 1) из изменения вследствие самовыравнивания (Δv_c) и 2) из изменения под действием регулятора, т. е. от изменения положения регулирующего органа ($\Delta v_p = \Delta u$)

$$\Delta v = \Delta v_c + \Delta v_p, \quad (a)$$

так как по определению степени самовыравнивания, данному уравнением (4)

$$\rho = - \frac{\Delta v}{\Delta \sigma},$$

и так как по уравнению (1) $-\sigma' = \varepsilon \cdot \Delta v$, то уравнение (a) переходит в

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon} = -\rho \cdot \Delta \sigma + \Delta u.$$

Дифференцируя полученное уравнение, имеем:

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon} = -\rho \cdot \sigma' + \mu' = -\rho \cdot \sigma' - s,$$

так как скорость изменения положения регулирующего органа μ измеряется скоростью изменения протекания через

регулирующий орган регулируемой среды, т. е. скоростью регулирования s . Отсюда

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s = 0. \quad (22)$$

Это же исходное уравнение может быть получено и другим путем. Для вывода его можем воспользоваться двумя основными уравнениями:

$$\sigma' = \varepsilon \cdot \Delta v,$$

$$\Delta v = f(\Delta \sigma, \Delta \mu).$$

Последнее уравнение в самом общем виде указывает, что возмущение Δv однозначно характеризуется отклонением регулируемого параметра (самовыравнивание) и регулирующего органа (регулирование) от состояния равновесия.

Дифференцируя оба эти уравнения и подставляя значение $\Delta v'$, полученное при дифференцировании второго из них, в равенство, полученное после дифференцирования первого, имеем:

$$\frac{\sigma''}{\varepsilon} - \frac{\partial(\Delta v)}{\partial(\Delta \sigma)} \cdot \sigma' - \frac{\partial(\Delta v)}{\partial(\Delta \mu)} \cdot \mu' = 0.$$

Или, так как значения частных производных будут следующими:

$$\frac{\partial(\Delta v)}{\partial(\Delta \sigma)} = -\rho; \quad \frac{\partial(\Delta v)}{\partial(\Delta \mu)} = 1,$$

то полученное выше уравнение примет вид, уже данный нами ранее:

$$\frac{\sigma''}{\varepsilon} + \rho \cdot \sigma' - \mu' = 0.$$

Второе исходное уравнение может быть получено непосредственно из определения степени жесткой связи или неравномерности регулируемого параметра, т. е. из уравнения (12):

$$\sigma_{j_{\max}} - \sigma_3 = \delta \cdot \Delta \mu.$$

Дифференцируя это уравнение, мы будем иметь:

$$\delta \cdot \Delta \mu' = -\delta \cdot s = -\sigma'_3. \quad (23)$$

Для дальнейшего нам надо задаться закономерностью изменения регулирующего органа под влиянием регулирующего импульса.

Рассмотрим в дальнейшем две закономерности (скорость регулирования): пропорциональную импульсу и постоянную.

6. РЕГУЛИРОВАНИЕ СО СКОРОСТЬЮ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ РЕГУЛИРУЮЩЕМУ ИМПУЛЬСУ

а) Уравнение регулирования и коэффициенты затухания

В общем виде в дальнейшем мы будем считать регулирующий импульс зависящим от величины отклонения параметра от своего заданного значения $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_3$ и от величины производной параметра $k \cdot \sigma'$. Таким образом,

$$s = s_0 \cdot (\Delta\sigma + k \cdot \sigma') = s_0 \cdot (\sigma - \sigma_3 + k \cdot \sigma'). \quad (24)$$

Подставляя в исходные уравнения (22) и (23) значение скорости регулирования s из уравнения (24), мы будем иметь следующие два уравнения:

$$\sigma'' + (\varepsilon \cdot \rho + \varepsilon \cdot k \cdot s_0) \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma - \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma_3 = 0$$

и

$$\sigma_3' - s_0 \delta \cdot \sigma + s_0 \delta \sigma_3 - s_0 k \cdot \delta \cdot \sigma' = 0.$$

Положим, что выражения σ и σ_3 имеют вид;

$$\sigma = A \cdot e^{w \cdot t} \quad \text{и} \quad \sigma_3 = B \cdot e^{w \cdot t}.$$

Дифференцируя уравнения для σ и σ_3 и подставляя результаты в вышеполученные уравнения, имеем:

$$[w^2 + (\delta \cdot \rho + \varepsilon \cdot k \cdot s_0) \cdot w + \varepsilon \cdot s_0] \cdot A - \varepsilon \cdot s_0 \cdot B = 0$$

и

$$-(k \cdot \delta \cdot s_0 \cdot w + \delta \cdot s_0) \cdot A + (w + \delta \cdot s_0) \cdot B = 0.$$

Условие совместности этих двух уравнений имеет вид:

$$\begin{vmatrix} [w^2 + (\delta \cdot \rho + \varepsilon \cdot k \cdot s_0) w + \varepsilon \cdot s_0]; & -\varepsilon \cdot s_0 \\ -(k \cdot \delta \cdot s_0 \cdot w + \delta \cdot s_0); & (w + \delta \cdot s_0) \end{vmatrix} = 0$$

или после преобразования

$$w^2 + (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0 + \varepsilon \cdot k \cdot s_0) \cdot w + \varepsilon \cdot s_0 (1 + \delta \cdot \rho) = 0. \quad (25)$$

Это и есть характеристическое уравнение искомого общего уравнения регулирования для нашего случая. Оно выведено по отношению к новой оси колебаний, определяемой по вышезаданным значениям параметра, т. е. к его значениям по окончании процесса регулирования.

Зная характеристическое уравнение общего уравнения регулирования, легко написать и само общее уравнение регулирования для разбираемого нами случая в виде

$$\sigma'' + (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0 + \varepsilon \cdot k \cdot s_0) \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 (1 + \delta \cdot \rho) \cdot \sigma = 0. \quad (26)$$

Таким образом, искомое уравнение является линейным дифференциальным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами, т. е. является уравнением типа

$$\sigma'' + a_1 \sigma' + a_2 \sigma = 0. \quad (27)$$

Общий интеграл этого уравнения может быть написан в виде

$$\sigma = C_1 \cdot e^{\omega_1 t} + C_2 \cdot e^{\omega_2 t}, \quad (28)$$

где ω_1 и ω_2 являются корнями соответствующего характеристического уравнения.

В том случае, если эти корни мнимые сопряженные, т. е. если

$$a_2 > \frac{a_1^2}{4},$$

мы будем иметь выражение для общего интеграла в тригонометрической форме, а именно

$$\sigma = e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t} \cdot [C_1' \cdot \cos(\omega \cdot t) + C_2' \cdot \sin(\omega \cdot t)]. \quad (29)$$

В этом случае мы будем иметь колебательный характер процесса регулирования. Величина

$$\omega = \sqrt{a_2 - \frac{a_1^2}{4}} \quad (30)$$

носит название круговой частоты колебаний.

При наличии действительных корней того же характеристического уравнения процесс регулирования будет носить уже аperiodический характер.

Рассмотрим случай колебательного процесса.

Отношение амплитуд двух соседних отклонений, направленных в одну сторону, дает выражение

$$\vartheta = e^{\frac{a_1}{2} \cdot T} = e^{\frac{a_1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega}} \quad (31)$$

называемое декриментом колебания.

Положим

$$\frac{a_1}{2 \cdot \sqrt{a_2}} = \varphi. \quad (32)$$

Величину φ мы будем называть коэффициентом затухания. Подставляя значение ω в уравнение (31), имеем:

$$\vartheta = e^{\frac{a_1}{2} \cdot T} = e^{\frac{a_1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega}} = e^{\frac{2\pi\varphi}{\sqrt{1-\varphi^2}}} \quad (33)$$

Затухания могут быть характеризованы еще так называемой „степенью затухания“, т. е. отношением разности двух соседних отклонений, направленных в одну сторону, к первому из них, т. е.

$$\psi = \frac{(\sigma_n - \sigma_3) - (\sigma_{n+2} - \sigma_3)}{(\sigma_n - \sigma_3)} =$$

$$= \frac{C \cdot e^{-\frac{a_1}{2} \cdot T} - C \cdot e^{-\frac{a_1}{2} (t+T)}}{C \cdot e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t}} = 1 - e^{-\frac{a_1}{2} \cdot T},$$

$$\psi = 1 - e^{-\frac{a_1}{2} \cdot T} = 1 - e^{-\frac{a_1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega}} = 1 - e^{-\frac{2\pi\varphi}{\sqrt{1-\varphi^2}}} = 1 - \frac{1}{\vartheta}. \quad (34)$$

На фиг. 29 дана зависимость степени затухания ψ от коэффициента затухания φ .

Рассмотрим подробнее коэффициент затухания φ .

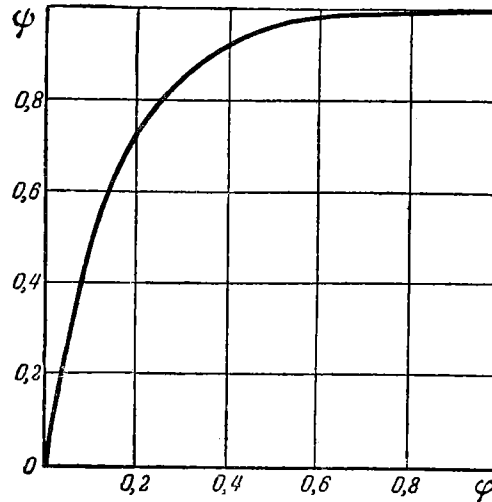
1. Пусть $\varphi = 0$, тогда $\psi = 0$, а $\vartheta = 1$, т. е. амплитуды равны и процесс имеет характер незатухающих колебаний.

2. Пусть $\varphi = 1$, тогда $\psi = 1$, а $\vartheta = \infty$, т. е. вторая амплитуда отсутствует и движение совершается аperiодически.

3. Когда $0 < \varphi < 1$, то ψ также заключено в этих пределах (а ϑ в пределах $1 < \vartheta < \infty$), т. е. амплитуды последовательно уменьшаются со временем и движение носит характер затухающих колебаний. При этом степень затухания тем больше, чем ближе к 1 значение φ — коэффициента затухания.

4. Если $\varphi < 0$, то ψ — отрицательно (ϑ — меньше единицы), т. е. амплитуды последовательно со временем возрастают и процесс носит характер „развития колебания“.

5. Если $\varphi > 1$, то и ψ (и ϑ) мнима. Это показывает, что решение в тригонометрической форме теряет физический смысл и движение не носит колебательного характера.



Фиг. 29. Кривая зависимости степени затухания от коэффициента затухания.

Таким образом, для суждения о степени затухания процесса следует знать значение коэффициента затухания φ . Для аperiodического процесса необходимо, чтобы $\varphi = 1$ (по крайней мере).

Подставляя в уравнение (32) вместо φ значение коэффициентов уравнения регулирования, мы будем иметь для регулирования с пропорциональной скоростью закрытия:

$$\begin{aligned} \varphi_n = 0,5 \cdot \frac{\rho \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} + \delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}} + k \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot s_0}}{\sqrt{1 + \delta \cdot \rho}} = 0,5 \cdot \frac{\rho \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}}{\sqrt{1 + \delta \cdot \rho}} + \\ + 0,5 \cdot \frac{\delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}}}{\sqrt{1 + \delta \cdot \rho}} + 0,5 \cdot \frac{k \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot s_0}}{\sqrt{1 + \delta \cdot \rho}}. \end{aligned} \quad (35)$$

Таким образом, коэффициент затухания складывается из трех частей:

$$\varphi = \varphi_\rho + \varphi_\delta + \varphi_k,$$

причем часть φ_ρ выражает затухание благодаря способности регулируемого участка с самовыравниванием, часть φ_δ — затухание под влиянием связи регулятора, а часть φ_k — затухание под влиянием добавочного импульса от производной параметра.

Особый интерес представляет случай, когда или $\delta = 0$ и $k = 0$, или $\rho = 0$, т. е. случай, когда регулирование совершается без обратной связи или без добавочного импульса от производной, что возможно лишь при наличии некоторой степени самовыравнивания, или случай, когда самовыравнивание отсутствует и регулирование обязательно совершается со связью или с добавочным импульсом от производной.

1. Пусть $\delta = 0$ и $k = 0$, тогда для пропорционального регулирования

$$\varphi_\rho = 0,5 \cdot \rho \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}, \quad (36)$$

$\delta = 0$
 $k = 0$

а условие аperiodичности процесса, очевидно, будет:

$$\frac{\rho^2 \varepsilon}{4 \cdot s_0} \geq 1, \quad (37)$$

так, как в этом случае $\varphi_\rho \geq 1$.

2. Пусть теперь $\rho = 0$ и $k = 0$, тогда для случая пропорционального регулирования имеем:

$$\varphi_\delta = 0,5 \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}}, \quad (38)$$

$\rho = 0$
 $k = 0$

а условие аperiodичности процесса, очевидно, будет:

$$\frac{\delta^2 \cdot s_0}{4\varepsilon} \geq 1, \quad (39)$$

так как в этом случае $\varphi_\delta \geq 1$.

Наконец, если $\rho=0$ и $\delta=0$, то для случая пропорционального регулирования

$$\varphi_k = 0,5 \cdot k \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot s_0}, \quad (40)$$

$\rho = 0$
 $\delta = 0$

а условие аperiodичности процесса будет:

$$\frac{k^2 \cdot \varepsilon \cdot s_0}{4} \geq 1, \quad (41)$$

так как в этом случае $\varphi_k \geq 1$.

Таким образом, при определенных ε , ρ , δ и k затухание благодаря степени выравнивания ρ регулируемого участка уменьшается с увеличением приведенной скорости закрытия s_0 , тогда как затухание благодаря связи и добавочному импульсу от производной одновременно увеличивается.

При очень большой чувствительности, даже при умеренном ρ , выражение $\rho \cdot \sqrt{\varepsilon}$ достаточно велико, и в этом случае можно отказаться от связи или дополнительного импульса от производной. При этом степень затухания тем больше, чем меньше приведенная скорость закрытия.

Однако, скорость закрытия не должна быть ниже определенного предела, при котором регулятор не сможет следовать за изменением параметра при возникновении регулирующего импульса. При небольших ρ и одновременно небольшом или умеренном ε , т. е. небольшом или умеренном $\rho \cdot \sqrt{\varepsilon}$, затухание, обусловленное степенью выравнивания, может оказаться недостаточным. В этом случае необходимо введение связи или добавочного импульса по производной, так чтобы $\delta \cdot \sqrt{s_0}$ или $k \cdot \sqrt{s_0}$ были бы достаточно большими, т. е. в этом случае желательна работа регулятора с достаточно большой приведенной скоростью закрытия. Большая скорость закрытия имеет то преимущество, что регулятор сможет легко приспособиться даже к большим скоростям регулирующего импульса.

Однако, увеличение s_0 , т. е. приведенной скорости закрытия, при прочих равных условиях в огромном большинстве случаев влечет за собой и увеличение действительной скорости регулирования. Это последнее не всегда желательно как по чисто техническим соображениям, так и из-за наличия несовершенств регулирующей системы. Поэтому часто оказывается более выгодным иметь сравнительно небольшую приве-

денную скорость закрытия. Достаточную же устойчивость процесса в этом случае можно получить, увеличивая степень связи δ или коэффициент масштаба производной k .

Устойчивость процесса при регулировании только за счет импульса от производной, т. е. в случае ρ и $\delta = 0$ (без связи и самовыравнивания) повышается с ростом коэффициента масштаба производной и приведенной скорости регулирования, так же как и при регулировании со связью. При этом большое значение чувствительности участка способствует устойчивости процесса.

Это последнее обстоятельство выгодно отличает регулирование с дополнительным импульсом по производной, от регулирования со связью, позволяя при одинаковой устойчивости процесса пользоваться меньшими приведенными скоростями регулирования при наличии большой (и значительной) чувствительности регулируемого участка.

Выше мы видели [уравнения (17) и (21)], что в некоторых часто встречающихся случаях степень выравнивания пропорциональна нагрузке, т. е.

$$\rho = \rho_0 \cdot \gamma.$$

Таким образом, при постоянной приведенной скорости закрытия затухание, обусловленное степенью выравнивания (φ_ρ), уменьшается с уменьшением ее.

Во избежание этого целесообразно при регулировании без связи приведенную скорость закрытия делать зависимой от положения регулирующего органа, т. е. от нагрузки (например, посредством кулисы), так что при положениях регулирующего органа, близких к полному закрытию, приведенная скорость закрытия уменьшалась бы, а при положениях регулирующего органа, близких к полному открытию, увеличивалась бы.

К сожалению, во многих случаях — вентили, шиберы и т. п. — вследствие того, что характеристики их более круты при малых открытиях и все более пологи при больших открытиях, при одной и той же скорости перемещения регулируемого органа, приведенная скорость закрытия больше при малых открытиях и меньше при больших, т. е. распределяется обратно тому, что мы высказали выше в качестве рационального мероприятия.

В тех случаях, когда и при больших нагрузках необходима известная степень связи, целесообразно степень связи делать подобным же образом зависимой от положения регулирующего органа, так чтобы δ увеличивалась при положениях регулирующего органа, близких к полному закрытию, и уменьшалась бы при положениях его, близких к полному открытию.

В том случае, если степень самовыравнивания регулируемого участка практически отсутствует ($\rho = 0$), регулирование без связи ($\delta = 0$) или дополнительно импульса по про-

изводной ($k=0$) приводит даже в рассматриваемом случае идеализированной системы регулирования к возникновению в процессе регулирования незатухающих колебаний, так как в этом случае $\varphi=0$.

Уравнение (26) переходит в более простое:

$$\sigma'' + \varepsilon s_0 \cdot \sigma = 0.$$

Общий интеграл этого уравнения [см. уравнение (29)] имеет форму

$$\sigma = C'_1 \cdot \cos(\omega t) + C'_2 \cdot \sin(\omega t),$$

т. е. процесс носит характер незатухающих колебаний.

По уравнению (30) частота колебаний

$$\omega = \sqrt{a_2} = \sqrt{\varepsilon s_0}.$$

Постоянные же интегрирования

$$C'_1 = 0 \text{ и } C'_2 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{\omega} = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{\sqrt{\varepsilon s_0}} = \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}.$$

Это легко получить, помня, что в начальный момент времени, т. е. при $t=0$, $\sigma_0=0$ и $\sigma'_0 = \varepsilon \Delta v_0$.

Следовательно, амплитуда получает значение C'_2 и

$$\sigma = \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} \cdot \sin(\sqrt{\varepsilon \cdot s_0} \cdot t).$$

Таким образом, в этом случае процесс регулирования носит характер незатухающих колебаний, с амплитудой, величина которой растет с ростом начального возмущения и чувствительности регулируемого участка и падает с возрастанием скорости регулирования.

б) Максимальное отклонение параметра в процессе регулирования

Перейдем теперь к рассмотрению второй основной величины, характеризующей процесс регулирования, т. е. максимального отклонения параметра от его заданного значения, имеющего место в процессе регулирования.

Особый интерес и наиболее наглядное выражение получает это максимальное отклонение параметра в случае аperiodического протекания процесса регулирования и именно на его границе. Этот случай соответствует значению степени затухания процесса ψ и его коэффициента затухания φ как раз равным единице, т. е. это так называемый особый случай аperiodичности.

Для этого частного случая корни характеристического уравнения (25) равны:

$$\omega = \omega_1 = \omega_2 = -\frac{a_1}{2} = -\sqrt{a_2}, \quad (\text{а})$$

так как

$$\varphi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} = 1.$$

Общий интеграл уравнения (26) в этом частном, но имеющем большой интерес и значение случае приобретает несколько иной вид, а именно:

$$\sigma = (C''_1 + C''_2 \cdot t) \cdot e^{\omega \cdot t}. \quad (42)$$

Найдем обычным путем максимум выражения

$$\sigma' = \omega \cdot (C''_1 + C''_2 \cdot t) \cdot e^{\omega \cdot t} + C''_2 \cdot e^{\omega \cdot t} = 0,$$

откуда

$$t_m = -\frac{C''_2 + \omega \cdot C''_1}{C''_2 \cdot \omega}. \quad (\text{б})$$

Второе значение для максимума может иметь место [см. уравнение (42)] при $t_m = 0^1$.

При этом $\sigma_0 = C''_1$, но при $t = 0$, т. е. в начале процесса параметр имеет всегда первоначальное заданное значение, новое же заданное значение, имеющее место по окончании процесса, в согласии с уравнением (12) отличается от первоначального на величину $\delta \cdot \Delta v_0$. Отсюда

$$C''_1 = -\delta \cdot \Delta v_0. \quad (\text{в})$$

Значение второй постоянной — C''_2 — мы можем получить из уравнения для σ' , принимая во внимание, что $\sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$ [по уравнению (1)].

Тогда

$$C''_2 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 - \omega \cdot C''_1 = (\varepsilon + \omega \cdot \delta) \cdot \Delta v_0. \quad (\text{г})$$

Выражение для t_m (б) теперь будет иметь вид:

$$t_m = -\frac{\varepsilon}{(\varepsilon + \omega \cdot \delta) \cdot \omega}. \quad (\text{д})$$

¹ Значение $t_m = \infty$ исключается, т. е. в этом случае $\sigma = 0$. Неопределенность $C''_2 \cdot t \cdot e^{-\omega \cdot t}$ при своем открытии, очевидно, дает нуль.

Значение же σ_m мы получим из уравнения (42) постановкой величин C_1'' , C_2'' и t_m :

$$\sigma_m = \Delta v_0 \cdot [(\varepsilon + \omega \cdot \delta) \cdot t_m - \delta] \cdot e^{\omega \cdot t_m}$$

или

$$\sigma_m = \frac{\Delta v_0}{\omega} (\varepsilon + \delta \cdot \omega) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{(\varepsilon - \omega \delta)}}$$

Знание коэффициентов уравнения (26) — a_1 и a_2 позволяет в каждом данном конкретном случае вычислить корень ω , а следовательно, и σ_m .

В случае, если $t_m = 0$, а это имеет место, если $\omega \cdot \delta > \varepsilon$ [см. уравнение (д)], так как решения имеют физический смысл лишь при положительном значении t_m ,

$$\sigma_m = -\delta \cdot \Delta v_0. \quad (e)$$

Значение максимального отклонения параметра от его заданной величины — σ_m — приобретает особенно простой вид в частных случаях регулирования, при стабилизации процесса только за счет какого-либо одного стабилизирующего фактора — степени самовыравнивания, связи или добавочного импульса от производной параметра.

1. В случае регулирования без связи ($\delta = 0$) и добавочного импульса по производной ($k = 0$)

$$\omega = -\frac{a_1}{2} = -\frac{\varepsilon \cdot \rho}{2} \quad \text{и} \quad t_m = -\frac{1}{\omega} = \frac{2}{\varepsilon \cdot \rho},$$

тогда

$$\sigma_{m(\rho)} = 2 \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho} \cdot e^{-1} = 0,74 \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho} = 0,37 \cdot \Delta v_0 \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}, \quad (43)$$

т. е. максимальное отклонение параметра в граничном случае аperiodического протекания процесса регулирования без связи и добавочного импульса от производной равно приблизительно трем четвертям (0,74) отклонения параметра в процессе самовыравнивания [см. уравнение (4)].

2. В случае регулирования участков при практическом отсутствии самовыравнивания ($\rho = 0$) за счет связи ($k = 0$), решение для t_m , данное уравнением (д), не подходит. Действительно, в этом случае $\omega = -\sqrt{a_2} = -\sqrt{\varepsilon \cdot s_0}$ и произведение

$$\omega \cdot \delta = -\delta \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot s_0} = -\delta \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}} = -2 \cdot \varepsilon, \quad (ж)$$

так как

$$\varphi_\delta = 0,5 \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}} = 1,$$

т. е. t_m имеет отрицательный знак. Таким образом, остается лишь второе возможное решение — $t_m = 0$ и, следовательно,

$$\sigma_{m(\delta)} = -\delta \cdot \Delta v_0 = -2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} \cdot \Delta v_0. \quad (44)$$

Таким образом, при регулировании только за счет связи участков, не обладающих самовыравниванием, в случае граничного аperiodического протекания процесса параметр никогда не выходит из пределов неравномерности регулирования.

3. В случае регулирования участков при практическом отсутствии самовыравнивания ($\rho = 0$) за счет добавочного импульса от производной ($\delta = 0$)

$$\omega = -\frac{a_1}{2} = -\frac{k \cdot \varepsilon \cdot s_0}{2} \quad \text{и} \quad t_m = -\frac{1}{\omega} = \frac{2}{\varepsilon \cdot k \cdot s_0},$$

тогда

$$\sigma_{m(k)} = 2 \cdot \frac{\Delta v_0}{k \cdot s_0} \cdot e^{-1} = 0,74 \cdot \frac{\Delta v_0}{k \cdot s_0}, \quad (45)$$

или же, умножая и деля полученное выражение на $k \cdot \varepsilon$ и принимая во внимание, что для этого случая $\varphi_k = 0,5 \cdot k \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot s_0} = 1$, имеем:

$$\sigma_{m(k)} = \frac{0,74}{4} \cdot \Delta v_0 \cdot \varepsilon \cdot k = 0,185 \cdot \varepsilon \cdot k \cdot \Delta v_0 = 0,37 \cdot \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}. \quad (46)$$

Увеличением скорости регулирования при соответствующем уменьшении коэффициента масштаба k или степени связи δ регулирования можно уменьшить отклонение параметра (или его неравномерность). Таким образом, увеличение скорости всегда снижает максимальные отклонения параметра в процессе регулирования.

Рассмотрим полученные выражения для максимальных отклонений параметра в процессе регулирования, а также выражения для коэффициента затухания для этих трех частных случаев.

При регулировании участков с самовыравниванием без связи и добавочного импульса по производной мы можем влиять на процесс регулирования только подбором скорости регулирования. Последняя для граничного случая аperiodичности определяется однозначно. Ее увеличение снижает максимальное отклонение параметра, но при этом процесс перестает быть аperiodическим и приобретает характер затухающего колебательного.

При регулировании участков, не обладающих самовыравниванием со связью или с добавочным импульсом от производной, можно влиять на процесс регулирования не только подбором скорости регулирования, но также и подбором сте-

пени связи или коэффициента масштаба. При увеличении скорости регулирования снижается максимальное отклонение параметра. При этом соответствующим изменением (уменьшением) степени связи или коэффициента масштаба можно заставить процесс протекать на границе аperiodичности. Таким образом, на границе аperiodичности процесс будет всегда улучшаться с увеличением скорости регулирования.

Попробуем теперь получить значение максимального отклонения параметра в общем виде, выраженное через коэффициенты наших дифференциальных уравнений.

Максимальное значение параметра в зависимости от формы процесса — затухающий колебательный или аperiodический — получает различные выражения. Для случая затухающего колебательного процесса общий интеграл уравнения $\sigma'' + a_1\sigma' + a_2\sigma = 0$ выражается в форме

$$\sigma = e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t} [C'_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + C'_2 \cdot \sin(\omega \cdot t)],$$

где ω дана уравнением (30) и

$$\omega = \sqrt{a_2 - \frac{a_1^2}{4}} = \frac{a_1}{2\varphi} \cdot \sqrt{1 - \varphi^2}.$$

Для нахождения максимума пишем первую производную:

$$\begin{aligned} \sigma' = & -\frac{a_1}{2} \cdot e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t} [C'_1 \cdot \cos(\omega t) + C'_2 \sin(\omega t)] + \\ & + e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t} [-C'_1 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) + C'_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)], \end{aligned}$$

откуда

$$\operatorname{tg}(\omega \cdot t_m) = \frac{C'_2 \cdot \omega - C'_1 \cdot \frac{a_1}{2}}{C'_1 \cdot \omega + C'_2 \cdot \frac{a_1}{2}},$$

где t_m — время, соответствующее максимальному значению параметра.

Для нахождения постоянных C'_1 и C'_2 положим в уравнениях для σ и σ' время t равным нулю и, принимая во внимание, что при $t=0$ — $\sigma_0 = -\delta \cdot \Delta v_0$, а $\sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$, имеем:

$$C'_1 = -\delta \cdot \Delta v_0 \text{ и } C'_2 = \frac{\varepsilon \Delta v_0 - \frac{a_1}{2} \delta \cdot \Delta v_0}{\omega}.$$

Тогда

$$\operatorname{tg}(\omega \cdot t_m) = \frac{4 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0 \omega}{-4\omega^2 \cdot \delta \Delta v_0 + 2\varepsilon \Delta v_0 \cdot a_1 - a_1^2 \cdot \delta \cdot \Delta v_0} = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varphi \cdot \sqrt{1 - \varphi^2}}{2\varepsilon\varphi^2 - a_1\delta}.$$

Откуда

$$t_m = \frac{\arctg\left(\frac{2\varepsilon\varphi\sqrt{1-\varphi^2}}{2\varepsilon\varphi^2 - a_1\delta}\right)}{\omega} = \frac{2\varphi \arctg\left(\frac{2\varepsilon\varphi\sqrt{1-\varphi^2}}{2\varepsilon\varphi^2 - a_1\delta}\right)}{a_1\sqrt{1-\varphi^2}} \quad (47)$$

или

$$t_m = \frac{2\varphi}{a_1\sqrt{1-\varphi^2}} \cdot \arctg A, \quad \text{где } A = \frac{2\varepsilon\varphi\sqrt{1-\varphi^2}}{2\varepsilon\varphi^2 - a_1\delta}.$$

Максимумы при колебательном процессе, очевидно, имеют место в каждом периоде, т. е. для определения абсциссы максимума в общем виде мы имеем выражение для

$$\operatorname{tg}\left[\omega \cdot \left(t_m + n \cdot \frac{T}{2}\right)\right],$$

где n — число полупериодов колебания.

Выбор нужного полупериода определяется из соображения, что действительным максимумом отклонения при затухающем колебании является первый максимум от начального момента процесса регулирования, чему соответствует первое положительное значение t_m .

Найдя значения для t_m , уже просто отыскать и значение максимального отклонения. Оно будет иметь вид:

$$\sigma_m = e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t_m} \left[-\delta \cdot \Delta v_0 \cdot \cos(\omega \cdot t_m) + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 - \frac{a_1}{2} \cdot \delta \cdot \Delta v_0}{\omega} \sin(\omega \cdot t_m) \right] \quad (48)$$

или

$$\sigma_m = e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t_m} \cdot \arctg A \cdot \left[-\delta \cdot \Delta v_0 \cos(\arctg A) + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 - \frac{a_1}{2} \cdot \delta \cdot \Delta v_0}{\omega} \cdot \sin(\arctg A) \right],$$

причем

$$\sin(\arctg A) = \frac{\operatorname{tg}(\arctg A)}{\sqrt{1 + [\operatorname{tg}(\arctg A)]^2}} = \frac{A}{\sqrt{1 + A^2}}$$

и

$$\cos(\arctg A) = \frac{1}{\sqrt{1 + [\operatorname{tg}(\arctg A)]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + A^2}}.$$

Это весьма громоздкое выражение может быть для частных случаев процесса регулирования выражено сравнительно в простом виде через коэффициент затухания и постоянные регулирования.

1. Первым частным случаем, как и раньше, рассмотрим регулирование участков, обладающих самовыравниванием в отсутствие связи и дополнительного импульса от производной параметра, т. е. при δ и $k=0$.

Для этого случая

$$A = \frac{\sqrt{1-\varphi_\rho^2}}{\varphi_\rho}, \quad \omega = \frac{a_1}{2\varphi_\rho} \cdot \sqrt{1-\varphi_\rho^2} = \sqrt{\varepsilon \cdot s_0},$$

так как

$$a_1 = \varepsilon \cdot \rho,$$

а

$$\sin(\operatorname{arctg} A) = \frac{A}{\sqrt{1+A^2}} = \sqrt{1-\varphi_\rho^2}.$$

Тогда

$$\sigma_{m(\rho)} = e^{-\frac{\varphi_\rho}{\sqrt{1-\varphi_\rho^2}} \cdot \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{1-\varphi_\rho^2}}{\varphi_\rho} \right]} \cdot 2 \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho} \cdot \varphi_\rho, \quad (49)$$

так как

$$\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{\omega} = \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} = 2 \Delta v_0 \cdot \frac{\varphi_\rho}{\rho} \left(\varphi_\rho = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} \right).$$

Воспользовавшись уравнением (43), дающим выражение для максимального отклонения параметра в граничном случае аperiodического протекания процесса регулирования в этом же частном случае (δ и $k=0$), мы можем переписать только что полученное выражение в следующем виде:

$$\sigma_{m(\rho)} = \underbrace{\sigma_{m(\rho)}}_{\text{а период}} \cdot e^{-1} \cdot \varphi_\rho \cdot e^{-\frac{\varphi_\rho}{\sqrt{1-\varphi_\rho^2}} \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{1-\varphi_\rho^2}}{\varphi_\rho} \right)}. \quad (50)$$

Максимальное отклонение $\sigma_{m(\rho)}$ становится равным $\sigma_{m(\rho)}$. При а период достижении границы аperiodичности протекания процесса, т. е. при $\varphi_\rho = 1$, предел выражения степени e равен -1 , в чем легко убедиться, раскрыв неопределенность.

2. В качестве второго частного случая рассмотрим регулирование участков, практически не обладающих самовыравниванием ($\rho=0$) регуляторами со связью, но без добавочного импульса по производной параметра ($k=0$).

Для этого случая

$$A = -\frac{\sqrt{1-\varphi^2}}{\varphi_\delta},$$

так как

$$\varphi_{\delta} = \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}} \quad \text{и} \quad a_1 = s_0 \cdot \delta,$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varphi_{\delta}}{\delta} \cdot \sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}, \quad \sin \left[\operatorname{arctg} \left(- \frac{\sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}}{\varphi_{\delta}} \right) \right] =$$

$$= \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\pi - \frac{\sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}}{\varphi_{\delta}} \right) \right] = \sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2},$$

а

$$\cos \left[\operatorname{arctg} \left(- \frac{\sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}}{\varphi_{\delta}} \right) \right] = - \cos \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + A^2}} \right) \right] = - \varphi_{\delta}.$$

Тогда

$$\sigma_m(\delta) = e^{-\frac{\varphi_{\delta}}{\sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}} \cdot \left[\pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}}{\varphi_{\delta}} \right) \right]} \cdot \frac{\delta \cdot \Delta v_0}{2 \varphi_{\delta}}, \quad (51)$$

так как

$$\frac{a_1 \cdot \delta \cdot \Delta v_0}{2} = \frac{s_0 \cdot \delta^2}{2} \cdot \Delta v_0 = 2 \cdot \varepsilon \cdot \varphi_{\delta}^2 \cdot \Delta v_0.$$

Воспользовавшись уравнением (44), дающим выражение для максимального отклонения параметра в граничном случае аperiodического протекания процесса регулирования, в данном частном случае регулирования со связью (при ρ и $k = 0$) мы будем иметь следующее:

$$\sigma_m(\delta) = \underbrace{\sigma_m(\delta)}_{\text{а период}} \cdot \frac{1}{2 \varphi_{\delta}} \cdot e^{-\frac{\varphi_{\delta}}{\sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}} \cdot \left[\pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{1 - \varphi_{\delta}^2}}{\varphi_{\delta}} \right) \right]}. \quad (52)$$

Следует иметь в виду, что выражение (52) в пределе, т. е. при $\varphi_{\delta} = 1$, не перейдет в выражение (44), т. е. $\sigma_m(\delta) \neq \delta \cdot \Delta v_0$ а период

(оно будет равно нулю), так как значение максимального отклонения параметра в граничном случае аperiodического протекания процесса регулирования для данного частного случая, получаемое в виде $-\delta \cdot \Delta v_0$, выведено из других соображений [см. вывод уравнения (44)].

3. Третьим случаем рассмотрим регулирование участков без самовыравнивания ($\rho = 0$), регуляторами без связи ($\delta = 0$), но с добавочным импульсом от производной параметра.

Для этого случая

$$A = \frac{\sqrt{1 - \varphi_k^2}}{\varphi_k}, \quad \omega = \frac{s_0 \cdot k \cdot \varepsilon}{2 \cdot \varphi_k} \cdot \sqrt{1 - \varphi_k^2}$$

так как

$$* a_1 = k \cdot \varepsilon \cdot s_0, \text{ а } \sin(\arctg A) = \sqrt{1 - \varphi_k^2}.$$

Тогда

$$\sigma_{m(k)} = e^{-\frac{\varphi_k}{\sqrt{1 - \varphi_k^2}} \cdot \arctg\left(\frac{\sqrt{1 - \varphi_k^2}}{\varphi_k}\right)} \cdot \frac{2 \varphi_k \Delta v_0}{k s_0}, \quad (53)$$

так как

$$\frac{\varepsilon \Delta v_0}{\omega} = \frac{2 \varphi_k \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0}{s_0 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{1 - \varphi_k^2}}$$

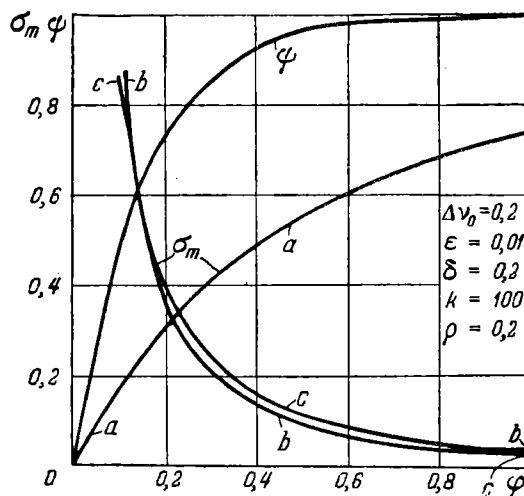
Так же как и в предыдущих случаях, мы можем преобразовать полученное уравнение, воспользовавшись уравнением (45), тогда

$$\sigma_{m(k)} = \sigma_{m(k)} \cdot e^{+1} \cdot 2 \varphi_k \cdot e^{-\frac{\varphi_k}{\sqrt{1 - \varphi_k^2}} \arctg\left(\frac{\sqrt{1 - \varphi_k^2}}{\varphi_k}\right)}. \quad (54)$$

апериод

Это выражение подобно выражению (49) в пределе, т. е. при достижении границы апериодичности (при $\varphi_k = 1$), переходит в уравнение (45) для максимального отклонения параметра в граничном случае апериодического протекания процесса регулирования в частном случае регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра (при ρ и $\delta = 0$).

График фиг. 30 дает кривые зависимости максимального отклонения параметра σ_m от степени затухания процесса регулирования ψ для всех трех рассмотренных выше частных случаев.



Фиг. 30. Кривые максимальных отклонений параметра в зависимости от коэффициента затухания процесса регулирования.

Расчет графиков сделан при неизменном значении σ_m (апериод). Таким образом, изменение коэффициента затухания φ делается во всех случаях за счет изменения скорости закрытия. Величина связи для построения кривой b выбрана так, чтобы отклонение параметра при достижении апериодичности процесса было бы примерно равно такому же отклонению при регулировании с добавочным импульсом от производной параметра (кривая C)¹.

Кривые фиг. 30 еще раз наглядно подтверждают высказанное уже ранее положение. При регулировании со связью или с добавочным импульсом по производной параметра по мере роста устойчивости процесса регулирования, т. е. по мере роста его коэффициента и степени затухания φ и ψ , одновременно падает максимальное отклонение параметра в процессе регулирования. Таким образом, процесс улучшается во всех отношениях. При регулировании же участков, обладающих самовыравниванием регуляторами без связи или добавочного импульса от производной, по мере увеличения устойчивости процесса (т. е. роста φ и ψ) одновременно растет максимальное отклонение параметра.

Для случая апериодического протекания процесса общий интеграл уравнения (26) имеет вид, данный уравнением (28):

$$\sigma = C_1 \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{\omega_2 \cdot t},$$

где ω_1 и ω_2 — действительные корни соответствующего характеристического уравнения, т. е.

$$\omega = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2} = -\frac{a_1}{2} \pm \frac{a_1}{2\varphi} \sqrt{\varphi^2 - 1},$$

где $\varphi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}}$, т. е. имеет то же выражение, что и коэффициент затухания.

Для нахождения максимума найдем первую производную:

$$\sigma' = C_1 \cdot \omega_1 \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + C_2 \cdot \omega_2 \cdot e^{\omega_2 \cdot t}.$$

Отсюда

$$e^{(\omega_2 - \omega_1) \cdot t_m} = -\frac{C_1 \cdot \omega_1}{C_2 \cdot \omega_2},$$

где t_m — время, соответствующее максимальному значению параметра.

¹ 0,04 — для регулирования со связью 0,037 — для регулирования с добавочным импульсом от производной. Если бы продолжить кривые для σ_m вправо, то при регулировании со связью σ_m останется на прежнем значении (0,04), кривая же σ_m для случая регулирования с добавочным импульсом от производной параметра будет опускаться, приближаясь к нулевому значению σ_m . Объяснение этого будет дано ниже.

Для нахождения постоянных C_1 и C_2 положим в уравнениях для σ и σ' время t равным нулю, и принимая во внимание, что при $t=0$ — $\sigma_0 = -\delta \cdot \Delta v_0$ и $\sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$, имеем:

$$C_1 + C_2 = -\delta \cdot \Delta v_0 \text{ и } C_1 \cdot \omega_1 + C_2 \cdot \omega_2 = -\varepsilon \cdot \Delta v_0$$

или

$$C_1 = + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_2}{\omega_1 - \omega_2}; \quad C_2 = - \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_1}{\omega_1 - \omega_2},$$

тогда

$$e^{(\omega_2 - \omega_1) \cdot t_m} = \frac{(\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_2) \cdot \omega_1}{(\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_1) \cdot \omega_2}$$

или

$$t_m = \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \cdot \ln \frac{(\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_2) \cdot \omega_1}{(\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_1) \cdot \omega_2}. \quad (55)$$

Теперь легко найти и σ_m :

$$\sigma_m = + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} \cdot e^{\omega_1 \cdot t_m} - \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \delta \cdot \Delta v_0 \cdot \omega_1}{\omega_1 - \omega_2} \cdot e^{\omega_2 \cdot t_m}, \quad (56)$$

где

$$\omega_1 - \omega_2 = \sqrt{a_1^2 - 4a_2} = \frac{a_1}{\varphi} \sqrt{\varphi^2 - 1}.$$

Как видно из рассмотрения уравнений для t_m и σ_m , как для случая аperiodического движения, так и для случая движения с затухающими колебаниями эти выражения получаются достаточно громоздкими и мало наглядными. Однако, вычисление величин t_m и σ_m не представляет каких-либо затруднений.

Для области аperiodического регулирования особый интерес представляет процесс при наличии регулирующего импульса по параметру и его производной. Особый интерес подобного регулирования заключается в том, что, как это будет видно из дальнейшего, изотропное регулирование как с пропорциональной, так и с постоянной скоростями при некоторых условиях протекает так же, как и регулирование импульсом по параметру и его производной.

Для данного частного случая ($\delta=0$) и уравнение (56) переходит в

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \frac{(e^{\omega_1 \cdot t_m} - e^{\omega_2 \cdot t_m})}{\omega_1 - \omega_2} = \\ &= \varepsilon \cdot \Delta v_0 \frac{e^{-\frac{a_1}{2} \cdot t_m} \left(e^{+\frac{a_1}{2\varphi} \cdot \sqrt{\varphi^2 - 1} \cdot t_m} - e^{-\frac{a_1}{2\varphi} \cdot \sqrt{\varphi^2 - 1} \cdot t_m} \right)}{\frac{a_1}{\varphi} \cdot \sqrt{\varphi^2 - 1}}. \end{aligned}$$

Выражение же для t_m будет теперь иметь вид:

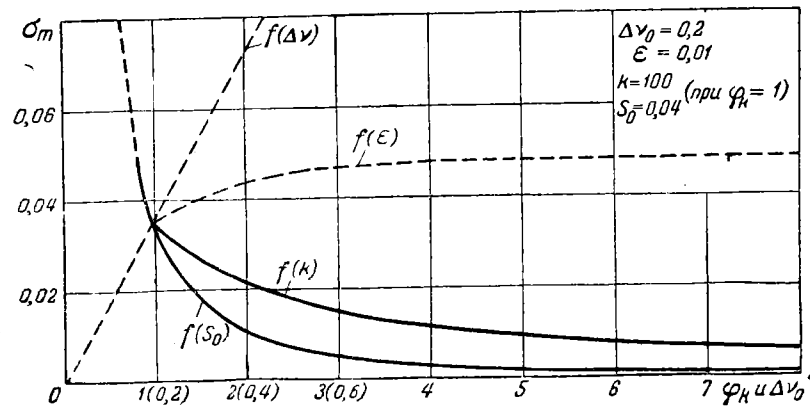
$$t_m = \frac{\varphi}{a_1 \cdot \sqrt{\varphi^2 - 1}} \cdot \ln \frac{1 + \frac{\sqrt{\varphi^2 - 1}}{\varphi}}{1 - \frac{\sqrt{\varphi^2 - 1}}{\varphi}} = \frac{2\varphi}{a_1 \sqrt{\varphi^2 - 1}} \cdot \operatorname{arcth} \left(\frac{\sqrt{\varphi^2 - 1}}{\varphi} \right).$$

Теперь

$$\sigma_m = 2\varphi \cdot \frac{\Delta v_0}{k s_0} e^{-\frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 - 1}} \cdot \operatorname{arcth} \frac{\sqrt{\varphi^2 - 1}}{\varphi}}, \quad (57)$$

так как

$$a_1 = \varepsilon \cdot k \cdot s_0; \quad e^{+bt} - e^{-bt} = 2 \operatorname{sh}(bt)$$



Фиг. 31. То же, что фиг. 30, для области апериодичности при регулировании по параметру и его производной.

и

$$\operatorname{sh}(bt_m) = \operatorname{sh} \left(\operatorname{arcth} \frac{\sqrt{\varphi^2 - 1}}{\varphi} \right) = \sqrt{\varphi^2 - 1}.$$

На фиг. 31, являющейся как бы продолжением фиг. 30 в сторону больших значений φ_k , но построенной в увеличенном масштабе для σ_m , даны две кривые зависимости σ_m от φ_k . Верхняя из этих кривых получена при изменении φ_k за счет коэффициента масштаба k , нижняя — при изменениях φ_k за счет приведенной скорости закрытия s_0 . Пунктирные кривые дают изменения σ_m при изменениях Δv_0 и φ_k за счет чувствительности регулируемого объекта ε .

в) Регулирование с импульсом только от производной параметра

Перейдем теперь к рассмотрению вида регулирования, при котором скорость регулирования делается пропорциональной только скорости изменения параметра, но не величине его отклонения, т. е. $s = s_0 \cdot k \cdot \sigma'$.

Подставляя значение скорости s в уравнение (22), имеем:

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot (\rho + s_0 \cdot k) \cdot \sigma' = 0, \quad (58)$$

т. е. уравнение типа $\sigma'' + a_1 \cdot \sigma' = 0$.

Интегрирование уравнения подобного типа не представляет затруднений и проведено нами ранее, при исследовании процесса самовыравнивания.

Общий интеграл его равен: $\sigma - \sigma_0 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{a_1} (1 - e^{-a_1 \cdot t})$ или

$$\sigma - \sigma_0 = \frac{\Delta v_0}{\rho + s_0 \cdot k} \cdot (1 - e^{-\varepsilon \cdot (\rho + s_0 \cdot k) \cdot t}). \quad (59)$$

Таким образом, процесс регулирования не носит в этом случае (в идеализированном случае) колебательного характера, т. е. всегда устойчив.

Максимальное значение параметра, очевидно, будет иметь место в бесконечности, т. е. при $t_m = \infty$, тогда

$$\sigma_m = \frac{\Delta v_0}{\rho + s_0 \cdot k}, \quad (60)$$

а при $\rho = 0$

$$\sigma_m = \frac{\Delta v_0}{s_0 \cdot k}. \quad (61)$$

Итак, процесс регулирования в этом случае протекает так же, как и процесс самовыравнивания, с той лишь разницей, что окончательное отклонение параметра зависит не только от степени самовыравнивания, но еще и от приведенной скорости регулирования.

Специальные устройства для введения обратной связи отпадают, однако неравномерность регулирования имеет место, благодаря чему регулятор работает как бы со связью.

Неравномерность регулирования может быть легко подсчитана. Она равна максимальному отклонению параметра при 100%-ном возмущающем воздействии (при $\Delta v_0 = 1$), т. е. общая неравномерность δ равна:

$$\delta = \frac{1}{\rho + s_0 \cdot k}.$$

Таким образом, величина неравномерности зависит помимо степени выравнивания исключительно от величины приве-

денной скорости регулирования (и коэффициента масштаба производной параметра).

Таким образом, как мы уже видели ранее, при графическом анализе этого случая, регулирование, совершающееся под влиянием импульса только от производной параметра, не носит колебательного характера, но по необходимости совершается с неравномерностью.

Ввиду того, что реальные регуляторы всегда обладают какой-то зоной нечувствительности, при данном способе регулирования всегда возможно «сползание» значения параметра и, следовательно, осуществление его в чистом виде практически невозможно.

Можно, однако, и при регулировании по производной параметра, если сделать заданное значение параметра зависимым от положения регулирующего органа, иметь процесс регулирования без сползания.

Действительно, в этом случае «сползание» значения параметра всегда приведет к срабатыванию регулятора, так как связь заданного значения параметра с положением регулирующего органа заставит регулятор реагировать на изменение параметра, как только это последнее достигнет определенной величины. Так работают прямодействующие регуляторы — поплавковые регуляторы уровня, центробежные регуляторы числа оборотов и ряд других регуляторов, им аналогичных.

В этом случае регулятор будет работать со скоростью, пропорциональной скорости изменения параметра.

Общее уравнение процесса (22) будет иметь вид:

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma' - \varepsilon \cdot \mu' = 0.$$

Уравнение заданного значения параметра: $\sigma_3 = 1 - \delta \cdot \mu$, и так как для данного случая скорость изменения параметра и его заданного значения пропорциональны друг другу (значение параметра и положение регулирующего органа жестко связаны), то

$$\sigma'_3 = \sigma' = -\delta \cdot \mu' = +\delta \cdot s.$$

Определив отсюда значение скорости регулирования s и подставив в написанное выше уравнение, мы будем иметь уравнение процесса регулирования в виде

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \left(\rho + \frac{1}{\delta}\right) \cdot \sigma' = 0, \quad (62)$$

так как при $t=0$ $\sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$, то интеграция уравнения (62) дает

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{\Delta v_0}{\rho + \frac{1}{\delta}} \cdot \left(1 - e^{-\varepsilon \cdot \left(\rho + \frac{1}{\delta}\right) \cdot t}\right). \quad (63)$$

В этом случае, следовательно, так же как и при регулировании по производной параметра, процесс не носит колебательного характера. Это утверждение остается справедливым и для регулируемых участков, не обладающих практически самовыравниванием ($\rho = 0$).

В этом последнем случае ($\rho = 0$) уравнение параметра будет следующим:

$$= \sigma_0 + \Delta v_0 \cdot \delta \cdot (1 - e^{-\frac{\delta}{s} \cdot t}). \quad (64)$$

Конечное отклонение параметра выразится так:

$$\sigma - \sigma_0 = \delta \cdot \Delta v_0.$$

Таким образом, полная неравномерность регулирования

$$(\sigma - \sigma)_{\max} = \delta.$$

г) Регулирование с упругой обратной связью (изодромное регулирование)

До сих пор мы имели дело лишь с разбором регуляторов, работающих или совсем без связи или только с жесткой обратной связью и с добавочным импульсом от производной параметра, не касаясь вопроса о работе регуляторов с упругой обратной связью (или с изодромным устройством). Теперь разберем работу регуляторов с упругой обратной связью.

Для вывода уравнений регулирования мы пользовались уравнением жесткой обратной связи (13), т. е. уравнением

$$\sigma_3 = 1 - \delta \cdot \mu,$$

действительным при условии отнесения значений параметра к максимальному заданному значению $-\sigma_{3m}$. Уравнение (13) может быть перенесено в форме: $\sigma_3 + \delta \cdot \mu = \sigma_{3m}$.

При наличии жесткой связи величина $-\sigma_3 + \delta \cdot \mu$ является постоянной. В случае применения упругой связи эта величина уже не остается постоянной, а изменяется. Это изменение величины σ_{3m} протекает тем быстрее, чем больше отклонение заданного значения параметра, т. е. σ_3 от первоначального его значения $-\sigma_{03}$ (бывшего до возмущающего воздействия). Очевидно, что скорость изменения величины σ_{3m} должна быть пропорциональна величине σ_3 (если $\sigma_{03} = 0$, что всегда имеет место по условию, так как до возмущения существовало состояние равновесия).

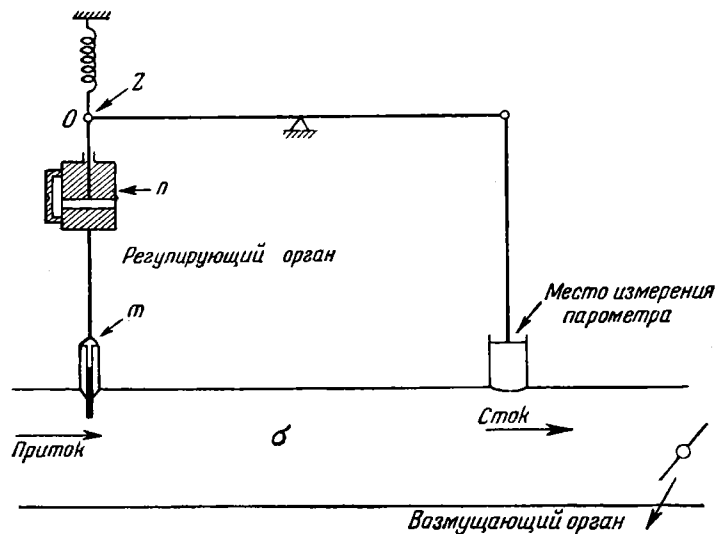
Таким образом,

$$(\sigma_{3m})' = -s_i \sigma_3 = (\sigma_3 + \delta \cdot \mu)' = \sigma_3' + \delta \cdot \mu', \quad (65)$$

где s_i — фактор пропорциональности, имеющий физический смысл скорости изменения σ_{zm} в том случае, если σ_3 равно единице.

Таким образом, под скоростью изодрома s_i (или его чувствительностью) подразумевают ту скорость возврата заданного значения параметра к номиналу, которую оно имеет при первоначальном 100%-ном своем изменении.

Величина, обратная скорости изодрома, $T_i = \frac{1}{s_i}$ носит название времени изодрома. Из предыдущего ясно, что под временем изодрома подразумевают то время, которое нужно



Фиг. 32. Схема гидравлического изодрома.

для возвращения заданного значения параметра при 100% его первоначальном отклонении с постоянной скоростью, имеющей место в момент начала возврата.

Так как $-\mu' = s$, то уравнение (65) может быть переписано в виде:

$$\sigma_3' - \delta \cdot s + s_i \cdot \sigma_3 = 0. \quad (66)$$

Это уравнение и есть уравнение упругой обратной связи.

Вывод уравнения (66) может быть сделан из других соображений¹. Для этого воспользуемся фиг. 32. Обозначим отклонение точки обратной связи от бывшего до возмущения положения через z , отклонение положения регулирующего органа через m и относительное перемещение поршня изодрома (по отношению к цилиндру его) через n .

¹ См. М. Толе, Die Regelung der Kraftmaschinen.

Обозначим также относительные величины этих перемещений соответственно

$$\frac{z}{z_m} = \zeta; \quad \frac{m}{m_m} = \psi; \quad \frac{n}{n_m} = \eta.$$

Кроме того, заметим, что $z_m = m_m$ и что $\sigma_3 = -\delta \cdot \zeta$, тогда легко видеть, что

$$z = m - n,$$

или

$$\zeta = \psi - \eta,$$

или

$$\sigma_3 = \delta \cdot (\eta - \psi).$$

Далее, пусть тормозящая сила катаракта P_k и постоянная торможения k_i , тогда

$$P_k = -s_i^0 \cdot k_i,$$

где s_i^0 — относительная скорость поршня катаракта в его цилиндре. С другой стороны, тормозящая сила P_k равна силе противодействия пружины, т. е. $P_k = f_i \cdot z$.

Здесь f_i обозначает силу пружины, возникающую при изменении длины пружины на 1 см.

Сопоставляя два последние равенства, имеем:

$$-s_i^0 \cdot k_i = f_i \cdot z$$

или

$$\frac{f_i}{k_i} = \frac{s_i^0}{z} = s_i = \frac{1}{T_i}.$$

Величину s_i мы назовем скоростью возврата поршня изодрома, или просто скоростью изодрома. Иногда эту величину называют чувствительностью изодрома. Физический смысл понятия скорости изодрома будет ясен, если положить $z = 1$ см. Это скорость относительного перемещения поршня изодрома, получаемая в том случае, если отклонение точки обратной связи равно 1 см.

Величину T_i называют временем катаракта или временем изодрома. Если $s_i = 0$, т. е. $T_i = \infty$, то, следовательно, точка обратной связи жестко связана с регулирующим органом — относительное перемещение поршня изодрома в его цилиндре отсутствует, в этом случае вследствие наличия пружины мы имеем жесткую обратную связь (катаракт не работает).

Если $s_i = \infty$, т. е. $T_i = 0$, то, следовательно, точка обратной связи неподвижна, т. е. связь отсутствует.

Во время работы регулятора, а следовательно, и катаракта в каждый момент сила торможения равна силе, развиваемой пружиной, т. е. $f_i z = -k_i \cdot s_i^o = k_i \cdot \frac{d\eta}{dt}$, или, деля это равенство на z_m , имеем:

$$f_i \cdot \zeta = k_i \cdot \frac{d\eta}{dt},$$

т. е.

$$\zeta - \frac{\eta}{s_i} = 0,$$

заменяя ζ через $-\frac{\sigma_3}{\delta}$, имеем:

$$\sigma_3 + \frac{\delta}{s_i} \cdot \eta = 0$$

или

$$\eta' = -\frac{s_i}{\delta} \cdot \sigma_3.$$

Дифференцируя предыдущее равенство и заменяя там η' его значением, только что полученным, имеем:

$$\sigma_3' = \delta \cdot \left(-\frac{s_i}{\delta} \cdot \sigma_3 - \mu' \right),$$

т. е.

$$\sigma_3' + \delta \cdot \mu' = -s_i \cdot \sigma_3$$

или, заменяя μ' через $-s$:

$$\sigma_3' + s_i \cdot \sigma_3 - \delta \cdot s = 0. \quad (66)$$

Пользуясь уравнением (65), легко дать метод экспериментального определения скорости или времени изодрома. Для этого оказывается не обязательным нахождение скорости изменения заданного значения параметра σ_{3m} при 100%-ном отклонении его от нулевого (первоначального и неизменного) значения. Действительно, дав любое отклонение и любым способом (при закрепленном положении регулирующего органа), мы можем (фиг. 33) затем снять кривую возврата заданного значения параметра к его нулевому значению. Данная кривая будет иметь вид экспоненты. Ее можно получить из уравнения (65) путем его интегриации, полагая скорость движения регулирующего органа равным нулю ($s = 0$).

Тогда

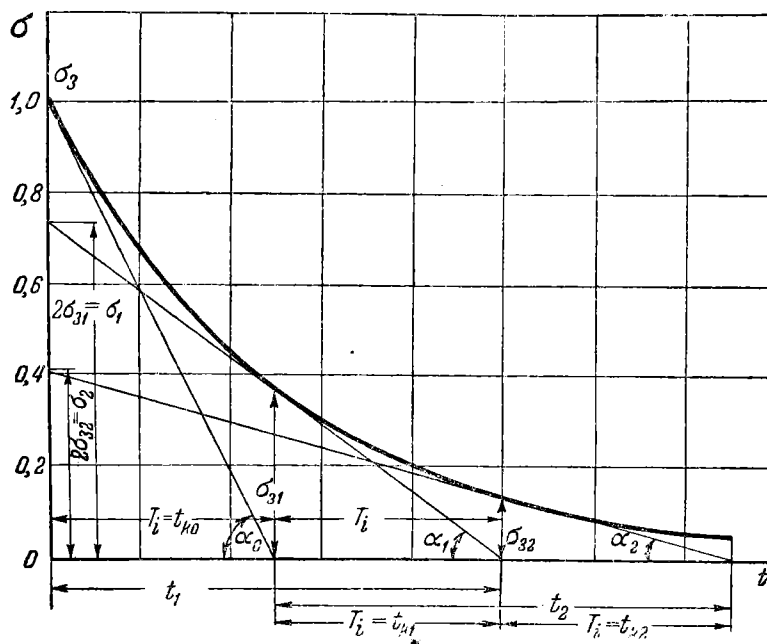
$$\sigma_3 = C \cdot e^{-s_i \cdot t} = \sigma_{03} \cdot e^{-s_i \cdot t}$$

Из уравнения (65) следует, что

$$\frac{\sigma'_{31}}{\sigma_{31}} = \frac{\sigma'_{32}}{\sigma_{32}} = -s_i = -\frac{1}{T_i}$$

или

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\sigma_{31}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\sigma_{32}} = s_i,$$



Фиг. 33. График кривой возврата изодрома.

или

$$\frac{1}{s_i} = T_i = \frac{\sigma_{3k} \cdot t_{3k}}{\sigma_{3k}} = t_{3k}^*.$$

Величину временной неравномерности регулируемого параметра (δ) можно определить по отклонению параметра после успокоения процесса регулирования при полностью выключенном катаракте ($T_i = \infty$). В этом случае, очевидно, так же как и при жесткой связи:

$$\Delta \sigma_3 = \delta \cdot \Delta v_0.$$

¹ Где k принимает значения 1, 2, 3 и т. д.

Получив уравнение обратной связи, выведем теперь общее уравнение регулирования для случая пропорциональной скорости регулирования.

При регулировании с упругой обратной связью идеализированной системы вряд ли целесообразно рассматривать какой-либо другой регулирующий импульс помимо отклонения параметра от его заданного значения, т. е. величины $\Delta\sigma = (\sigma - \sigma_3)$. Регулирующий импульс, являющийся суммой отклонения параметра и скорости его изменения, т. е. величина $(\Delta\sigma + k \cdot \Delta\sigma')$, при регулировании без всякой связи дает форму процесса, близкую к форме, получаемой при регулировании с упругой обратной связью при регулирующем импульсе по отклонению параметра. Оба эти способа могут быть противопоставляемы друг другу и одновременное их применение при идеализированной системе регулирования может быть нужно лишь в особо исключительных случаях¹.

Однако, при наличии запаздывания параметра (или импульса) в некоторых случаях целесообразно применение упругой связи при регулирующем импульсе в форме $(\Delta\sigma + k \cdot \Delta\sigma')$.

Для случая пропорциональной скорости $s = s_0 \cdot \Delta\sigma$, т. е.

$$s = s_0 \cdot (\sigma - \sigma_3).$$

Дифференциальное уравнение регулирования в общем виде $\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s = 0$ переписется для данного случая в виде

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma - \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma_3 = 0,$$

а уравнение обратной связи переписется в виде

$$\sigma'_3 + (s_i + s_0 \cdot \delta) \cdot \sigma_3 - \delta \cdot s_0 \cdot \sigma = 0. \quad (67)$$

Эти уравнения должны быть решены совместно для любого значения времени t . Если написать решения этих уравнений в виде

$$\begin{aligned} \sigma &= A \cdot e^{w \cdot t}, \\ \sigma_3 &= B \cdot e^{w \cdot t}, \end{aligned}$$

то будем иметь:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\varepsilon} w^2 + \rho \cdot w + s_0\right) A \cdot e^{w \cdot t} - s_0 \cdot B \cdot e^{w \cdot t} &= 0, \\ -\delta \cdot s_0 \cdot A \cdot e^{w \cdot t} + (w + s_i + s_0 \cdot \delta) \cdot B \cdot e^{w \cdot t} &= 0, \end{aligned}$$

¹ Уравнение регулирования для этого случая будет отличаться, как это легко вывести, только членом при второй производной параметра, куда войдет еще дополнительно величина $s_0 \cdot k \cdot \varepsilon$.

так как уравнения должны удовлетворяться при любом значении t , то

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{\varepsilon} \cdot \omega^2 + \rho \cdot \omega + s_0\right); -s_0 \\ -\delta \cdot s_0; (\omega + s_i + s_0 \cdot \delta) \end{vmatrix} = 0,$$

отсюда

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\varepsilon} \cdot \omega^2 + \rho \cdot \omega + s_0\right) \cdot (\omega + s_i + \delta \cdot s_0) - s_0^2 \cdot \delta = 0, \\ & \omega^3 + (\varepsilon \cdot \rho + s_0 \cdot \delta + s_i) \cdot \omega^2 + \varepsilon \cdot [\rho \cdot s_i + s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho)] \cdot \omega + \\ & \quad + \varepsilon \cdot s_0 \cdot s_i = 0. \end{aligned} \quad (68)$$

Это уравнение, очевидно, представляет собой характеристическое уравнение основного дифференциального уравнения регулирования, т. е. мы легко можем написать и общее уравнение процесса регулирования¹. Оно будет:

$$\begin{aligned} & \sigma''' + (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0 + s_i) \cdot \sigma'' + \varepsilon \cdot [\rho \cdot s_i + s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho)] \cdot \sigma' + \\ & \quad + \varepsilon \cdot s_0 \cdot s_i \cdot \sigma = 0. \end{aligned} \quad (69)$$

В том случае, если связь делается жесткой, т. е. если $s_i = 0$, то уравнение (69) переходит в уравнение

$$\sigma''' + (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0) \cdot \sigma'' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho) \cdot \sigma' = 0,$$

т. е. в уравнение (26) при $k = 0$.

В том случае, если $s_i = \infty$, т. е. связь отсутствует, уравнение (69) переходит в уравнение

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma = 0,$$

т. е. переходит в уравнение (26) при $k = \delta = 0$, для регуляторов без обратной связи.

В том случае, если самовыравнивание практически отсутствует, т. е. $\rho = 0$, уравнение (69) несколько упрощается, но порядок его не снижается.

Для $\rho = 0$ имеем:

$$\sigma''' + (s_0 \cdot \delta + s_i) \cdot \sigma'' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot s_i \cdot \sigma = 0. \quad (70)$$

В дальнейшем мы будем считать, как и раньше, что усложнение рассуждений и вычислений учетом самовыравнива-

¹ Выводить уравнение подобным образом можно лишь в том случае, если заведомо известно, что в уравнении должен отсутствовать свободный член, т. е. ось колебаний совпадает с осью абсцисс при равенстве нулю начального значения параметра. Ввиду применения упругой связи это условие выполняется. В противном случае уравнение определяется лишь до постоянного члена, так же как и его интеграл.

ния нецелесообразно, если для стабилизации процесса все равно необходимо применение связи. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать процесс регулирования с упругой связью как бы в отсутствии самовыравнивания, т. е. считая $\rho = 0$. Это создает лишь некоторый дополнительный запас устойчивости.

При безграничном увеличении величины s_0 характеризующей скорость регулирования, уравнение (70) переходит в

$$\sigma'' + \frac{\varepsilon}{\delta} \cdot \sigma' + \frac{\varepsilon \cdot s_i}{\delta} \cdot \sigma = 0. \quad (71)$$

Легко видеть, что это уравнение может быть получено из основного уравнения регулирования (22), если скорость регулирования будет выражаться так:

$$\frac{1}{\delta} \cdot (s_i \cdot \sigma + \sigma') = \frac{s_i}{\delta} \cdot \left(\sigma + \frac{1}{s_i} \cdot \sigma' \right), \quad (72)$$

т. е. регулирование протекает в этом случае так, как будто бы регулирующий импульс был бы пропорционален сумме отклонений параметра и его производной. Сравнивая выражение (72) с выражением (24), ранее введенном нами для случая регулирования с добавочным импульсом от производной параметра, мы видим, что величина $\frac{1}{s_i}$ играет в этом

случае роль коэффициента масштаба k , а величина $\frac{s_i}{\delta}$ — роль приведенной скорости регулирования s_0 . Очевидно, что коэффициент затухания процесса в этих выражениях имел бы вид:

$$\varphi_k(t) = 0,5 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\delta \cdot s_i}}. \quad (73)$$

Таким образом, в случае применения упругой обратной связи мы получаем линейное уравнение 3-го порядка с постоянными коэффициентами типа

$$x''' + a_1 \cdot x'' + a_2 \cdot x' + a_3 = 0, \quad (74)$$

где коэффициенты a_1 ; a_2 ; a_3 имеют различное значение в зависимости от наличия или отсутствия самовыравнивания.

Интеграл этого уравнения в зависимости от корней его характеристического уравнения может иметь различные формы.

Если все три корня действительны, то

$$\sigma = C_1 \cdot e^{w_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{w_2 \cdot t} + C_3 \cdot e^{w_3 \cdot t}. \quad (75)$$

В этом случае мы будем иметь апериодическое течение процесса регулирования.

Если один из корней действителен, а два других — мнимые сопряженные, то

$$\sigma = C_1'' \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_2'' \cdot \cos \beta \cdot t + C_3'' \cdot \sin \beta \cdot t) \quad (76)$$

при условии равенства нулю начальной фазы колебания. Здесь α и β — соответственно действительная и мнимая части сопряженных корней уравнения.

В этом случае процесс регулирования носит колебательный характер и представляет наибольший интерес для исследования.

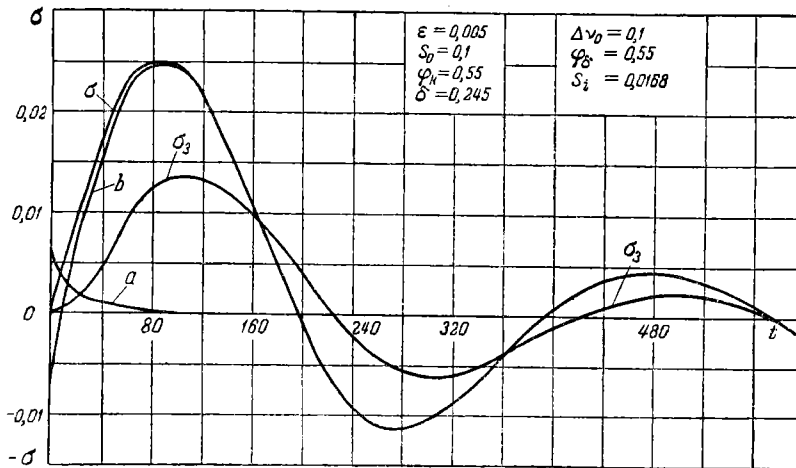
Для того чтобы колебательный процесс регулирования был затухающим, очевидно, необходимо, чтобы комплексные сопряженные корни уравнения имели отрицательную действительную часть α и чтобы действительный корень ω его был также отрицателен.

Если все три корня характеристического уравнения действительны и равны между собой, то

$$\sigma = (C_1 + C_2 \cdot t + C_3 \cdot t^2) \cdot e^{\omega_0 \cdot t}, \quad (77)$$

где

$$\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = \omega_3.$$



Фиг. 34. График затухающего колебательного процесса регулирования с упругой связью.

Рассмотрение уравнений (75), (76) и (77) приводит нас к заключению, что общий интеграл уравнения регулирования (70) во всех его частных случаях представляет собой сумму нескольких членов. Каждый из них, очевидно, может быть представлен геометрически в виде кривой. В частности, интеграл в форме (76), дающий колебательную форму процесса регулирования, является геометрической суммой экспоненты α

и синусоиды *b*. Для получения суммарной кривой можно, как это дано на графике фиг. 34, нанести обе составляющие кривые — экспоненту и синусоиду — и сложить их геометрически. Легко понять, что для описываемой формы процесса экспонента является как бы «осью», около которой колеблется значение регулируемого параметра.

Для всех трех форм интеграла уравнения постоянные регулирования легко могут быть найдены, если известны корни характеристического уравнения и граничные условия регулирования.

Эти последние заключаются в том, что в начальный момент времени — при $t=0$ — параметр и его вторая производная равны нулю, т. е. $\sigma_0 = \sigma_0'' = 0$, первая же производная параметра $\sigma_0' = \varepsilon \cdot \Delta v_0^*$. Нахождение корней кубического уравнения всегда возможно в общем виде. Однако, выражение их через коэффициенты уравнения достаточно громоздко и не наглядно. Поэтому такое общее нахождение для исследования процесса регулирования в общем виде не является целесообразным.

Как уже указывалось, постоянные интегрирования могут быть найдены без затруднений, пользуясь начальными условиями процесса, также указанными выше.

Так как для аperiodической формы процесса, т. е. в случае, если все три корня характеристического уравнения действительны, общий интеграл уравнения будет выражаться так:

$$\sigma = C_1' \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + C_2' \cdot e^{\omega_2 \cdot t} + C_3' \cdot e^{\omega_3 \cdot t},$$

то
$$\sigma' = \omega_1 \cdot C_1' \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + \omega_2 \cdot C_2' \cdot e^{\omega_2 \cdot t} + \omega_3 \cdot C_3' \cdot e^{\omega_3 \cdot t}$$

и

$$\sigma'' = \omega_1^2 \cdot C_1' \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + \omega_2^2 \cdot C_2' \cdot e^{\omega_2 \cdot t} + \omega_3^2 \cdot C_3' \cdot e^{\omega_3 \cdot t}.$$

Отсюда при $t=0$ имеем:

$$C_1' + C_2' + C_3' = 0,$$

$$\omega_1 \cdot C_1' + \omega_2 \cdot C_2' + \omega_3 \cdot C_3' = \varepsilon \cdot \Delta v_0,$$

$$\omega_1^2 \cdot C_1' + \omega_2^2 \cdot C_2' + \omega_3^2 \cdot C_3' = 0.$$

Из этих трех уравнений можно, очевидно, найти постоянные уравнения (75), зная корни соответствующего характеристического уравнения.

Постоянные C_1' ; C_2' и C_3' следующим образом выражаются через корни:

$$\left. \begin{aligned} C_1' &= - \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot (\omega_3 - \omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1) \cdot (\omega_3 - \omega_1)}, \\ C_2' &= - \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot (\omega_3 - \omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2) \cdot (\omega_3 - \omega_2)}, \\ C_3' &= - \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot (\omega_2 - \omega_1)}{(\omega_1 - \omega_3) \cdot (\omega_2 - \omega_3)}. \end{aligned} \right\} (a).$$

* Для заданного значения параметра при $t=0$ $\sigma_{03} = 0$ и $\sigma_{03}' = 0$, а $\sigma_{03}'' = \varepsilon \Delta v_0 \delta s_i$ — на основании уравнения (67).

В том случае, если только один из корней характеристического уравнения (74) действителен, а два других корня — мнимые сопряженные, мы имеем, очевидно, колебательное движение. Общий интеграл уравнения (70) в этом случае имеет вид:

$$\sigma = C_1'' \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_2'' \cdot \cos \beta \cdot t + C_3'' \cdot \sin \beta \cdot t).$$

Отсюда

$$C_1'' + C_2'' = 0.$$

Далее:

$$\sigma' = \omega_1 \cdot C_1'' \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + \alpha \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_2'' \cdot \cos \beta \cdot t + C_3'' \cdot \sin \beta \cdot t) + \beta \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot (-C_2'' \cdot \sin \beta \cdot t + C_3'' \cdot \cos \beta \cdot t).$$

Таким образом,

$$\omega_1 \cdot C_1'' + \alpha \cdot C_2'' + \beta \cdot C_3'' = \varepsilon \cdot \Delta \nu_0.$$

Наконец,

$$\sigma'' = \omega_1^2 \cdot C_1'' \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + 2 \cdot \alpha \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \dot{\beta} \cdot (-C_2'' \cdot \sin \beta \cdot t + C_3'' \cdot \cos \beta \cdot t) + \alpha^2 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_2'' \cdot \cos \beta \cdot t + C_3'' \cdot \sin \beta \cdot t) + \beta^2 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot (-C_2'' \cdot \cos \beta \cdot t - C_3'' \cdot \sin \beta \cdot t).$$

Отсюда

$$\omega_1^2 \cdot C_1'' + (\alpha^2 + \beta^2) \cdot C_2'' + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot C_3'' = 0.$$

Пользуясь этими уравнениями, легко выразить постоянные C_1'' , C_2'' и C_3'' через корни характеристического уравнения, а именно:

$$\left. \begin{aligned} C_1'' &= -C_2'' = -\frac{\varepsilon \cdot \Delta \nu_0 \cdot 2 \cdot \alpha}{(\alpha - \omega_1)^2 + \beta^2} \\ C_3'' &= \frac{\varepsilon \cdot \Delta \nu_0 \cdot [(x^2 + \beta^2) + \omega_1^2]}{\beta \cdot [(x - \omega_1)^2 + \beta^2]} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

На границе области апериодичности, т. е. в том случае, если все три корня действительны, причем два из них равны друг другу, общий интеграл нашего уравнения имеет вид:

$$\sigma = K_1 \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + (K_2 + K_3 \cdot t) e^{\omega_2 \cdot t} \quad (\omega_2 = \omega_3)$$

и

$$K_1 + K_2 = 0.$$

Тогда

$$\sigma' = \omega_1 \cdot K_1 \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + \omega_2 \cdot (K_2 + K_3 \cdot t) \cdot e^{\omega_2 \cdot t} + K_3 \cdot e^{\omega_2 \cdot t}$$

и

$$K_1 \cdot \omega_1 + K_2 \cdot \omega_2 + K_3 = \varepsilon \cdot \Delta \nu_0.$$

$$\text{Далее } \sigma'' = \omega_1^2 \cdot K_1 \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + \omega_2^2 \cdot (K_2 + K_3 \cdot t) e^{\omega_2 \cdot t} + 2 \cdot \omega_2 \cdot K_3 \cdot e^{\omega_2 \cdot t}$$

и

$$K_1 \omega_1^2 + K_3 \cdot \omega_2^2 + 2K_3 \cdot \omega_2 = 0.$$

Отсюда

$$K_1 = -K_2 = -\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \Delta \nu_0 \cdot \omega_2}{(\omega_1 - \omega_2)^2}$$

и

$$K_3 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta \nu_0 \cdot (\omega_1 + \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_2)}. \quad (B)$$

7*

Следует иметь в виду, что здесь

$$\omega_1 = 2N - \frac{a_1}{3} \quad \text{и} \quad \omega_2 = -\left(N + \frac{a_1}{3}\right),$$

где $N = \sqrt[3]{-\frac{q}{2}}$, причем $q = a_3 + 2 \cdot \left(\frac{a_1}{3}\right)^3 - a_2 \cdot \frac{a_1}{3}$.

Для случая, когда все три корня характеристического уравнения равны между собой, выражение интеграла уравнения (77) в общем виде не громоздко и получается следующим образом:

При $t=0$ и $\sigma_0=0$, следовательно, $C_1=0$.

При $t=0$ $\sigma_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$, следовательно,

$$\begin{aligned} \sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 &= C_2 \cdot t \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + (C_2 + C_3 \cdot t) \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + \\ &+ \omega_0 \cdot (C_2 + C_3 \cdot t) \cdot t \cdot e^{\omega_0 \cdot t} = C_2, \end{aligned}$$

т. е. $C_2 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$.

При $t=0$ $\sigma''_0=0$, следовательно,

$$\begin{aligned} \sigma''_0 &= 2 \cdot C_3 \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + 2 \cdot C_3 \cdot \omega_0 \cdot t \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + 2 \cdot \omega_0 \cdot (C_2 + C_3 \cdot t) \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + \\ &+ \omega_0 \cdot (C_2 + C_3 \cdot t) \cdot t \cdot e^{\omega_0 \cdot t} = 0, \end{aligned}$$

т. е. $C_3 = -\omega_0 \cdot C_2 = -\omega_0 \varepsilon \cdot \Delta v_0$.

Итак, выражение (77) может быть переписано в виде

$$\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot (1 - \omega_0 \cdot t) \cdot t \cdot e^{\omega_0 \cdot t}. \quad (78)$$

Для этого частного граничного случая аperiodического процесса корни (вернее корень) характеристического уравнения находятся весьма легко и в общем виде. Действительно, пользуясь свойством корней уравнения, мы можем написать:

$$(\omega - \omega_0)^3 = 0,$$

т. е.

$$\omega^3 - 3\omega^2 \cdot \omega_0 + 3 \cdot \omega \cdot \omega_0^2 - \omega_0^3 = 0,$$

сопоставляя это выражение с характеристическим уравнением (74)

$$\omega^3 + a_1 \cdot \omega^2 + a_2 \cdot \omega + a_3 = 0$$

и принимая во внимание, что последнее уравнение удовлетворяется значением корня ω_0 всегда, мы приходим к заключению, что это может быть лишь в случае равенства коэффициентов при равных степенях неизвестного, т. е.

$$-3\omega_0 = a_1; \quad 3\omega_0^2 = a_2; \quad -\omega_0^3 = a_3. \quad (79)$$

* См. ниже.

В некоторых случаях не бесполезно выяснить, находится ли процесс регулирования в области аperiodичности безусловно. Последнее нетрудно сделать следующим путем.

Рассмотрение формулы Кордана — характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (68), является, очевидно, кубическим — показывает, что для того, чтобы все корни уравнения были действительными, а это и есть условие аperiodичности процесса, необходимо, чтобы радикал в формуле Кордана либо был равен нулю, либо был мнимым¹.

По Кордану корни кубического уравнения выражаются следующим образом:

$$w_1 = S + N - \frac{a_1}{3},$$

$$a_{\pm\beta} \cdot i = \left[-\frac{1}{2} \cdot (S + N) - \frac{a_1}{3} \right] \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (S - N) \cdot i,$$

где S и N соответственно равны:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \quad (80)$$

и являются вещественными значениями этих корней.

Под радикалом стоит выражение $\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)$, и так как q^2 — всегда положительно, то для выполнения поставленных выше условий необходимо, во-первых, чтобы p было отрицательным, т. е. $p < 0$, и, во-вторых, чтобы $\frac{q^2}{4} < \left|\frac{p^3}{27}\right|$. Коэффициенты p и q выражаются через коэффициенты уравнения регулирования следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} q &= a_3 - \frac{1}{3} \cdot a_1 \cdot a_3 + \frac{2}{27} \cdot a_1^3, \\ p &= a_2 - \frac{1}{3} \cdot a_1^3. \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

¹ Формулы Кордана могут быть применены лишь при наличии мнимых корней кубического уравнения.

В этом случае

$$x_n = 2\sqrt[3]{r} \cdot \cos \frac{\varphi + 2k \cdot \pi}{3} \quad \left(\begin{matrix} k=0, 1, 2 \\ n=1, 2, 3 \end{matrix} \right),$$

где

$$r = \sqrt[3]{-\frac{p^3}{27}} \quad \text{и} \quad \cos \varphi = -\frac{q}{2 \cdot r},$$

корни же

$$w_n = x_n - \frac{a_1}{3} \quad (n=1, 2, 3).$$

В общем виде формулировка этих условий через постоянные регулирования не наглядна даже в частных случаях, например, в особо интересном случае, когда отсутствует степень самовыравнивания ($\rho=0$). Однако, в численном виде получение коэффициентов q и p , а также условий аperiodичности не представляет затруднений.

Для исследования процесса регулирования в области затухающих колебаний не обязательно, однако, знание значений корней характеристического уравнения. Можно провести вычисление степени затухания колебаний (или процент затухания), зная лишь численные значения коэффициентов уравнения регулирования.

Еще Вышнеградский¹ предложил при исследовании кубического уравнения типа (74) пользоваться формулой Кордана в несколько преобразованном виде. Он предложил ввести новые переменные x , X и Y такие, чтобы

$$x = \frac{\omega}{\sqrt[3]{a_3}}; \quad X = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_3}} \quad \text{и} \quad Y = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_3^2}}. \quad (82)$$

Величины X и Y могут быть названы „определителями периодичности системы“.

Тогда уравнение (74) примет вид:

$$x^3 + x^2 \cdot X + x \cdot Y + 1 = 0.$$

В том случае, если

$$Y^2 \cdot X^2 - 4 \cdot (Y^3 + X^3) - 18 \cdot X \cdot Y - 27 < 0$$

и

$$X \cdot Y > 1.$$

Кубическое уравнение (70) имеет два мнимых сопряженных корня с отрицательной вещественной частью, и, следовательно, колебательный процесс будет затухающим.

Проведя в координатах X и Y (для положительных их значений) линии ABC и DEF , соответствующие уравнениям (фиг. 35):

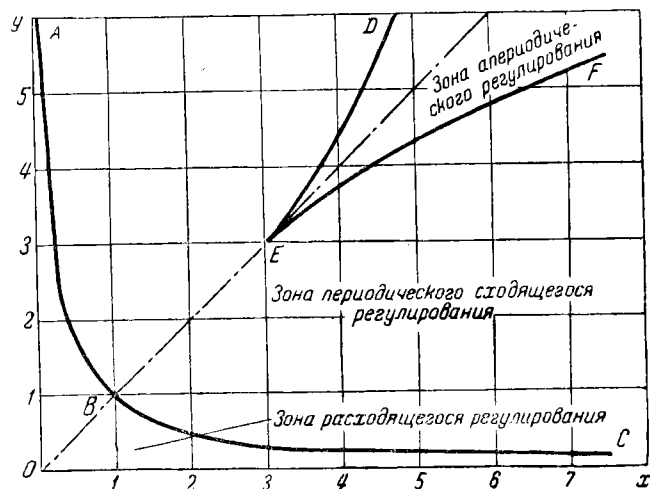
$$Y^2 \cdot X^2 - 4(Y^3 + X^3) + 18 \cdot X \cdot Y - 27 = 0, \quad (83)$$

$$X \cdot Y = 1, \quad (84)$$

легко получить зоны, в которых процесс регулирования будет колебательным расходящимся, колебательным затухающим и аperiodическим (в точке $X = Y = 3$ — все три корня уравнения равны между собой).

¹ Известия С.-Петербургского технологического института за 1877 г. „О регуляторах прямого действия“.

Зная численные значения коэффициентов уравнения (70), легко найти и численные значения определителей периодичности системы, тем самым по графику (фиг. 35) определив качественно общий характер течения процесса регулирования. С помощью метода, предложенного М. А. Айзерманом¹, можно заполнить на графике (фиг. 35) область, соответствующую затухающим колебаниям, кривыми равных степеней затухания. При этом появляется возможность количественной оценки величины степени затухания процесса по данным значениям коэффициентов исходного уравнения.



Фиг. 35. График разграничения областей регулирования в координатах x и y .

Действительно, степень затухания характеризуется абсолютной величиной отношения действительной и мнимой частей комплексных корней исследуемого уравнения, т. е. величиной $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right|$. На основании уравнения (34) мы имеем:

$$\psi = 1 - e^{-\frac{-2\pi\varphi}{\sqrt{1-\varphi^2}}} = 1 - e^{-\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| \cdot 2\pi}. \quad (85)$$

При этом следует иметь в виду, что кривая, выражаемая уравнением (76), получается при сложении ординат кривой, выражаемой уравнением

$$X_1 = e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_2' \cdot \cos \beta \cdot t + C_3'' \cdot \sin \beta \cdot t), \quad (86)$$

¹ „Автоматика и телемеханика“, № 1, 1940 г. „О затухании колебательного движения, характеризуемого линейным дифференциальным уравнением третьего порядка с постоянными коэффициентами.“

и кривой, выражаемой уравнением

$$X_2 = C_1'' \cdot e^{w_1 \cdot t}. \quad (87)$$

Правда, полученная при сложении кривая будет иметь другой коэффициент затухания, чем кривая по уравнению (70), но затухание суммарной кривой при равных значениях коэффициентов будут всегда соответствовать затуханию кривой по уравнению (70).

Отношение $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right|$ легко получить из вышеприведенной формулы Кордана, преобразованной с помощью определителей периодичности системы.

Действительно, заменяя a_1 и a_2 в выражениях для p и q через определители периодичности, получим:

$$\left. \begin{aligned} p &= \left(Y - \frac{1}{3} \cdot X^2 \right) \cdot \sqrt[3]{a_3^2} = p_1 \cdot \sqrt[3]{a_3^2} \\ q &= \left(\frac{2}{27} \cdot X^3 - \frac{1}{3} \cdot X \cdot Y + 1 \right) \cdot a_3 = q_1 \cdot a_3 \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

Тогда величины S и N будут выражаться так:

$$S = \sqrt[3]{a_3} \cdot S_1 \text{ и } N = \sqrt[3]{a_3} \cdot N_1,$$

где S_1 и N_1 — те же выражения, что S и N , но с заменой p и q на p_1 и q_1 .

При такой замене искомое отношение примет вид:

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = \frac{S_1 + N_1 + \frac{2}{3} \cdot X}{\sqrt[3]{3} \cdot (S_1 - N_1)}. \quad (89)$$

Значение отношения $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right|$, соответствующее различным степеням затухания, легко получить из уравнения (85). Легко видеть, что граничные кривые данного Вышнеградским графика (фиг. 35) получаются из уравнения (88) при граничных значениях степени затухания.

Если $\psi = 1$ (на границе аperiodичности процесса), то $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = \infty$.

Это возможно [см. уравнение (89)] лишь при равенстве $S_1 = N_1$, что в свою очередь приводит [см. уравнение (80)] к условию

$$\frac{q_1^2}{4} + \frac{p_1^3}{27} = 0.$$

Заменяя здесь q_1 и p_1 по уравнениям (88), мы получаем ранее приведенное условие для граничной кривой [уравнение (83)].

Если $\psi = 0$ (на границе устойчивости процесса), то $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = 0$.

Тогда из уравнения (89) имеем:

$$S_1 + N_1 = -\frac{2}{3} \cdot X.$$

Из уравнений (88) найдем:

$$S_1 \cdot N_1 = -\frac{p_1}{3}.$$

Заменяя S_1 и N_1 в предыдущем равенстве выражением из уравнения (80) и принимая во внимание последнее равенство, мы найдем:

$$-q_1 + 3 \cdot \frac{p_1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot X = -\frac{8}{27} \cdot X^3.$$

После замены здесь p_1 и q_1 , по уравнениям (88), мы получим ранее приведенное условие [уравнение (83)] для второй граничной кривой.

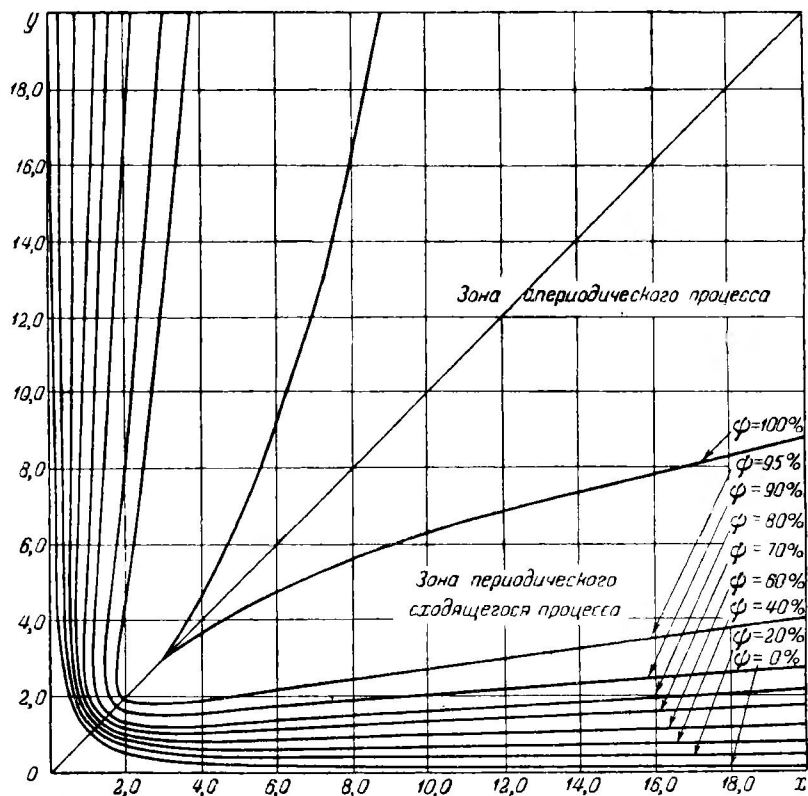
Построение кривых равной степени затухания, соответствующих уравнению (76), М. А. Айзерман рекомендует производить разбивкой данного уравнения на два:

$$\xi = S_1 \cdot \left(\sqrt{3} \cdot \left| \frac{\alpha}{\beta} \right| - 1 \right) \text{ и } \xi_1 = \frac{2}{3} \cdot X + N_1 \left(\sqrt{3} \cdot \left| \frac{\alpha}{\beta} \right| + 1 \right).$$

Если значения X и Y удовлетворяют уравнению (89), то при данном значении $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right|$ имеет место равенство $\xi = \xi_1$; при неизменном выбранном значении Y и $\frac{\alpha}{\beta}$ строятся кривые изменения ξ и ξ_1 при последовательном изменении X . Точка пересечения этих кривых определяет то значение X , которое удовлетворяет уравнению (89) при данных Y и $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right|$. Это построение далее продолжается при других значениях Y и $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right|$ во всех нужных сочетаниях этих величин.

Построенный таким образом график (фиг. 36) дает возможность количественного анализа процесса регулирования в области затухающих колебаний, но лишь в зависимости от величин коэффициентов уравнения регулирования, а не от самих постоянных процесса регулирования¹.

¹ Кроме того, построенный М. А. Айзерманом график охватывает очень небольшой диапазон изменений X и Y , а следовательно, небольшой диапазон изменений постоянных процесса регулирования.



Фиг. 36. График кривых равного затухания в координатах x и y .

Как для целей расчетных, так и для количественного анализа процесса регулирования значительно удобнее пользоваться вместо данного на фиг. 36 графика номограммой, данной на фиг. 37 (см. вклейку в конце книги).

С целью охвата номограммой достаточно большого диапазона изменения постоянных регулируемой системы она построена в логарифмических координатах.

Построение номограммы приведено в следующем виде: левый нижний квадрант занят линиями равного процента затухания в координатах X и Y в логарифмическом масштабе.

Значения X и Y [уравнение (82)], выраженные через постоянные процесса регулирования, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{\delta \cdot s_0 + s_1}{\sqrt{\varepsilon} s_0 \cdot s_1} = \frac{d + s_1}{b} \\ Y &= \frac{\varepsilon s}{\sqrt{\varepsilon^2 s_0^2 s_1^2}} = \sqrt[3]{\frac{\varepsilon s_0}{s_1}} = \sqrt[3]{\frac{a}{s_1}} \end{aligned} \right\} \quad (90)$$

Здесь величины X и Y получаются из уравнений (82) при замене коэффициентов характеристического уравнения a_1 ; a_2 и a_3 их значениями, выраженными через постоянные процесса по уравнению (70).

Для нахождения соответствующего значения Y по номограмме используются последовательно правый верхний и правый нижний квадранты. При этом ординатой верхнего правого квадранта служит значение ε , а его абсциссой промежуточный множитель $a = \varepsilon \cdot s_0$.

В этих координатах здесь нанесено семейство прямых равных приведенных скоростей регулирования s_0 для Y .

Ординатой правого нижнего квадранта является уже значения Y , при сохранении в качестве абсциссы предыдущих значений промежуточного множителя $a = \varepsilon \cdot s_0$. В этих координатах построено семейство прямых равного значения скорости изодрома s_i для Y .

Нахождение значений Y по исходным значениям постоянных процесса может быть сделано при обходе квадрантов последовательно по часовой стрелке от значения ε , соответствующим прямым семейства s_0 и семейства s_i для Y .

Для нахождения соответствующего значения X используются последовательно правый нижний, правый верхний и левый верхний квадранты. При этом ординатой правого нижнего квадранта служит значение ε , а его абсциссой значения промежуточного множителя $a = \varepsilon \cdot s_0$. В этих координатах нанесены прямые равного значения s_0 для X .

В правом верхнем квадранте абсциссой является то же значение промежуточного множителя $a = \varepsilon \cdot s_0$, ординатой же — величина $b = \sqrt{a \cdot s_i}$. В этих координатах нанесены линии постоянного значения s_i для X .

В этом же квадранте нанесены линии равного значения для приведенной скорости закрытия s_0 тоже для X , но уже в других координатах. На оси абсцисс отложены значения степени связи δ в том же масштабе, что и значение вспомогательного множителя $a = \varepsilon \cdot s_0$. На оси ординат отложено значение вспомогательной величины $d = s_0 \cdot \delta$ в том же масштабе, что и вспомогательная величина b .

В левом верхнем квадранте нанесены значения вспомогательной величины $d + s_i$, причем ординатой этого квадранта является значение b , а абсциссой само значение X .

Нахождение значений X по исходным данным значений постоянных процесса может быть сделано при обходе квадрантов последовательно против часовой стрелки от значения ε по соответствующим прямым семейства s_0 — X -вое, семейства s_i — X -вое и семейства $d + s_i$.

При этом для определения вспомогательной величины используется верхний правый квадрант, также при обходе

против часовой стрелки. Для этого исходным значением служит величина δ , зная которую находят величину d , соответствующую данному значению s_0 .

Прикладывая к найденной величине заданное значение s_i , находят соответствующую прямую $d + s_i$, необходимую для определения X .

Определив по номограмме значения X и Y , легко уже в нижнем левом квадранте найти соответствующую степень затухания процесса.

Детальное исследование влияния отдельных постоянных процесса на его устойчивость легче произвести не только с помощью номограммы, но и данного ниже графика (фиг 38). Это исследование и изложено в последующем.

Приведенная выше и разработанная нами номограмма дает достаточно исчерпывающий материал для количественного анализа фор-



Фиг. 38. График кривых равного затухания в коэффициентах $\varphi_{\delta}(i)$ и $\varphi_R(i)$.

мы процесса регулирования. Однако, для целей прикидочного расчета она несколько громоздка и не наглядна. Для этой цели можно воспользоваться предложенным Г. Ф. Ундричем графиком (фиг. 38)¹, построение которого основано на следующем.

Как мы уже видели выше, в двух граничных случаях регулирования общие уравнения регулирования (69) и (70) 3-го

¹ Кандидатская диссертация Г. Ф. Ундрича „Исследование электрического изодрома системы ВТИ“, 1946 г., ВТИ.

порядка вырождается в уравнения 2-го порядка. Это имеет место при безграничном возрастании времени изодрома T_l или приведенной скорости регулирования s_0 . В этих случаях коэффициенты затухания выродившихся уравнений 2-го порядка будут иметь соответствующий вид:

$$\varphi_{\delta(i)} = 0,5 \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}} \quad \text{и} \quad \varphi_{k(i)} = 0,5 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\delta \cdot s_l}}. \quad (91)$$

Пользуясь этими величинами как функциями постоянных системы регулирования, можно через них выразить как коэффициенты общего уравнения регулирования, так и определители периодичности системы. Такое преобразование дает следующий вид уравнению регулирования:

$$\begin{aligned} \sigma''' + \frac{\varepsilon}{\delta} \cdot \left(4 \cdot \varphi_{\delta(i)}^2 + \frac{1}{\varphi_{k(i)}^2} \right) \cdot \sigma'' + 4 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\delta} \right)^2 \cdot \varphi_{\delta(i)}^2 \cdot \sigma' + \\ + \left(\frac{\varepsilon}{\delta} \right)^3 \cdot \frac{\varphi_{\delta(i)}^2}{\varphi_{k(i)}^2} \cdot \sigma = 0^*. \end{aligned} \quad (92)$$

Определители же периодичности системы примут вид:

$$X = \frac{4\varphi_{\delta(i)}^2 + \frac{1}{\varphi_{k(i)}^2}}{\sqrt{\varphi_{\delta(i)}^2 \cdot \varphi_{k(i)}^2}} \quad \text{и} \quad Y = \frac{4\varphi_{\delta(i)}^2}{\sqrt{\varphi_{\delta(i)}^4 \cdot \varphi_{k(i)}^4}}, \quad (93)$$

т. е. выразятся только через данные функции. Такой результат дает, очевидно, возможность представить линии равной степени затухания в координатах $(\varphi_{\delta(i)})$ и $(\varphi_{k(i)})$.

Построение этих кривых ведется следующим образом. Величины X и Y даются уравнением (93). Возводя их в куб и делая алгебраические преобразования, мы видим, что

$$\varphi_{k(i)}^2 = \frac{Y^3}{4 \cdot (X \cdot Y - 1)} \quad \text{и} \quad \varphi_{\delta(i)}^2 = \frac{(X \cdot Y - 1)^2}{4 \cdot Y^3}. \quad (94)$$

Беря по номограмме значения X и Y , мы по найденным уравнениям найдем и значения искомых функций. В частности, в особом случае аperiodического процесса, т. е. при наличии трехкратного корня $X = Y = 3$. Для этого случая

$$\varphi_{k(i)}^2 = 0,844 \cdot (\varphi_{k(i)} = 0,92) \quad \text{и} \quad \varphi_{\delta(i)}^2 = 0,593 \quad (\varphi_{\delta(i)} = 0,77). \quad (95)$$

Этот график наглядно показывает, что с ростом как той, так и другой функции и тем более их обеих одновременно

* См. статью Е. Г. Дудникова в сборнике „Автоматизация тепловых процессов“ — „Некоторые особенности регулирования с жесткой и упругой обратными связями“.

повышается устойчивость процесса регулирования. Аперiodичность процесса может быть достигнута лишь в том случае, когда обе эти функции имеют значения, большие единицы. Из этого графика и уравнений (91) для $\varphi_{\delta(i)}$ и $\varphi_{k(i)}$ следует также, что устойчивость процесса всегда повышается при увеличении скорости регулирования s_0 и уменьшении скорости изодрома s_i^* .

Однако, последнее влечет за собой всегда затяжку окончания процесса.

Следует иметь в виду, что при некоторых значениях функций затухания, как это следует из внимательного рассмотрения графика фиг. 38, при любом увеличении приведенной скорости регулирования s_0 или при любом уменьшении скорости изодрома s_i степень затухания, увеличиваясь, имеет определенный предел. Например, в любой точке области изменения $\varphi_{k(i)}$ от 0 до 1, при увеличении s_0 , или при изменении $\varphi_{\delta(i)}$ от 0 тоже до 1 при уменьшении s_i .

Пользуясь выражениями для определителей периодичности X и Y [уравнение (93)] и номограммой фиг. 37, можно видеть, что устойчивость процесса регулирования вообще повышается с увеличением степени связи δ . При этом всегда процесс можно вывести из области неустойчивости и ввести в область затухающих колебаний¹. Это увеличение стабильности процесса в большинстве случаев, однако, идет до некоторого предела увеличения δ , после чего степень затухания может начать и уменьшаться, оставаясь всегда все же больше нуля.

Что же касается влияния чувствительности ϵ объекта на стабильность процесса регулирования, то оно не однозначно, хотя стабилизировать процесс легче при малых значениях ϵ , так как в этом случае стабилизация процесса может быть осуществлена при меньших приведенных скоростях s_0 или меньших степенях связи δ , или при соответственно больших скоростях изодрома s_i .

Перейдем теперь к рассмотрению вопроса о нахождении выражений для максимальных отклонений параметра за процесс регулирования.

Так как, как уже было выяснено выше, всегда можно найти корни характеристического основного уравнения процесса, то также всегда можно найти и выражения для постоянных интегрирования при учете граничных условий. Зная эти величины, уже легко найти время максимума и величину само-

* При этом всегда увеличиваются значения функций $\varphi_{\delta(i)}$ или $\varphi_{k(i)}$ соответственно при неизменном значении другой из них.

¹ Изменение δ сказывается лишь на изменении координаты X , оставляя неизменной координату Y .

го максимума, пользуясь обычными правилами дифференциального исчисления. Получаемые при этом выражения весьма громоздки и не наглядны. Поэтому целесообразнее, если это нужно, находить численные решения для каждого конкретного случая.

В некоторых частных случаях, которые, однако, как мы увидим, имеют большое практическое значение, возможно получение простого и наглядного выражения для величины максимального отклонения.

В первую очередь попробуем получить выражение для максимального отклонения параметра для особого граничного случая аperiodического течения процесса (при $\rho = 0$).

Для этого нам следует приравнять нулю первую производную выражения (78), т. е.

$$\sigma' = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \left[(1 - \omega_0 \cdot t) \cdot e^{\omega_0 t} - \omega_0 \cdot t \cdot e^{\omega_0 t} + \right. \\ \left. + \omega_0 \cdot (1 - \omega_0 \cdot t) \cdot t \cdot e^{\omega_0 \cdot t} \right] = 0.$$

Отсюда

$$\omega_0^2 \cdot t_m^2 + \omega_0 \cdot t_m - 1 = 0.$$

Теперь легко найти время, соответствующее максимуму:

$$t_m = \frac{-\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 + 4 \cdot \omega_0^2}}{2 \cdot \omega_0^2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot \omega_0},$$

так как по уравнениям (79) ω_0 имеет отрицательный знак, а t_m — существенно положительно, то из двух возможных решений мы без затруднения выбираем:

$$t_m = -\frac{\sqrt{5} + 1}{2 \cdot \omega_0} = -1,613 \cdot \frac{1}{\omega_0} \quad (96)$$

и, следовательно, максимальное отклонение параметра в процессе регулирования выразится так:

$$\sigma_m = -\varepsilon \cdot \Delta v_0 (1 + 1,613) \frac{1,613 e^{-1,613}}{\omega_0} = 0,843 \cdot \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{\omega_0} \quad (97)$$

или на основании равенства (79)

$$\sigma_m = 2,53 \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{a_1} = 1,45 \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{\sqrt{a_2}} = \\ = 0,843 \frac{\varepsilon \Delta v_0}{\sqrt[3]{a_3^2}}. \quad (98)$$

Так как на основании уравнения (70)

$$a_2 = \varepsilon \cdot S_0,$$

то

$$\sigma_m = 1,45 \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{\sqrt{a_2}} = 1,45 \cdot \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}. \quad (99)$$

Так как, кроме того, для этого частного случая равенства всех трех корней характеристического уравнения, по уравнению (95),

$$\varphi_{\delta(i)} = 0,5 \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}} = 0,77,$$

то

$$\sqrt{s_0} = 1,54 \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\delta}$$

и

$$\sigma_m = \frac{1,45}{1,54} \delta \cdot \Delta v_0 = 0,942 \cdot \delta \cdot \Delta v_0. \quad (100)$$

Последние два выражения отличаются от соответствующих выражений при регулировании с жесткой связью только численными коэффициентами.

В двух других частных случаях издромного регулирования максимальные отклонения параметра могут быть найдены с помощью уже известных ранее выражений.

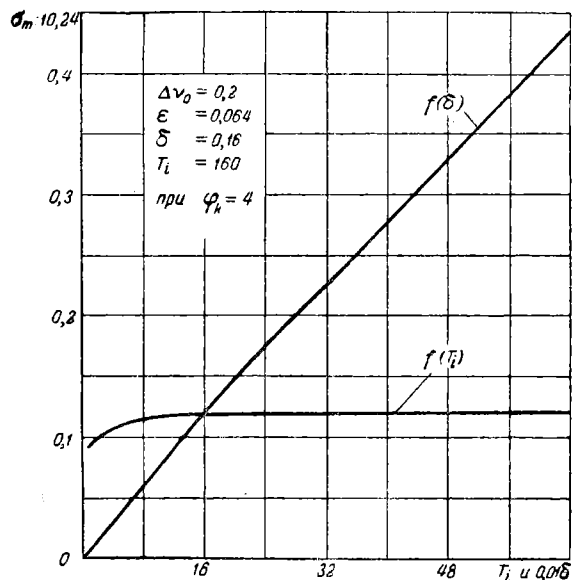
В случае $\varphi_{k(i)} = \infty$, т. е. в случае, если $s_i = \infty$, мы переходим к регулированию с жесткой связью. В этом случае на границе апериодичности, т. е. при $\varphi_{\delta(i)} = 1$, по уравнению (44):

$$\sigma_m = 2 \cdot \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} = \delta \cdot \Delta v_0. \quad (101)$$

В другом частном случае, т. е. в случае, если $\varphi_{\delta(i)} = \infty$ и даже ранее при $\varphi_{\delta(i)} > 4$ (а с меньшей точностью уже при $\varphi_{\delta(i)} > 2$), мы переходим к регулированию как бы с добавочным импульсом от производной параметра. В этом случае на границе апериодичности $\varphi_{k(i)} = 1$, и мы имеем по уравнениям (99) и (46)

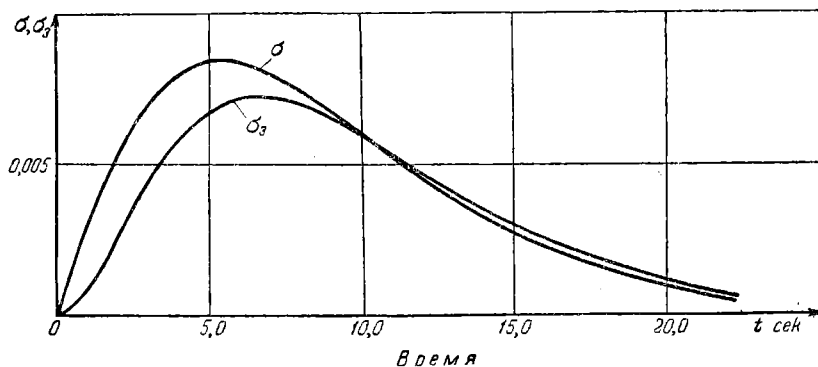
$$\begin{aligned} \sigma_m &= 0,185 \cdot \varepsilon \cdot k \cdot \Delta v_0 = 0,185 \cdot \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{s_i} = \\ &= 0,74 \cdot \delta \Delta v_0 = 0,37 \cdot \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}. \end{aligned} \quad (102)$$

Этим возражением мы сможем воспользоваться далее при сравнительном анализе процессов регулирования. Для данного частного случая поведение σ_m внутри области апериодич-



Фиг. 39. Кривая зависимости максимального отклонения параметра от функции $\varphi_{k(i)}$ для области аperiodичности изотермного регулирования.

ности определяется уравнением (28) и кривыми фиг. 39. Фиг. 39 дает зависимость от σ_m и от T_i и δ . Рассмотрение этих кривых приводит нас к заключению, что увеличение значений δ и T_i сверх того, что нужно для получения границы аperiodичности, нецелесообразно из-за увеличения σ_m (при одновременном затягивании процесса — см. ниже).



Фиг. 40. Кривая параметра в особом граничном случае аperiodичности процесса при пропорциональной скорости.

В общем процесс изодромного регулирования можно себе представить, полагая, что изодромное устройство заставляет в конечном счете как бы прижиматься к нулевой абсциссе кривую заданного значения параметра σ_3 по сравнению с такой же кривой для жесткой связи. Эту картину можно достаточно хорошо представить себе по графику фиг. 40, вычерченному для случая аperiodического течения процесса. При этом механизм изодрома как бы снижает степень связи (см. первую половину графика), вследствие чего затухание процесса ухудшается при всех прочих равных условиях.

Снижение степени связи тем заметнее, чем больше скорость изодрома s_i . Таким образом, весь процесс регулирования, грубо приближенно, происходит так, как будто бы вместо степени связи δ действует степень связи $\delta_1 = \delta \cdot f(s_i, t)$.

д) Сравнительный анализ процессов регулирования с жесткой связью и с дополнительным импульсом по производной параметра

Для сравнения качества процесса регулирования при стабилизации его либо за счет дополнительного импульса от производной, либо за счет связи наиболее целесообразно выяснить условия затухания и достижения границы аperiodического протекания процесса при одновременном сопоставлении получаемых в этом случае максимальных отклонений параметра. При этом для удобства и упрощения сравнения мы будем считать регулируемый участок лишенным практически самовыравнивания ($\rho = 0$).

Максимальные отклонения параметра на границе аperiodичности протекания процесса регулирования согласно уравнениям (44) и (45), имеют следующие выражения:

$$\sigma_{m(k)} = 0,185 \cdot \varepsilon \cdot k \cdot \Delta v_0 \quad \text{и} \quad \sigma_{m(\delta)} = -\delta \cdot \Delta v_0.$$

Согласно уравнениям (38) и (40), коэффициенты затухания для двух сравниваемых случаев имеют следующее значение:

$$\varphi_k = 0,5 \cdot k \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot s_0} \quad \text{и} \quad \varphi_\delta = 0,5 \cdot \delta \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}}.$$

Откуда мы найдем, что в граничном случае аperiodического процесса ($\varphi = 1$) при равных приведенных скоростях регулирования $\varepsilon \cdot k = \delta$.

Это очевидно, не случайно, так как уравнения регулирования двух рассматриваемых случаев разнятся лишь коэффициентами a_1 . Они будут идентичными при $\delta = \varepsilon \cdot k$.

Принимая во внимание полученное соотношение в уравнениях (44) и (45), мы приходим к выводу: при регулировании какого-либо объекта регуляторами, из которых один работает с жесткой связью, а другой с дополни-

тельным импульсом от производной параметра, при одной и той же приведенной скорости закрытия, в граничном случае аperiodического протекания процесса первый регулятор допустит почти в 5 раз большее отклонение параметра; или же для получения на границе аperiodичности процесса регулирования одного и того же отклонения параметра степень связи первого регулятора должна быть уменьшена почти в 5 раз, что повлечет за собой увеличение для него приведенной скорости закрытия почти в 25 раз.

Несмотря на такие результаты, заставляющие, казалось бы, оказать безусловное предпочтение регулированию с дополнительным импульсом от производной параметра, сравнение требует еще дополнительного исследования. Дело в том, что действительные скорости регулирования, имеющие место в течение процесса, определяются помимо приведенных скоростей еще и максимальными отклонениями параметра от его заданного значения $\Delta\sigma$ и величиной его действующей производной $k \cdot \sigma'$.

Итак, необходимо найти максимальные значения выражения: $\Delta\sigma_3 = \sigma - \sigma_3$ и $\Delta\sigma_k = \sigma + k \cdot \sigma'$. Для этого найдем общее выражение σ , σ_3 и σ' .

Выше были уже найдены значения постоянных в общем интеграле уравнения регулирования в частном случае достижения границы аperiodичности процесса. А именно $C_1 = -\delta \cdot \Delta v_0$ и $C_2 = -\varepsilon \cdot \Delta v_0$, следовательно, при $k = 0$

$$\sigma = -\Delta v_0 \cdot (\delta + \varepsilon \cdot t) \cdot e^{w \cdot t}.$$

Аналогично найдем постоянные C_1^3 и C_2^3 в уравнении для заданного значения параметра:

$$\sigma_3 = (C_1^3 + C_2^3 \cdot t) \cdot e^{w \cdot t}.*$$

Здесь граничные условия уже будут следующими: при $t=0$

$$\delta_{03} = -\delta \cdot \Delta v_0 \text{ и } \sigma'_{03} = 0.$$

Тогда

$$C_1^3 = -\delta \cdot \Delta v_0, \quad C_2^3 = -2 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0$$

и

$$\sigma_3 = -\Delta v_0 \cdot (\delta + 2 \cdot \varepsilon \cdot t) \cdot e^{w \cdot t}. \quad (103)$$

* Это последнее уравнение получается из того же выведенного выше характеристического уравнения (25), т. е. уравнение для σ_3 по форме то же, что и для σ .

Теперь легко найти и выражение для $\Delta\sigma_{\delta}$:

$$\Delta\sigma_{\delta} = \Delta\nu_0 \cdot \varepsilon \cdot t \cdot e^{w \cdot t}.$$

Максимум этого выражения найдем обычным порядком:

$$t_m = -\frac{1}{w},$$

и так как

$$w = -\frac{\delta \cdot s_0}{2},$$

имеем

$$\Delta\sigma_{m(\delta)} = \frac{\delta \cdot \Delta\nu_0}{2 \cdot e} = 0,185 \cdot \delta \cdot \Delta\nu_0. \quad (104)$$

Найдем $\Delta\sigma_{m(k)}$. Для случая регулирования с импульсом от производной граничные условия для уравнения регулирования будут следующими: при $t=0$

$$\sigma_0 = 0 \text{ и } \sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta\nu_0.$$

Следовательно, для граничного случая аperiodического протекания процесса

$$C_1 = 0$$

и

$$C_2 = \varepsilon \cdot \Delta\nu_0;$$

т. е.

$$\sigma = \varepsilon \cdot \Delta\nu_0 \cdot t \cdot e^{w_0 \cdot t}, \quad (105)$$

а

$$\sigma' = \varepsilon \cdot \Delta\nu_0 \cdot (1 + w \cdot t) \cdot e^{w \cdot t}. \quad (106)$$

Таким образом, выражение для $\Delta\sigma_m$ будет иметь вид:

$$\Delta\sigma_k = \sigma + k \cdot \sigma' = \varepsilon \cdot \Delta\nu_0 [k \cdot (1 + w \cdot t) + t] \cdot e^{w \cdot t}. \quad (107)$$

Максимум этого выражения будет иметь место при $t_m = 0$

$$\Delta\sigma_{m(k)} = k \cdot \varepsilon \cdot \Delta\nu_0. \quad (108) *$$

Теперь мы имеем возможность найти действительные, имеющие место в процессе регулирования, максимальные

* Приравняв нулю первую производную от $\Delta\sigma_k$, мы найдем $t = 3/3 \cdot k$, откуда $\Delta\sigma_{m(k)} = -0,5 k \cdot \Delta\nu_0 e^{-3}$. Это выражение, как легко убедиться, дает минимум нашей функции по уравнению (108), показывая, что скорость закрытия в процессе регулирования должна менять знак.

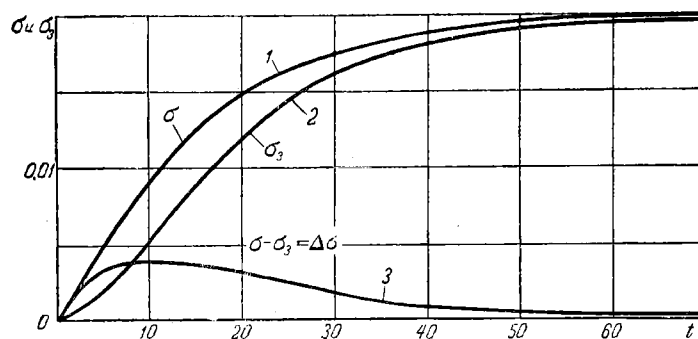
скорости закрытия при условии равенства приведенных скоростей закрытия. При регулировании со связью

$$s_{m(\delta)} = s_0 \cdot \Delta \dot{\sigma}_{m(\delta)} = s_0 \cdot 0,185 \cdot \delta \cdot \Delta v_0. \quad (109)$$

При регулировании же за счет производной

$$s_{m(k)} = s_0 \cdot \Delta \sigma_{m(k)} = s_0 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0. \quad (110)$$

Принимая во внимание, что для рассматриваемого случая регулирования $\delta = \varepsilon \cdot k$ (см. выше) мы приходим к заключению, что действительная максимальная скорость, имеющая



Фиг. 41. Кривая регулирующего импульса в граничном случае регулирования с жесткой связью при пропорциональной скорости.

место в течение процесса регулирования, при наличии связи почти в 5 раз $\left(\frac{1}{2 \cdot e} = 0,185\right)$ меньше, чем при регулировании за счет производной. При этом, как мы видели выше, отклонение параметра при регулировании со связью получилось для рассматриваемого случая — границы аperiodичности процесса — почти в 5 раз больше, чем при регулировании за счет производной.

Это меньшее отклонение получается, очевидно, за счет большей действующей скорости регулирования в первое время с начала процесса.

Данные на фиг. 41 и 42 построены как раз для граничного случая аperiodического процесса при равных приведенных скоростях регулирования.

Посмотрим теперь, как будут отличаться максимальные скорости регулирования, нужные для получения одного и того же отклонения параметра при достижении границы аperiodичности протекания процесса для обоих рассматриваемых случаев.

Так как в этом случае

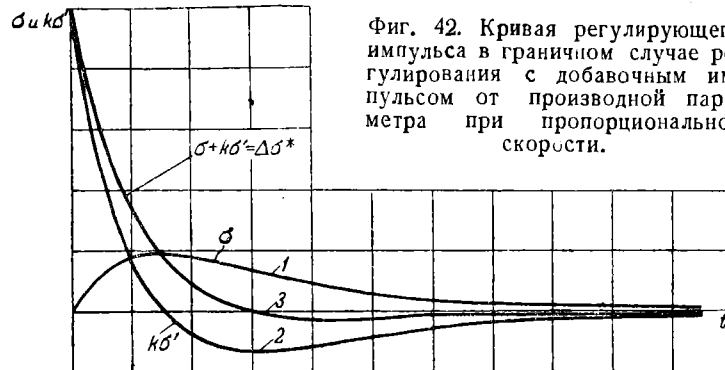
$$\varphi_{\delta} = \varphi_k = 1,$$

то

$$k = \frac{2}{\sqrt{\varepsilon \cdot s_0}} \text{ и } \delta = 2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}.$$

Отсюда, принимая во внимание уравнения (109) и (110), мы будем иметь:

$$\sqrt{s_0} = \frac{0,5 \cdot s_{m(k)}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta v_0}} = \frac{2,7 \cdot s_{m(\delta)}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta v_0}}.$$



Фиг. 42. Кривая регулирующего импульса в граничном случае регулирования с добавочным импульсом от производной параметра при пропорциональной скорости.

Следовательно, в случае регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра по уравнению (46):

$$\sigma_{m(k)} = 0,37 \cdot \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{1,35 \cdot s_{m(k)}}. \quad (111)$$

В случае же регулирования с жесткой связью по уравнению (44)

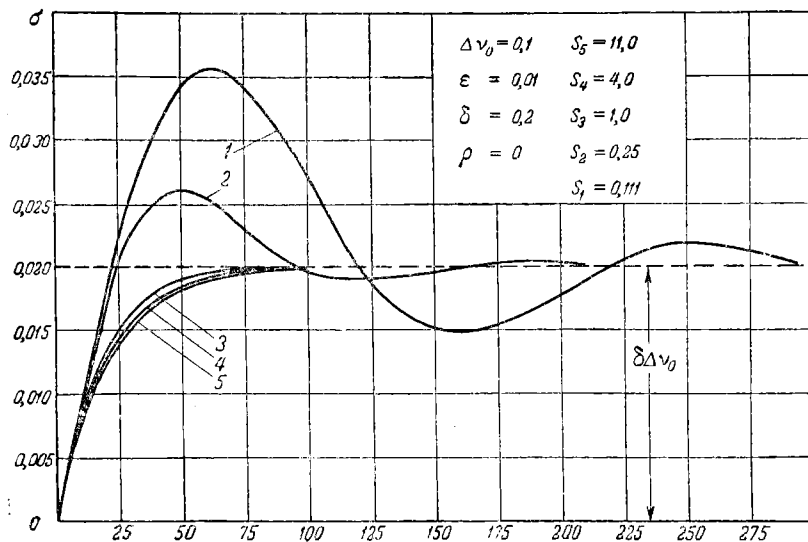
$$\sigma_{m(\delta)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} \cdot \Delta v_0 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{1,35 \cdot s_{m(\delta)}}, \quad (112)$$

т. е. при равенстве действительных максимальных скоростей регулирования отклонения параметра также будут равны.

Одинаковое качество процесса регулирования в двух разбираемых нами случаях можно получить не только на границе апериодичности его протекания, но и в областях затухания процесса и его апериодического протекания. Действительно, график фиг. 30 показывает, что при соответствующем

щем подборе величин, характеризующих регуляторы (δ и h), можно получить при той же самой степени затухания практически одно и то же максимальное отклонение параметра за процесс регулирования.

Таким образом, оба способа регулирования дают возможность получить одинаковое качество процесса, т. е. при одинаковых действительных скоростях регулирования одинаковые отклонения параметра. Но при этом приведенные скорости закрытия будут различны.



Фиг. 43. Кривые влияния скорости регулирования на процесс регулирования со связью.

Продолжим сравнительный анализ двух разбираемых методов регулирования, для чего проследим протекание процесса регулирования при изменении — постепенном увеличении — приведенной скорости открытия и при неизменных всех прочих характеристических величинах процесса.

На фиг. 43 даны 5 кривых изменения во времени регулируемого параметра для случая регулирования со связью. Приведенная скорость закрытия для первой кривой подобрана так, что процесс регулирования имеет явно выраженный затухающий характер. Вторая кривая построена для скорости, увеличенной относительно первой примерно в 2 раза. При этом степень затухания процесса значительно увеличивается. Третья кривая дана для скорости, увеличенной еще в 4 раза, и характеризует граничный случай аperiodического протекания процесса. Следующие две кривые построены для скоростей, увеличенных по сравнению с третьей кривой в 4 и в 11 раз. Рассмотрение первых трех кривых регулирования показы-

вает, что для процесса, находящегося в области незатухающих колебаний, увеличение скорости закрытия сказывается благоприятно на течении процесса во всех отношениях. Действительно, степень затухания процесса увеличивается по мере увеличения приведенной скорости закрытия при одновременном уменьшении максимального отклонения параметра.

При достижении границы аperiodичности в процессе регулирования со связью дальнейшее увеличение скорости закрытия уже не изменяет характера течения процесса и не сказывается на величине максимального отклонения параметра, равной в дальнейшем произведению $\delta \cdot \Delta v_0$. Однако при этом процесс начинает «растягиваться», т. е. кривые регулирования идут более полого, по крайней мере, до некоторого предела. Такое «растягивание» процесса, очевидно, не способствует улучшению его качеств. Это явление легко объясняется тем, что увеличение скорости регулирования приводит к более крутому подъему кривой заданного значения параметра, которое обусловлено степенью связи и скоростью закрытия. При этом, чем больше скорость регулирования, тем быстрее происходит сближение кривых параметра (фиг. 41) и его заданного значения. При достижении границы аperiodичности сближение этих кривых идет почти до полного их соприкосновения, следствием чего является практически выключение регулятора, происходящее в момент равенства притока и стока. При дальнейшем увеличении скорости регулирования момент практического выключения регулятора происходит уже раньше выравнивания притока и стоком. Регулятор практически переходит на прерывистую работу, сам собой замедляя скорость своей работы. Это и приводит к «растягиванию» процесса. При этом действительные, а не приведенные ($s = -s_0 \cdot \Delta \sigma$) скорости регулирования с углублением за границу аperiodичности уже почти не меняются (для каждого данного момента времени). Действительно, поведение параметра в зоне аperiodичности при регулировании со скоростью, пропорциональной импульсу, определяется уравнением (28):

$$\sigma = C_1 \cdot e^{\omega_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{\omega_2 \cdot t},$$

где ω_1 и ω_2 соответственно равны $-\frac{a_1}{2} \pm \frac{a_1}{2\varphi} \cdot \sqrt{\varphi^2 - 1}$,

а

$$C_1 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 - \omega_2 \cdot \sigma_0}{\omega_1 - \omega_2}$$

и

$$C_2 = -\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 - \omega_1 \cdot \sigma_0}{\omega_1 - \omega_2}.$$

При возрастании величины φ , т. е. при углублении в зону аperiodичности, значение ω_1 стремится к нулю, значение ω_2 к $-a_1$, значение разности $(\omega_1 - \omega_2)$ к $-a_1$,

значение постоянной C_1 к $-\frac{\varepsilon \Delta v_0}{a_1} + \sigma_0$ и значение постоянной C_2 к $-\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{a_1}$.

Таким образом, выражение для параметра (28) стремится к следующему:

$$\sigma - \sigma_0 = -\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{a_1} \cdot (1 - e^{-a_1 \cdot t})$$

(при регулировании со связью $\sigma_0 = -\delta \cdot \Delta v_0$).

Сравнивая полученное выражение с выражением параметра в случае регулирования по импульсу только от производной [уравнение (59)], мы видим, что эти выражения вполне идентичны. Эта идентичность является практически полной при значениях $\varphi = 4$, а с меньшим приближением уже при значениях $\varphi = 2$.

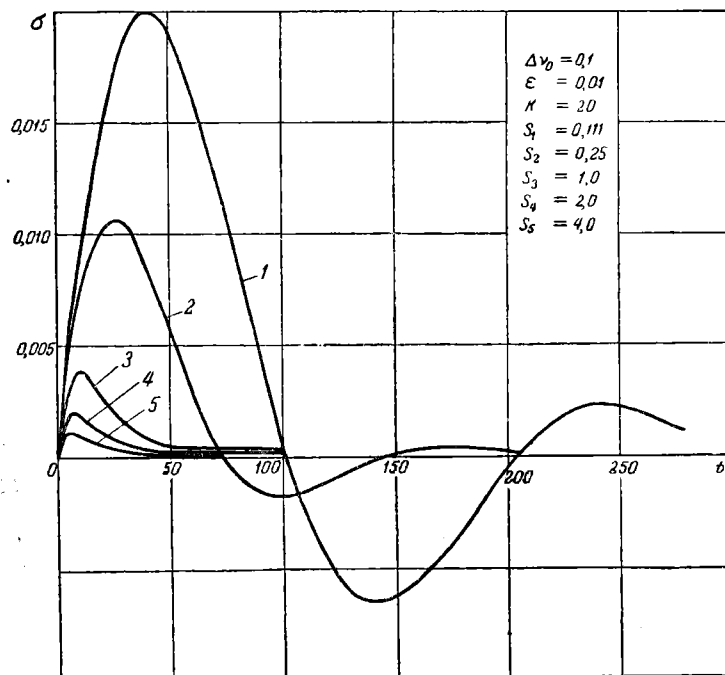
Таким образом, для регулирования с жесткой связью любые отклонения скорости закрытия от той ее величины, которая соответствует достижению граничного случая аperiodического протекания процесса, выводят процесс либо в область колебательного движения при одновременном увеличении отклонений параметра, либо растягивают течение процесса при сохранении величины максимальных отклонений параметра.

На фиг. 44 даны, так же как и на фиг. 43, пять кривых изменения регулируемого параметра при регулировании по параметру и его производной. Кривые также построены для различных приведенных скоростей регулирования, по величине тех же, что и на первом графике¹.

Первые две кривые дают снова течение процесса в виде затухающих колебаний; при этом увеличение приведенной скорости также влечет за собой увеличение степени затухания процесса — увеличение его стабильности при одновременном уменьшении максимальных за процесс регулирования отклонений параметра. Третья кривая дает течение процесса при достижении границы аperiodичности. Кривые четвертая и пятая, построенные для еще увеличенных скоростей закрытия, дают процесс, происходящий, так сказать, глубоко в области аperiodического его протекания. Эти кривые, как видно на графике, характеризуют дальнейшее улучшение качества процесса, так как при аperiodическом характере его течения процесс протекает по мере увеличения скорости с меньшими максимальными отклонениями параметра и без дополнительного его затягивания. Это явление легко объясняется тем, что в отличие от предыдущего случая регулирования со связью увеличение приведенной скорости закрытия при регулирова-

¹ Величина коэффициента масштаба производной подобрана из условия $k \cdot \varepsilon = \delta$, что дает одинаковые приведенные скорости при достижении границы аperiodичности процесса.

нии за счет производной всегда пропорционально увеличивает и максимально действительную (а не приведенную) скорость закрытия, обусловленную для этого случая равенством $s = s_0 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0$. Это и влечет уменьшение максимального за процесс регулирования отклонения параметра. Так как в этом случае регулирование ведется по суммарной кривой (параметр плюс его производная $\sigma + k \cdot \sigma'$), то, очевидно, момент выключения регулятора не наступает ранее выравнивания притока и стока¹.



Фиг. 44. Кривые влияния скорости регулирования на процесс регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра.

Таким образом, явление «растягивания» течения процесса, наблюдаемое в первом случае, здесь не имеет места. И так, процесс регулирования по суммарному импульсу отклонения параметра и его производной по мере увеличения скорости закрытия и за пределами достижения граничного случая аperiodического протекания по своим качествам улучшается как с точки зрения своей стабильности (углубляясь в область аperiodичности), так с точки зрения получения меньших максимальных отклонений параметра без затягивания своего тече-

¹ Момент выравнивания притока и стока совпадает с моментом достижения параметром своего максимального значения.

ния. Следует отметить еще следующее обстоятельство. При регулировании со связью увеличение степени связи при увеличении стабильности процесса, т. е. его степени затухания, одновременно приводит к увеличению отклонений параметра. Увеличение же коэффициента масштаба производной при регулировании за счет производной параметра приводит к увеличению стабильности процесса при одновременном уменьшении максимальных отклонений параметра за процесс регулирования¹. Это обстоятельство, очевидно, выгодно отличает второй процесс.

Наличие самовыравнивания в обоих случаях улучшает качество процесса регулирования, увеличивая его стабильность, т. е. коэффициент затухания [см. уравнение (35)]. Правда, при регулировании со связью на границе апериодичности протекания процесса, если эта граница определена при отсутствии самовыравнивания, учет самовыравнивания оказывается выводит процесс снова в область затухания из-за увеличения значения знаменателя выражения $\sqrt{1+\delta \cdot \rho}$. Но коэффициент затухания при этом оказывается очень близок к единице. Это обстоятельство ничтожно мало и уже при незначительных зонах нечувствительности регулятора делается почти незаметным. Однако, при достижении границы области апериодического течения процесса и далее внутри этой области при регулировании со связью максимальное отклонение параметра при увеличении степени самовыравнивания не уменьшается, так как оно всегда обусловлено произведением $\delta \cdot \Delta v_0$. При регулировании за счет производной наличие некоторой степени самовыравнивания и ее увеличение помимо увеличения стабильности процесса уменьшает возникающие в процессе регулирования максимальные отклонения параметра, так как последнее обусловлено суммой $\rho + \varepsilon \cdot k^*$. Это обстоятельство также служит к выгоде второго процесса.

¹ В области апериодического протекания процесса общий интеграл уравнения регулирования (28) имеет вид:

$$\sigma = C'_1 \cdot e^{w_1 \cdot t} + C'_2 \cdot e^{w_2 \cdot t};$$

так как в граничном случае $t=0$, $\sigma_0=0$ и $\sigma'_0 = \varepsilon \Delta v_0$, то $C'_1 = C'_2 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{w_1 - w_2}$, где w_1 и w_2 — корни характеристического уравнения (25),

$w_1 - w_2 = \sqrt{a_1^2 - 4a_2}$, где для рассматриваемого случая $a_1 = k \varepsilon \cdot s_0$ и $a_2 = \varepsilon \cdot s_0$.

Таким образом как увеличение скорости s_0 , так и тем более увеличение коэффициента масштаба k приводят к увеличению разности $w_1 - w_2$, т. е. к уменьшению значений постоянных C'_1 и C'_2 , а следовательно, и величины σ_m .

* Для этого случая значение коэффициента $a_1 = (\rho + s_0 \cdot k) \varepsilon$ и для σ_m вместо выражения (45) мы будем иметь выражение

$$\sigma_m(\rho \text{ и } k) = 0,74 \frac{\Delta v_0}{\rho + k \cdot s_0},$$

Для случая регулирования за счет связи при аperiodическом течении процесса уменьшение максимальных отклонений параметра требует уменьшения степени связи при одновременном увеличении приведенной скорости закрытия, для получения нужной величины действительной скорости регулирования [см. уравнения (38), (44) и график фиг. 43].

В области аperiodичности увеличение скорости регулирования при регулировании только за счет связи дает возможность одновременно уменьшить степень связи, тем самым уменьшить отклонение параметра, т. е. получить тот же эффект, что и при регулировании за счет производной параметра.

Процесс регулирования может вестись при наличии связи и одновременно импульсе по производной параметра. Такое применение обоих средств стабилизации процесса, очевидно, приводит к увеличению его степени затухания [см. уравнение (35)]. Максимальное отклонение параметра может быть легко найдено для численных значений характеристических величин процесса в любом случае. В граничном случае аperiodического течения процесса это максимальное отклонение параметра равно $\delta \cdot \Delta v_0$ для случая $\delta > \epsilon \cdot k$.

Если же $k \cdot \epsilon < \delta$, то максимальное отклонение параметра становится большим, чем соответствующее произведение $\delta \cdot \Delta v_0$, и может быть вычислено по уравнению

$$\sigma_m = 0,5 \cdot (k \cdot \epsilon - \delta) \cdot \Delta v_0 \cdot e^{\frac{1}{-k \cdot \sqrt{\epsilon \cdot s_0 - 1}}} + \delta \cdot \Delta v_0.$$

Эти условия для различных значений величин максимальных отклонений параметра получаются из следующих соображений.

Для уравнения (42) $\sigma = (C_1 + C_2 \cdot t) \cdot e^{\omega \cdot t}$ при δ и $k \neq 0$ из граничных условий при $t=0$ имеем $\sigma_0 = -\delta \cdot \Delta v_0$ и $\sigma'_0 = \epsilon \cdot \Delta v_0$, т. е.

$$C_1 = -\delta \cdot \Delta v_0 \text{ и } C_2 = \epsilon \cdot \Delta v_0 + \omega \cdot \delta \cdot \Delta v_0.$$

Так как для этого частного случая граничного аperiodического процесса $\omega_0 = -\frac{a_1}{2} = -\sqrt{a_2} = -\frac{s_0 \cdot (k \cdot \epsilon + \delta)}{2} = -\sqrt{\epsilon s_0}$, то время максимума

$$t_m = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot s_0} - \delta \cdot s_0}.$$

Это показывает, что при $\sqrt{\epsilon \cdot s_0} > \delta \cdot s_0$, т. е. при $k \cdot \epsilon > \delta$ время максимума имеет положительное реальное значение.

В случае же обратного соотношения ($\delta > k \cdot \epsilon$) время максимума равно 0.

Подставив время максимума (t_m) в уравнение (42) и принимая во внимание, что $\varphi = \frac{1}{2} \cdot (\delta + k \cdot \epsilon) \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\epsilon}} = 1$, можно легко найти максимальное значение параметра в граничном случае аperiodического течения процесса.

е) Сравнительный анализ издромного регулирования и регулирования с дополнительным импульсом о производной параметра

Сравнение этих способов регулирования представляет большой интерес, так как в обоих случаях мы имеем возмож-

ность регулирования с поддержанием постоянного и неизменного (без неравномерности) значения регулируемого параметра.

Для сравнения обоих этих способов регулирования, мы как и раньше, прежде всего попробуем оценить процесс регулирования на границе апериодического его протекания, причем для изотропного регулирования для наиболее выгодного случая границы апериодичности, который (см. ниже) имеет место при равенстве всех трех корней характеристического уравнения.

Для максимального отклонения параметра в граничном случае апериодичности при регулировании с дополнительным импульсом от производной параметра мы имеем следующее выражение:

по уравнению (46)

$$\sigma_{m(k)} = 0,37 \cdot \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}.$$

В случае же изотропного регулирования по уравнению (99) это выражение будет иметь вид:

$$\sigma_{m(l)} = 1,45 \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}}.$$

Таким образом, при одних и тех же приведенных скоростях регулирования в первом случае было бы в 4 раза меньшее отклонение параметра или при одних и тех же отклонениях параметра можно было бы иметь почти в 16 раз меньшую приведенную скорость закрытия. Однако, максимальные за процесс регулирования скорости закрытия, а они-то и являются действительными скоростями, нас интересующими, будут различаться значительно меньше.

Действительно, в случае регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра по уравнению (110) максимальная за процесс регулирования скорость выражается так:

$$s_{m(k)} = s_0 \cdot \varepsilon \cdot k \cdot \Delta v_0,$$

откуда

$$\sigma_{m(k)} = \frac{\varepsilon \Delta v_0^2}{1,35 \cdot s_{m(k)}}. \quad (111)$$

Для сравнения, как и раньше, мы заменим величину приведенной скорости закрытия s_0 , встречающуюся в выражениях для максимального отклонения параметра в случае изотропного регулирования, на соответствующее выражение для максимальной действительной скорости за процесс.

Для нахождения максимальной скорости необходимо найти максимум выражения ($\sigma - \sigma_3$). Для этого необходимо в

первую очередь найти общее выражение для заданного значения параметра. Общий интеграл уравнения регулирования для этого случая имеет вид:

$$\sigma_3 = (C_1 + C_2 \cdot t + C_3 \cdot t^2) \cdot e^{\omega_0 \cdot t},$$

откуда

$$\sigma_3' = (C_2 + 2 \cdot C_3 \cdot t) \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + \omega_0 \cdot (C_1 + C_2 \cdot t + C_3 \cdot t^2) \cdot e^{\omega_0 \cdot t}.$$

Так как в начальный момент при $t=0$ $\sigma_{03} = 0$ и $\sigma_{03}' = 0$, то $C_1 = C_2 = 0$.

Далее

$$\sigma_3'' = 2 \cdot C_3 \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + 4 \cdot t \cdot C_3 \cdot e^{\omega_0 \cdot t} + C_3 \cdot t^2 \cdot \omega_0^2 \cdot e^{\omega_0 \cdot t},$$

и так как

$$\sigma_{03}'' = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \delta \cdot s_0$$

на основании уравнения (67), при $t=0$ находим

$$C_3 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \delta \cdot s_0}{2}.$$

Таким образом, выражение общего интеграла нашего уравнения приобретает вид:

$$\sigma_3 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \delta \cdot s_0}{2} \cdot t^2 \cdot e^{\omega_0 \cdot t}. \quad (113)$$

Теперь легко найти общее выражение для величины регулирующего импульса. Оно будет:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_i = \sigma - \sigma_3 &= \varepsilon \cdot \Delta v_0 (t - \omega_0 \cdot t) e^{\omega_0 \cdot t} - \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \delta \cdot s_0}{2} \cdot t^2 \cdot e^{\omega_0 \cdot t}, \\ \Delta \sigma_i &= \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \left[1 - \left(\omega_0 + \frac{\delta \cdot s_0}{2} \right) \cdot t \right] \cdot t \cdot e^{\omega_0 \cdot t}. \end{aligned} \quad (114)$$

Из уравнения (91) и (95) следует, что

$$\sqrt{s_0} = \frac{0,77 \cdot 2\sqrt{\varepsilon}}{\delta},$$

тогда

$$\omega_0 + \frac{\delta \cdot s_0}{\varepsilon} = 0,31 \cdot \frac{\varepsilon}{\delta}$$

[принимая во внимание, что на основании равенства (79) $3\omega_0^2 = a_2 = \varepsilon \cdot s_0$].

Отсюда

$$\Delta\sigma_i = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \left(1 - 0,31 \frac{\varepsilon}{\delta} \cdot t\right) \cdot t \cdot e^{-0,89 \cdot \frac{\varepsilon}{\delta} \cdot t} \quad (115)$$

Теперь найдем максимум этого выражения:

$$\Delta\sigma'_i = e^{-0,89 \cdot \frac{\varepsilon}{\delta} \cdot t} - (0,31 - 0,31 + 0,89) \frac{\varepsilon}{\delta} \cdot t + 1 + 0,28 \left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^2 \times \\ \times t^2 = 0,$$

откуда

$$t_m = \frac{1,51 \cdot \frac{\varepsilon}{\delta} \pm \sqrt{1,51^2 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^2 - 1,21 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^2}}{0,56} = 0,86 \cdot \frac{\varepsilon}{\delta}.$$

Теперь

$$\Delta\sigma_{m(i)} = \varepsilon \cdot \Delta v_0 (1 - 0,86 \cdot 0,31) \frac{0,86}{\varepsilon/\delta} \cdot e^{-0,89 \cdot 0,86},$$

т. е.

$$\Delta\sigma_{m(i)} = 0,31 \cdot \delta \cdot \Delta v_0. \quad (116)$$

Так как по уравнениям (91) и (95)

$$\delta = \frac{0,77 \cdot 2 \cdot \sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{s_0}}, \quad \text{то} \quad s_0 = \frac{s_{m(i)}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot 0,483}}.$$

Тогда на основании уравнения (99) максимальное отклонение параметра в процессе регулирования будет иметь вид:

$$\sigma_{m(i)} = 1,45 \cdot \Delta v_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{1,44 \cdot s_{m(i)}}. \quad (117)$$

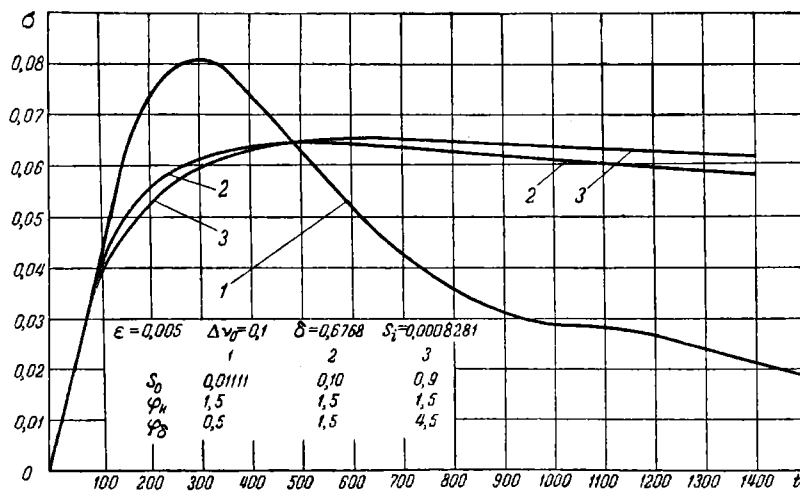
Сравнивая оба найденные выражения (111) и (117), мы находим, что для получения одного и того же отклонения параметра в обоих случаях нужно иметь почти одинаковые действительные максимальные скорости регулирования¹. Наоборот, при равных действительных скоростях регулирования в обоих случаях можно иметь почти одинаковые отклонения параметра.

Сравнение это, кроме того, показывает, что при соответствующем выборе постоянных регуляторов, т. е. его скорости закрытия, степени связи, времени изодрома и коэффициента масштаба, можно получить одинаковые качества процесса регулирования, в том числе и его оптимальную форму.

¹ $1,35 \cdot s_{m(k)} = 1,44 \cdot s_{m(i)}$, т. е. $s_{m(k)} = 1,07 \cdot s_{m(i)}$.

Продолжим наше сравнение обоих способов регулирования. При наличии возможности увеличения скоростей регулирования при регулировании с дополнительным импульсом от производной параметра, как мы уже видели выше (фиг. 44), процесс все время улучшается из-за соответствующего уменьшения максимального отклонения параметра при углублении в зону апериодичности и при сокращении времени успокоения.

При изодромном регулировании, как это показывают график фиг. 38 для зависимости степени затухания от функций $\varphi_{\delta(l)}$ и $\varphi_{K(l)}$ и кривые фиг. 45, стабильность процесса растет по мере увеличения приведенной скорости регулирования.



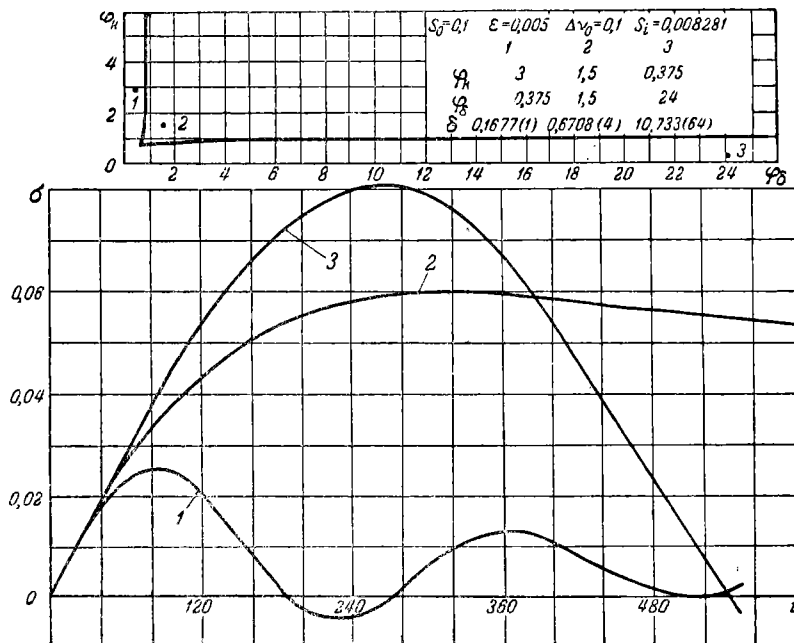
Фиг. 45. Кривые параметра при пропорциональной скорости изодромного регулирования с различными его скоростями.

На графике фиг. 45 приведенные скорости регулирования растут от кривой 1, кривой 2 и т. д., увеличиваясь при этом последовательно в 9 раз.

Кривая 2 дана для апериодического процесса вблизи границы апериодичности. Уменьшение скорости (кривая 1) выводит процесс в зону колебаний при одновременном увеличении выбега параметра. Увеличение же скорости ведет в лучшем случае лишь к растягиванию процесса во времени без увеличения выбега параметра. В худшем же помимо растягивания процесса растет еще и максимальное значение выбега параметра. Это имеет место потому, что при достаточном увеличении скорости регулирования уменьшается значение регулирующего импульса ($\sigma - \sigma_3$). Последнее обстоятельство влечет за собой уменьшение действительной (а не приведенной) скорости регулирования, что не говорит в пользу изодромного регулирования.

Увеличение степени связи сверх значения, нужного для получения частного случая границы аperiodического регулирования, очевидно, так же, как и при увеличении скорости, в лучшем случае лишь затягивает процесс (фиг. 46).

Рассмотрение фиг. 38 для зависимости степени затухания от функции $\varphi_{\delta(t)}$ и $\varphi_{k(t)}$ и кривых фиг. 46* показывает, что увеличение степени связи сначала увеличивает стабильность процесса. Однако, так как степень связи входит сомножителем в обе функции затухания ($\varphi_{\delta(t)}$ и $\varphi_{k(t)}$), причем в одной



Фиг. 45. То же, что фиг. 45, для разных степеней связи.

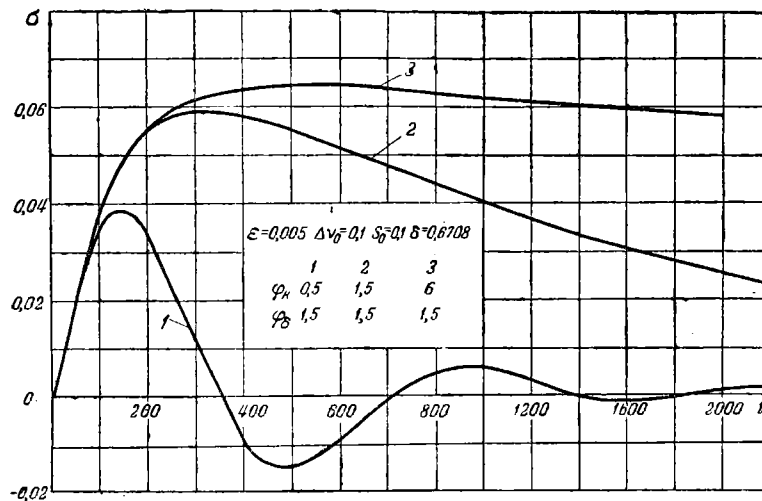
из них в числителе, а в другой — в знаменателе, то дальнейшее увеличение степени связи может снова вывести процесс в зону колебаний.

Кривые на фиг. 46 даны для увеличивающейся степени связи, начиная от кривой 1 и далее, увеличиваясь при этом последовательно в 4 и 64 раза. Как видно по этим кривым, по мере увеличения степени связи растет максимальный выбег параметра при одновременном затягивании протекания процесса во времени из-за уменьшения регулирующего импульса ($\sigma - \sigma_3$).

Наконец, увеличение времени изодрома, очевидно, растягивает процесс, а кроме того, увеличивает и отклонение параметра из-за уменьшения действительных скоростей ре-

гулирования (в этом случае кривая заданного значения параметра идет более круто). Это ясно из рассмотрения функции $\varphi_{k(t)}$. Уменьшение этого времени переводит процесс в зону колебаний, хотя при этом несколько сокращается максимальный выбег параметра.

Последние утверждения иллюстрируются кривыми фиг. 47. Здесь время изодрома у кривой 1 в 9 раз меньше, чем у кривой 2, соответствующей аperiodическому регулированию вблизи границы аperiodичности. В кривой же 3 — в 16 раз больше, чем в кривой 2.



Фиг. 47. То же, что фиг. 45, для разных времен изодрома.

Увеличение же коэффициента масштаба при регулировании с дополнительным импульсом по производной параметра (см. кривые фиг. 64), роль которого в процессе регулирования соответствует роли времени изодрома, только улучшает процесс, углубляя его в зону аperiodичности при одновременном снижении отклонений параметра.

Такие результаты сравнения заставляют отдать предпочтение регулированию с дополнительным импульсом от производной параметра, по крайней мере для разбираемого здесь случая идеализированной системы регулирования в случае применения пропорциональной скорости закрытия.

При достаточном углублении в зону аperiodичности процесс регулирования с упругой связью протекает практически так же, как процесс при наличии дополнительного импульса от производной параметра и достаточно точно выражается уравнением 2-го процесса.

Уравнение регулирования, представленное в форме уравнения (92), дает возможность оценить значение функции $\varphi_{\delta(t)}$ и $\varphi_{k(t)}$, при которых

процесс регулирования с практически достаточной точностью может быть выражен уравнением 2-го порядка. Действительно, достаточно большое значение функции $\varphi_{k(i)}$ немедленно приведет уравнение к уже данному нами виду [см. уравнение (69)].

Это возможно, если в коэффициенте при второй производной $\left[a_1 = \frac{\epsilon}{\delta} \cdot \left(4 \cdot \varphi_{\delta(i)}^2 + \frac{1}{\varphi_{k(i)}} \right) \right]$ может быть отброшен его второй член. Если значение $\varphi_{k(i)}^2$ не менее единицы и $\varphi_{\delta(i)}^2$ более четырех, то откидывание второго члена суммы изменит значение всего коэффициента a_1 на величину, не превышающую 0,3%, а при значении $\varphi_{\delta(i)} = 2$ — на величину, не превышающую 2%*. При таких значениях этих функций, как видно из графика фиг. 38, процесс лежит в области аперiodичности.

Все вышесказанное не позволяет, однако, сделать вывода, что при регулировании со связью нельзя добиться того же качества протекания процесса, что и при регулировании за счет производной параметра, в рассматриваемом случае идеализированного регулирования, без наличия запаздывания импульса. Действительно, оба способа регулирования позволяют получить процесс протекающим вполне аперiodически при любом максимальном отклонении параметра, обусловленным технологически и технически возможными условиями для получения нужных максимальных скоростей закрытия. Для регулирования за счет производной это ясно из предыдущего изложения и из кривых на фиг. 44, причем уменьшение максимальных отклонений параметра может быть осуществлено за счет увеличения действительной скорости закрытия как путем увеличения приведенной скорости, так и путем увеличения коэффициента масштаба.

7. РЕГУЛИРОВАНИЕ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ¹

Переходя к исследованию процесса регулирования при наличии постоянной скорости закрытия регулирующего органа, мы должны снова обратиться к уравнению (22).

При наличии постоянной скорости закрытия абсолютная величина регулирующего импульса, очевидно, не оказывает влияния на процесс регулирования.

При этом следует иметь в виду, что в процессе регулирования скорость ($\mu' = -s$) меняет знак после каждого полу-

* Более детальное исследование этого вопроса сделано доц. Е. Г. Дудниковым в его работе: „О некоторых особенностях регулирования с жесткой и упругой обратной связью“. Труды Московского ордена Ленина энергетического института им. В. М. Молотова, Госэнергоиздат, 1948 г. „Автоматизация тепловых процессов“.

¹ Основным материалом для начала этой главы и для параграфа „Регулирование при наличии самовыравнивания“ послужила работа Е. Г. Дудникова, „Введение в теорию непрерывного регулирования с постоянной скоростью закрытия“, опубликованная в журнале „Автоматика и телемеханика“, № 6, 1939 г.

риода, т. е. каждый раз, как регулирующий импульс становится равным нулю, если при этом остается в наличии возмущающее воздействие Δv , т. е. если существует разность между притоком и стоком. При этом знак скорости всегда противоположен знаку возмущающего воздействия (при регулировании притока). При наличии обратной связи заданное значение параметра σ_3 меняется независимо от значения регулирующего импульса, так как положение регулирующего органа меняется с постоянной скоростью, опять-таки независимо от величины регулирующего импульса.

Начало же каждого последующего полупериода, т. е. момент перемены знака скорости закрытия, зависит от закономерности изменения регулирующего импульса. Таким образом, момент изменения знака скорости регулирования зависит как от степени связи δ , так и от коэффициента масштаба k производной параметра.

Таким образом, уравнение (22) переписется в виде

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma' \pm \varepsilon \cdot s = 0, \quad (118)$$

где знак скорости $\pm s$ меняется в каждом последующем полупериоде.

Так как

$$\frac{\sigma''}{\sigma' \pm \frac{s}{\rho}} = -\varepsilon \cdot \rho,$$

откуда

$$\sigma' \pm \frac{s}{\rho} = C_1 \cdot e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t}.$$

Значение C_1 легко определить, так как при $t=0$ $\sigma'_0 = \pm \varepsilon \cdot \Delta v_0$, следовательно:

$$C_1 = \pm \varepsilon \cdot \Delta v_0 \pm \frac{s}{\rho}$$

и

$$\sigma' = \pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \frac{s}{\rho} \right) \cdot e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \mp \frac{s}{\rho}. \quad (119)$$

Интегрируя это уравнение, мы имеем:

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} d\sigma = \int \left[\pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \frac{s}{\rho} \right) \cdot e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \mp \frac{s}{\rho} \right] \cdot dt + C_2,$$

$$\sigma - \sigma_0 = \mp \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \frac{s}{\rho}}{\varepsilon \cdot \rho} \cdot e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \mp \frac{s}{\rho} \cdot t + C_2,$$

так как при $t=0$ и $\sigma-\sigma_0=0$, то

$$C_2 = \pm \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \frac{s}{\rho}}{\varepsilon \cdot \rho}$$

и

$$\sigma - \sigma_0 = \pm \left(\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \frac{s}{\rho}}{\varepsilon \cdot \rho} \right) \cdot (1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t}) \mp \frac{s}{\rho} \cdot t$$

или, считая, как и ранее, $\sigma_0=0$:

$$\sigma = \pm \left(\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0 + \frac{s}{\rho}}{\varepsilon \cdot \rho} \right) \cdot (1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t}) \mp \frac{s}{\rho} \cdot t. \quad (120)$$

В том случае, если регулирование проводится на участке, не обладающем практически заметным самовыравниванием, т. е. если можно положить $\rho=0$, то уравнение (22) переходит в уравнение

$$\sigma'' \pm \varepsilon \cdot s = 0. \quad (121)$$

Интегрируя это уравнение, имеем:

$$\sigma' = \mp \varepsilon \cdot s \cdot t + C_1,$$

так как при $t_0=0$ $\sigma'_0 = \pm \varepsilon \cdot \Delta v_0$,

то

$$C_1 = \varepsilon \cdot \Delta v_0$$

и

$$\sigma' = \pm (\varepsilon \cdot \Delta v_0 - \varepsilon \cdot s \cdot t). \quad (122)$$

Интегрируя полученное равенство, имеем:

$$\sigma - \sigma_0 = \pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t \mp \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 \right) + C_2,$$

и так как при $t=0$ и $\sigma-\sigma_0=0$, то $C_2=0$, т. е.

$$\sigma - \sigma_0 = \pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t \mp \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 \right)$$

или (при $\sigma_0=0$)

$$\sigma = \pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t \mp \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 \right). \quad (123)$$

Для определения поведения параметра в последующие полупериоды работы, очевидно, можно пользоваться уже выведенными нами уравнениями, заменяя в них начальное

возмущение Δv_0 возмущением начальным для каждого рассматриваемого полупериода — Δv_n . Таким образом, в общем виде выведенные нами уравнения будут иметь вид:

$$\sigma - \sigma_{0n} = \pm \left[\left(\frac{\Delta v_n}{\rho} + \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \right) \cdot \left(1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \right) - \frac{s}{\rho} \cdot t \right]$$

$$\sigma - \sigma_{0n} = \pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_n \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t \right). \quad (124)$$

При этом следует иметь в виду, что значение σ_{0n} может быть переменным в случае, если регулирующий импульс зависит и от производной параметра или если регулирование ведется с жесткой обратной связью.

Пользуясь только что полученными уравнениями, мы можем теперь проанализировать процесс регулирования с постоянной скоростью закрытия, определив основные характеризующие его величины, т. е. степень затухания и максимальное возможное в течение процесса отклонение параметра от заданного значения его.

Вычисление степени затухания при регуляторах, работающих с постоянной скоростью закрытия, осложняется тем обстоятельством, что приведенные выше уравнения регулирования (120) и (123) действительны лишь на протяжении одного полупериода, причем конечной абсциссой этого полупериода задаются начальные условия следующего полупериода. Таким образом, определить эти начальные условия для данного полупериода можно только, решив предварительно уравнения для предыдущих полупериодов, начиная с первого.

В каждом из отдельных полупериодов знак скорости меняется, а величина импульса в начале и конце каждого полупериода делается равной нулю. Таким образом, абсцисса начала каждого следующего полупериода определяется пересечением с осью абсцисс регулировочной кривой, т. е. кривой импульса.

Общее выражение, определяющее величину импульса, может быть написано так:

$$\text{импульс} = \sigma + k \cdot \sigma' - \sigma_3.$$

Здесь величины σ и σ' определяются уравнениями (119), (120), (122) и (123), а заданное значение параметра σ_3 легко найти, пользуясь основным выражением, определяющим степень связи [(12) и (23)], т. е.

$$\delta = -\frac{d\sigma_3}{d\mu} \text{ или же } -\delta \cdot \mu' = \delta \cdot s = \sigma_3',$$

откуда при постоянной скорости регулирования ($s = \text{const}$)

$$\Delta \sigma_3 = \pm \sigma \cdot s \cdot \ell.$$

Если, как и всегда, принять значение параметра в начальной точке процесса равным нулю, то

$$\sigma_3 = \pm \delta \cdot s \cdot t. \quad (125)$$

Очень удобно при решении этих уравнений пользоваться графо-аналитическим методом, в этом случае в самом построении графика процесса искомые решения получаются весьма просто и наглядно. Графическая интерпретация уравнений регулирования помогает, кроме того, усвоить физическую сущность описываемого этими уравнениями процесса регулирования. Поэтому в дальнейшем решение полученных уравнений будет сопровождаться графической интерпретацией их.

Нахождение степени затухания в общем виде является весьма громоздкой задачей и, что существенно важно, точные выражения для степени затухания не могут быть получены наглядными. С другой стороны, как это было уже указано выше, при необходимости введения связи или добавочного импульса по производной параметра вряд ли при расчете имеет смысл учитывать еще и влияние степени самовыравнивания. Поэтому в дальнейшем ограничимся разбором лишь некоторых частных случаев.

а) Регулирование с жесткой связью

Начнем разбор со случая регулирования участков без самовыравнивания регуляторами с жесткой обратной связью, полагая степень самовыравнивания регулируемого участка $\rho = 0$.

В этом случае процесс описывается уравнениями (123) и (125)

$$\sigma = \pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_n \cdot t - \varepsilon \cdot s \cdot \frac{t^2}{2} \right),$$

$$\sigma_3 = \pm \delta \cdot s \cdot t,$$

причем в случае отсутствия связи, т. е. если $\delta = 0$, $\sigma_3 = 0$ и 2-е уравнение отсутствует.

Графики процесса даны на фиг. 48 и 49, причем первый из них дан для случая $\delta = 0$, а второй — для случая $\delta \neq 0$.

Для того чтобы определить, затухает ли данный процесс, а если затухает, то как быстро, мы должны знать по меньшей мере три последовательных амплитуды колебания.

В случае, если $\delta = 0$, заданное значение регулируемого параметра остается постоянным в процессе регулирования.

Значение первой амплитуды легко находится, дифференцируя уравнение (123): $\sigma' = \varepsilon \cdot \Delta v_0 - \varepsilon \cdot s \cdot t$, так как $\Delta v_n = \Delta v_0$, отсюда параметр достигает максимума ($\sigma' = 0$) по истечении времени

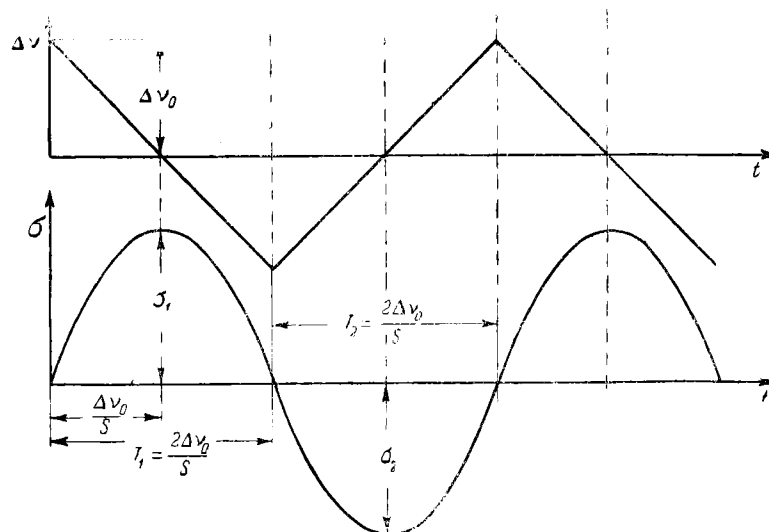
$$t_m = \frac{\Delta v_0}{s} \quad (126)$$

и, следовательно,

$$\sigma_m = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} \quad (127)$$

Абсцисса (t_1) пересечения линией параметра заданного значения его определяется из равенства

$$\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t_1 - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t_1^2 = 0$$



Фиг. 48. График процесса регулирования с постоянной скоростью без самовыравнивания, без связи и добавочного импульса от производной параметра.

при условии, если $t_1 \neq 0$, тогда

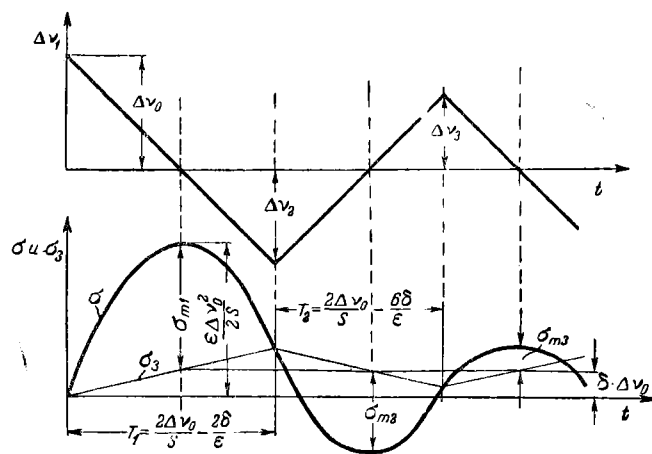
$$t_1 = \frac{T}{2} = \frac{2\Delta v_0}{s}; \quad (128)$$

так как при постоянной скорости закрытия изменение степени протекания через регулирующий орган пропорционально времени, то для определения остаточного возмущения Δv_2 имеем:

$$\Delta v_2 = \Delta v_0 - s \cdot \frac{T}{2} = \Delta v_0 - s \cdot t_1 = -\Delta v_0, \quad (129)$$

т. е. новое возмущающее воздействие второго полупериода равно первоначальному по абсолютной величине и противоположно по знаку. Отсюда очевидно и без дальнейших вычислений, что амплитуда второго полупериода по абсолютной величине также равна амплитуде первого полупериода. Продол-

жая это рассуждение, мы видим, что при отсутствии связи в случае регулирования участков, не обладающих самовыравниванием, процесс регулирования представляет собой незатухающий колебательный процесс с постоянными амплитудами. Абсолютная величина последних дана уравнением (127), а значение полупериода — уравнением (128). Изменение регулируемого параметра изображается волнистой непрерывной линией, составленной из одностипных сопряженных друг с другом парабол. График же изменения возмущающего воздействия представляет собою ломаную линию, составленную



Фиг. 49. График процесса регулирования с постоянной скоростью без самовыравнивания, но со связью.

из отрезков прямой, амплитуды этой ломаной — также одинаковы в течение всего процесса и равны Δv_0 .

Степень затухания процесса, очевидно, равна нулю:

$$\psi = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_m} = 1 - 1 = 0.$$

Отличие процесса регулирования при наличии обратной связи ($\delta \neq 0$) от только что разобранный процесс регулирования без связи ($\delta = 0$) заключается в том, что одновременно с колебаниями регулируемого параметра σ при помощи регулятора искусственно возбуждаются колебания заданного значения регулируемого параметра σ_3 . Это вспомогательное колебание возбуждается таким образом, что регулирующий импульс, обусловленный в данном случае разностью $\sigma - \sigma_3$, уменьшается по сравнению с предыдущим случаем ($\sigma_3 = 0$), благодаря чему точка реверсии в работе регулятора приближается к начальному моменту процесса, создавая, таким образом, затухающий колебательный характер его.

Точки пересечения линии вспомогательного колебания с линией основного колебания (t_1, t_2 и т. д.), т. е. точки пересечения с осью абсцисс регулировочной кривой, являются точками, в которых происходит изменение направления скорости закрытия, т. е. изменение направления работы регулятора. Таким образом, расстояние между ними представляет собой время полупериода колебаний.

Время первого максимума, очевидно, вычисляется так же, как и в только что разобранным случае, а именно:

$$t_{m1} = \frac{\Delta v_0}{s}.$$

Максимальное отклонение параметра от первоначального своего значения определяется, следовательно, уравнением (127). Однако, вследствие возбуждения вспомогательных колебаний значение параметра колеблется теперь уже не около первоначального своего значения, а какого-то нового, значение которого зависит от выбора степени связи δ и скорости закрытия s .

Абсциссу t_1 точки пересечения вспомогательного колебания σ_3 с основным колебанием находим из условия равенства нулю регулирующего импульса

$$\sigma - \sigma_3 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t_1 - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t_1^2 - \delta \cdot s \cdot t_1 = 0.$$

Отсюда, отбрасывая решение $t_1 = 0$, имеем:

$$t_1 = \frac{2}{\varepsilon \cdot s} \cdot (\varepsilon \cdot \Delta v_0 - \delta \cdot s). \quad (a)$$

Величина возмущающего воздействия для второго полупериода Δv_2 также легко находится:

$$\begin{aligned} \Delta v_2 &= \Delta v_1 - s \cdot t_1 = \Delta v_0 - s \left[\frac{2}{\varepsilon \cdot s} \cdot (\varepsilon \cdot \Delta v_0 - \delta \cdot s) \right], \\ \Delta v_2 &= - \left(\Delta v_0 - \frac{2\delta s}{\varepsilon} \right). \end{aligned} \quad (б)$$

Амплитуда второго полупериода, очевидно, равна:

$$\begin{aligned} \sigma_{m2} &= - \left(\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_2^2}{2 \cdot s} - \delta \cdot \Delta v_2 \right) = - \left[\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} - \delta \cdot \Delta v_0 \cdot (2n-1) + \right. \\ &\left. + \frac{2\delta^2 \cdot s}{\varepsilon} \cdot (n-1) \cdot n \right] = - \left[\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} - 3 \cdot \delta \cdot \Delta v_0 + \frac{4 \cdot \delta^2 \cdot s}{\varepsilon} \right]. \end{aligned}$$

Длительность второго полупериода

$$\frac{T_2}{2} = \frac{2\Delta v_2}{s} - \frac{2\delta}{\varepsilon} = \frac{2\Delta v_0}{s} - \frac{6 \cdot \delta}{\varepsilon}. \quad (в)$$

Далее мы уже по аналогии можем легко написать выражения для возмущающего воздействия Δv_n , амплитуды $\sigma_{m(n)}$ и продолжительности T_n любого n -го полупериода

$$\left. \begin{aligned} |\Delta v_n| &= \left| \Delta v_{n-1} - \frac{2\delta s}{\epsilon} \right| = \left| \Delta v_0 - \frac{2\delta \cdot s \cdot (n-1)}{\epsilon} \right|, \\ |\sigma_{m(n)}| &= \left| \frac{\epsilon \cdot \Delta v_n^2}{2 \cdot s} - \delta \cdot \Delta v_n \right| = \left| \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} - \delta \cdot \Delta v_0 (2n-1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 \cdot \delta^2 \cdot s}{\epsilon} (n-1) \cdot n \right| < |\sigma_{m(n-1)}|, \\ \frac{T_n}{2} &= \frac{2 \cdot \Delta v_{n-1}}{s} - \frac{2\delta}{\epsilon} = \frac{2 \Delta v_0}{s} - \frac{2 \cdot (2n-1)}{\epsilon} \cdot \delta \end{aligned} \right\} \quad (\text{г})$$

Максимальное отклонение, отсчитанное от нового заданного значения параметра (значения, имеющего место после установления нового состояния равновесия), имеет вид

$$\sigma_m = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} - \delta \cdot \Delta v_0, \quad (\text{д})$$

где величина $\delta \cdot \Delta v_0$ как раз и дает отклонение заданного значения $\Delta \sigma_3$ параметра до возмущения по сравнению с таковым же после успокоения процесса регулирования, таким образом:

$$\Delta \sigma_3 = \delta \cdot \Delta v_0. \quad (\text{е})$$

Пользуясь уравнениями (г), легко найти и степень затухания процесса регулирования. Действительно,

$$\psi = \frac{\sigma_{m1} - \sigma_{m3}}{\sigma_{m1}} = \frac{4 \cdot \delta \cdot \Delta v_0 - \frac{12 \cdot \delta^2 \cdot s}{\epsilon}}{\frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} - \delta \cdot \Delta v_0} = \frac{8 \cdot \delta \cdot s}{\epsilon \cdot \Delta v_0} \cdot \left(1 - \frac{\delta \cdot s}{\epsilon \cdot \Delta v_0 - 2\delta \cdot s} \right).$$

Таким образом,

$$\psi = \frac{8 \cdot \delta \cdot s}{\epsilon \cdot \Delta v_0} \cdot \left(1 - \frac{\delta \cdot s / \epsilon \cdot \Delta v_0}{1 - 2\delta s / \epsilon \cdot \Delta v_0} \right) = 2\varphi_\delta^* \cdot \left(\frac{2 - \varphi_\delta^*}{3 - \varphi_\delta^*} \right), \quad (130)$$

где выражение

$$\varphi_\delta^* = \frac{6 \cdot \delta \cdot s}{\epsilon \cdot \Delta v_0} \quad (131)$$

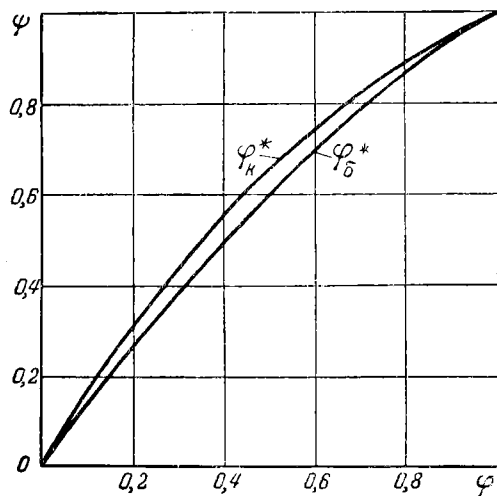
может быть названо фактором, обуславливающим затухание, или просто фактором затухания.

График зависимости $\psi = f(\varphi_\delta^*)$ дан на фиг. 50.

Фактор затухания φ_δ^* играет в рассматриваемом случае ту же роль, какую при регулировании с пропорциональной

скоростью играет коэффициент затухания φ_δ . Действительно степень затухания $\psi = 0$, когда $\varphi_\delta^* = 0$ и $\psi = 1$, когда $\varphi_\delta^* = 1$.

Как видно из уравнения (130) и графика, степень затухания в рассматриваемом случае, т. е. при регулировании участков, не обладающих самовыравниванием регуляторами с постоянной скоростью закрытия и жесткой обратной связью, зависит от величины возмущающего воздействия Δv_n и, следовательно, увеличивается по мере уменьшения остаточного воз-



Фиг. 50. График зависимости степени затухания от его коэффициента при постоянной скорости закрытия в отсутствие самовыравнивания.

будет равна единице ($\psi = 1$). В этом случае

$$\varphi_\delta^* = 1.$$

Таким образом, за условие аperiodичности протекания процесса регулирования следует принять условие

$$\frac{6 \cdot \delta \cdot s}{\varepsilon \cdot \Delta v_0} \geq 1$$

или

$$6 \cdot \delta \cdot s \geq \varepsilon \cdot \Delta v_0. \quad (132)$$

Отсюда очевидно, что для скорейшего достижения аperiodичности следует увеличивать степень связи и скорость закрытия. Этого достигнуть можно тем легче, т. е. при меньших скоростях и неравномерностях, чем меньше чувствительность регулируемого участка и первоначальное воз-

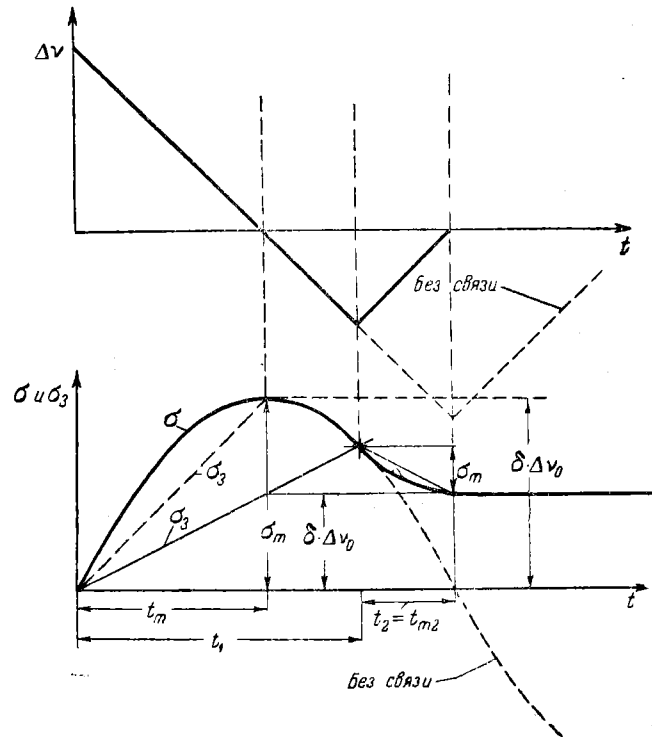
мушающего воздействия. Таким образом, в идеализированном случае (а именно этот случай все время и рассматривается) процесс регулирования по истечении некоторого времени с момента возмущения должен затухать полностью, т. е. процесс регулирования должен под воздействием регулятора приходиться в состояние покоя.

Процесс регулирования будет уже протекать аperiodически, если степень затухания процесса

мушение. Физическая картина протекания процесса в частном случае аperiodического процесса регулирования дана на фиг. 51 при

$$\varepsilon \Delta v_0 = 2 \delta \cdot s.$$

В этом последнем случае пересечение линий основного σ и вспомогательного σ_3 колебания произойдет в вершине параболы первого полупериода. При этом, как видно и из фиг. 51, время протекания процесса регулирования будет наименьшим.



Фиг. 51. График процесса регулирования с постоянной скоростью без самовыравнивания, но со связью в граничных случаях аperiodичности его течения.

Условие $\varepsilon \Delta v_0 = 2 \delta \cdot \varepsilon$ для получения частного случая аperiodического регулирования легко получить из следующих соображений. В вершине параболы будет максимум отклонения параметра. Время максимума $t_m = \frac{\Delta v_0}{s}$. За это время заданное значение параметра σ_3 достигнет той же величины максимума. Следовательно,

$$\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} = \delta \cdot s \frac{\Delta v_0}{s} = \delta \cdot s \cdot t_m,$$

откуда после сокращения легко получается условие

$$\frac{2\delta \cdot s}{\epsilon \Delta v_0} = 1. \quad (133)$$

В частном случае аperiodического движения, если $\epsilon \Delta v_0 = 2 \cdot \delta \cdot s$, отклонение параметра за пределы неравномерности регулирования вообще не может иметь места, а отклонение параметра от своего значения, имевшего место до наступления первоначального возмущающего воздействия, выражается уравнением

$$\Delta \sigma = \delta \cdot \Delta v_0. \quad (134)$$

При сравнении различных способов регулирования с жесткой обратной связью, как будет показано ниже, целесообразно рассматривать как раз этот частный случай аperiodического регулирования для участков, не обладающих саморавнованием.

В другом частном случае аperiodического регулирования, изображенном на фиг. 51, кривая параметра достигает своего нового заданного значения в момент выравнивания притока и стока во втором полупериоде, т. е. в момент времени, соответствующий второму максимуму. Для этого момента времени

$$\sigma_{t1} + \sigma_{t2} - \sigma_3 = 0$$

или же

$$\epsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t - \frac{\epsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 + \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} - \delta \cdot \Delta v_0 = 0.$$

Так как по уравнению (а)

$$t_1 = \frac{2\Delta v_0}{s} - \frac{2 \cdot \delta}{\epsilon},$$

то после подстановки будет:

$$\frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} - \frac{4 \cdot \delta^2 \cdot s}{\epsilon} - 3 \cdot \delta \cdot \Delta v_0 = 0 \quad \text{или} \quad \frac{4 \cdot \delta \cdot s}{\epsilon \cdot \Delta v_0} = 1. \quad (135)$$

Как будет показано ниже, этот второй случай аperiodического регулирования может считаться оптимальным видом протекания процесса регулирования.

В заключение рассмотрим вопрос о протекании процесса регулирования в том случае, если условие, соответствующее первому частному случаю аperiodичности процесса, заведомо выполнено, т. е. если

$$\Delta v_0 < \frac{2 \cdot \delta \cdot s}{\epsilon}.$$

Это условие может иметь место достаточно часто и при затухающем процессе, а именно в его конечном полупериоде, если

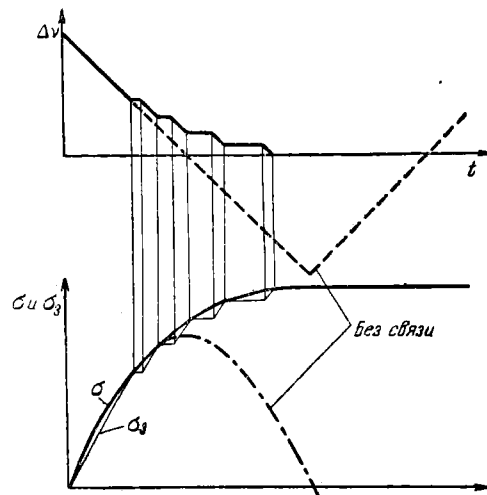
$$\Delta v_n < \frac{2\delta \cdot s}{\varepsilon}.$$

Графически этот случай изображен на фиг. 52. Ввиду того что графически недостаточно наглядно и технически трудно осуществить построение этого процесса для идеального регулятора с нулевой зоной нечувствительности, построение на фиг. 52 сделано для регулятора с небольшой постоянной шириной

зоны нечувствительности. Как видно из графика, условие равенства текущего и заданного значений параметра ($\sigma - \sigma_3 = 0$) в данном случае выполняется уже ранее, т. е. регулятор выключается вследствие действия обратной связи еще до достижения равенства притока и стока. Так как в этот момент времени сток все еще больше притока, то регулируемый параметр продолжает уменьшаться, опять включая регулятор в прежнем направлении. Включение регулятора вызывает действие обратной связи, вследствие чего регулятор снова выключается через известный промежуток времени и т. д.

Таким образом, в результате создавшихся условий регулятор переходит на прерывистую работу или переходит на работу в «пульсирующем» режиме, причем по мере приближения регулируемого параметра к заданному его значению для данной нагрузки регулируемого участка длительность периодов простоя регулятора все увеличивается, а периоды работы становятся, наоборот, все короче и регулируемый параметр постепенно приближается к заданному значению.

Очевидно, что с момента перехода регулятора фактически на прерывистую работу, какова бы ни была постоянная скорость s , действительная скорость регулирования (подсчитываемая как средняя за отдельные небольшие участки вре-



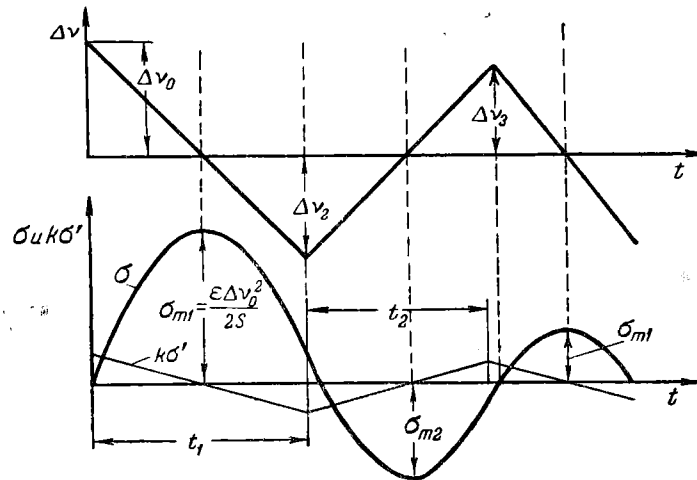
Фиг. 52. График процесса регулирования с постоянной скоростью без самовыравнивания, но со связью в области за границей аperiodичности.

мени) не может быть больше действительной скорости изменения параметра.

В том случае, если $\delta \cdot s > \varepsilon \cdot \Delta v_0$ (или $\varepsilon \Delta v_n$), практический переход регулирования в пульсирующем режиме будет иметь место с самого начала описываемого процесса. В этом случае фактически регулирование будет совершаться со скоростью, пропорциональной скорости изменения параметра или вернее регулирующего импульса. Таким образом, и здесь, так же как в случае регулирования с пропорциональной скоростью, при достаточном углублении в зону апериодичности процесс будет совершаться как бы под влиянием только производной параметра, т. е. процесс регулирования фактически будет тем же.

б) Регулирование с дополнительным импульсом от производной параметра

Обратимся теперь к разбору другого частного случая регулирования с постоянной скоростью закрытия, к случаю ре-



Фиг. 53. График процесса регулирования с постоянной скоростью без самовыравнивания, но с добавочным импульсом от производной параметра.

гулирования по суммарному импульсу от параметра и от его производной, также при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке ($\rho = 0$). В этом случае регулирующий импульс будет равен $\sigma + k \cdot \sigma'$.

Для нахождения степени затухания процесса применим здесь тот же графо-аналитический метод, что и в предыдущем случае (фиг. 53). В первую очередь надо найти абсциссу (время) точки первой реверсии регулятора. Это легко опре-

делить из условия равенства нулю регулирующего импульса, т. е. равенства нулю в точке реверсии суммы значений параметра и его производной (умноженной на коэффициент масштаба), т. е.

$$\sigma_{t_1} \mp k \cdot \sigma'_{t_1} = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t_1 - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t_1^2 + k \cdot \varepsilon (\Delta v_0 - s \cdot t_1) = 0, \quad (136)$$

так как значение параметра в каждой данной точке выражается уравнением

$$\sigma = \pm \varepsilon \cdot \Delta v_n \cdot t \mp \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2,$$

а значение его производной

$$\sigma' = (\pm \Delta v_n \mp s \cdot t) \cdot \varepsilon.$$

Раскрывая уравнение (136) и решая его относительно t_1 , имеем:

$$t_1 = \frac{(\Delta v_0 - k \cdot s) + \sqrt{(\Delta v_0 - k \cdot s)^2 + 2ks\Delta v_0}}{s}$$

или

$$t_1 = \frac{(\Delta v_0 - k \cdot s) + \sqrt{\Delta v_0^2 + k^2 \cdot s^2}}{s}. \quad (a)^*$$

Так как скорость регулирования и в этом частном случае постоянна, то возмущающее воздействие, определяющее течение процесса во втором полуколебании, попрежнему по уравнению (129) выражается так:

$$\Delta v_2 = \Delta v_0 - s \cdot t_1$$

и, следовательно, для Δv_2 мы имеем:

$$\Delta v_2 = k \cdot s - \sqrt{\Delta v_0^2 + k^2 \cdot s^2}. \quad (б)$$

Для получения же значения σ_{m_3} необходимо предварительно определить величину возмущающего воздействия, под влиянием которого совершается третье полуколебание, т. е. величину Δv_3 . Оно равно:

$$\Delta v_3 = \Delta v_2 - s \cdot t_2,$$

где t_2 — время второй точки реверсии регулятора. Эта последняя (фиг. 53) может быть по аналогии с предыдущим определена из равенства нулю выражения суммы

* Перед корнем удерживается только знак (+), так как отрицательное значение времени t_1 , очевидно, не имеет смысла.

значений параметра и его производной ($\sigma_{2t} + k \cdot \sigma'_{t2}$) в точке второй реверсии, т. е.

$$\sigma_{t2} + k \cdot \sigma'_{t2} = \varepsilon \cdot \Delta v_2 \cdot t_2 + \frac{\varepsilon s}{2} \cdot t_2^2 + k \cdot \varepsilon \cdot s \cdot t_2. \quad (в)$$

Последнее выражение получается при замене линии, действительно соответствующей производной, линией, ей симметричной по отношению к оси времени в точке пересечения с ней. При этом надо иметь в виду, что во втором полуколебании знак скорости изменился. Отсюда

$$t_2 = -\frac{2 \cdot (\Delta v_2 + k \cdot s)}{s} = 2 \cdot t_1 - \frac{2 \cdot (\Delta v_0 + k \cdot s)}{s}. \quad (г)*$$

Заменяя в полученном выражении значение времени t_1 из уравнения (а), мы можем получить выражение для времени t_2 и в другой форме, а именно:

$$t_2 = \frac{2 \cdot (-2 \cdot k \cdot s + \sqrt{\Delta v_0^2 + k^2 \cdot s^2})}{s}. \quad (д)$$

Заменяя теперь в выражении для третьего возмущающего воздействия значения Δv_2 , t_1 и t_2 , из уравнений (а), (б) и (д), будем иметь:

$$\Delta v_3 = \Delta v_0 - s \cdot (t_1 - t_2) \quad (137)$$

или

$$\Delta v_3 = -3 \cdot k \cdot s + \sqrt{\Delta v_0^2 + k^2 \cdot s^2}. \quad (е)$$

Имея теперь нужные нам выражения для вспомогательных величин, мы можем вывести выражение и для амплитуды третьего полуколебания. Это последнее равно выражению $\sigma_{m3} = \frac{\varepsilon \Delta v_3^2}{2 \cdot s}$ при отсчете от значения параметра соответствующего точке второй реверсии, т. е. значения параметра в точке, отстоящей от начала процесса на время $(t_1 + t_2)$. Таким образом, выражение для σ_{m3} может быть получено из следующего исходного:

$$\begin{aligned} \sigma_{m3} = \sigma_{t1} + \sigma_{t2} + \sigma_{mt3} = \varepsilon \Delta v_0 \cdot t_1 - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t_1^2 + \varepsilon \cdot \Delta v_2 \cdot t_2 + \\ + \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t_2^2 + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_3^2}{2 \cdot s} ** \end{aligned}$$

* Знак (—) в первом выражении для t_2 обусловлен фактически отрицательным значением второго возмущения Δv_2 . Второе выражение для t_2 получается из первого заменой значений Δv_2 из его выражения по уравнению (129).

** Знаки перед отдельными членами определяются знаками скорости s , положительным в первом и третьем полуколебании и отрицательным во втором полуколебании.

Заменяя здесь значения t_1 ; t_2 ; Δv_2 и Δv_3 из уравнений (а), (д), (б) и (е), имеем:

$$\sigma_{m3} = 4 \cdot \varepsilon \cdot k \cdot (\Delta v_0 + k \cdot s) - 4 \cdot \varepsilon \cdot k \cdot s \cdot t_1 + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}$$

или

$$\sigma_{m3} = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} + 4 \cdot \varepsilon \cdot k \cdot \left(2 \cdot k \cdot s - \sqrt{\Delta v_0^2 + k^2 \cdot s^2} \right). \quad (\text{ж})$$

Подставляя теперь выражения для σ_{m1} и σ_{m3} в уравнения для определения степени затухания ψ , имеем:

$$\psi = \frac{\sigma_{m1} - \sigma_{m3}}{\sigma_{m1}} = \frac{8 \cdot k \cdot s}{\Delta v_0^2} \cdot \left(\sqrt{\Delta v_0^2 + k^2 \cdot s^2} - 2 \cdot k \cdot s \right)$$

или

$$\psi = 8 \frac{k \cdot s}{\Delta v_0} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{k^2 \cdot s^2}{\Delta v_0^2}} - 2 \frac{k \cdot s}{\Delta v_0} \right), \quad (138)$$

сбозначая в полученном выражении $\sqrt{24} \cdot \frac{k \cdot s}{\Delta v_0}$ через φ_k^* , имеем:

$$\psi = \frac{1}{3} \cdot \varphi_k^* \cdot \left(\sqrt{24 + \varphi_k^{*2}} - 2 \cdot \varphi_k^* \right). \quad (139)$$

Выражение

$$\varphi_k^* = \frac{k \cdot s}{\Delta v_0} \cdot \sqrt{24} \quad (140)$$

может быть названо фактором затухания. График зависимости $\psi = f(\varphi_k^*)$ показан на фиг. 50.

Таким образом, основные величины, характеризующие процесс регулирования — максимальное отклонение параметра в процессе регулирования σ_m и степень затухания процесса ψ , при регулировании с постоянной скоростью закрытия по суммарному импульсу от параметра и его производной легко определяются соответственно уравнениями (127) и (138).

Период колебаний, как и всегда при регулировании с постоянной скоростью закрытия, не остается постоянным, а уменьшается с затуханием процесса. Длительность каждого полупериода определяется соответствующим временем реверсии регулятора, т. е. временами t_1 ; t_2 и т. д., соответственно из уравнений (а) и (д).

Условия достижения аperiodичности протекания процесса регулирования легко получить из условия равенства единице степени затухания ($\psi = 1$) аналогично рассмотренным выше случаям. В этом случае [см. уравнение (138) и график

фиг. 50] фактор затухания φ_k^* также равен 1, откуда условие аperiodичности будет иметь вид:

$$\sqrt{24} \cdot \frac{k \cdot s}{\Delta v_1} \geq 1. \quad (141)$$

Таким образом, для достижения аperiodического протекания процесса при данном возмущающем воздействии нужна тем меньшая скорость регулирования, чем большим выбран коэффициент масштаба k производной параметра. Максимальное отклонение параметра и в этом граничном случае аperiodического протекания процесса регулирования может быть найдено из уравнения (127) и будет обратно пропорционально скорости регулирования.

Определенный интерес представляет собой один частный случай аperiodического протекания процесса регулирования, а именно — случай, когда линия параметра в процессе регулирования выравняется при нулевом его значении (не переходя в область отрицательных значений параметра). Такой случай показан на фиг. 54; легко видеть, что для этого случая значение амплитуды второго полуколебания, отсчитанной от первой точки реверсии регулятора, как раз равно нулю, т. е.

$$\sigma_{m1} + \sigma_{m2} = 0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 - \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}.$$

Подставляя в это уравнение значения времени t_1 и возмущения Δv_2 из уравнения (129) и (6) и производя соответствующие сокращения и упрощения, будем иметь:

$$2 \cdot k \cdot s \cdot \left(\sqrt{\Delta v_0^2 + k^2 \cdot s^2} - k \cdot s \right) - \frac{\Delta v_0^2}{2} = 0$$

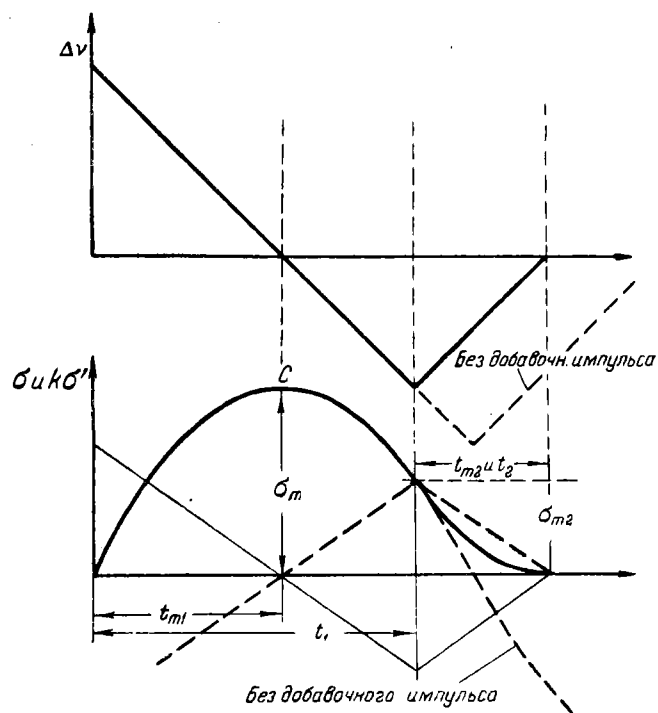
или

$$2 \cdot k^2 \cdot s^2 = \frac{\Delta v_0^2}{4}, \quad \text{т. е. } \sqrt{8} \cdot \frac{k \cdot s}{\Delta v_0} = 1. \quad (142)$$

Подобно тому, как это было сделано выше при разборе протекания процесса регулирования при наличии пропорциональной скорости закрытия, не безынтересно провести и для постоянной скорости закрытия сравнение двух способов стабилизации процесса регулирования: за счет введения связи и за счет введения дополнительного импульса по производной параметра. Сравнивая выражения фактора затухания в этих двух случаях, а также условия достижения аperiodичности протекания процесса за счет введения связи [уравнение (135)] и за счет введения производной параметра [уравнение (142)], видно, что степень связи играет ту же роль, что и коэффициент масштаба. Однако, в уравнение (135) входит еще и чув-

ствительность регулируемого участка, которая при наличии связи ухудшает процесс регулирования. При регулировании за счет производной параметра в выражение для фактора затухания чувствительность регулируемого участка не входит, так как действующая величина производной пропорциональна чувствительности, тогда как степень связи от нее не зависит.

Из уравнений (132) и (141) следует, что и в случае применения постоянной скорости закрытия при обоих способах



Фиг. 54. График процесса регулирования с постоянной скоростью без самовыравнивания, но с добавочным импульсом от производной параметра в граничном случае аperiodичности.

регулирования можно получить одинаковое качество процесса. Действительно, для одного и того же регулируемого объекта при одном и том же возмущении при наличии одинаковых скоростей регулирования будут иметь место: одинаковые отклонения параметра, те же величины фактора затухания и достижение границы аperiodичности протекания процесса при условии, что $\sqrt{24} \cdot k_{\varepsilon} = 6\delta$.

Следует, однако, иметь в виду, что при регулировании с дополнительным импульсом по производной параметра не возникает никакой остаточной неравномерности, тогда как при

регулировании с жесткой связью такая неравномерность будет обязательно иметь место. С этой точки зрения регулирование со связью, конечно, хуже. Однако, возможно введение вместо жесткой — упругой обратной связи (изотропного регулирования), которое устраняет этот недостаток жесткой связи.

Если регулирование ведется по производной со связью, то выражения для степени затухания и условия аperiodичности значительно усложняются, однако вывод их несложен и аналогичен вышеизложенному. Исходными уравнениями для определения t_1 в этом случае будет:

$$\sigma_{t1} + k \cdot \sigma'_{t1} + \sigma_{3t1} = 0.$$

откуда

$$t_1 = \frac{\left[\Delta v_0 - \left(k + \frac{\delta}{\varepsilon} \right) \cdot s \right] \pm \sqrt{\left[\Delta v_0 - \left(k + \frac{\delta}{\varepsilon} \right) \cdot s \right]^2 + 2 \cdot k \cdot s \Delta v_0}}{s}.$$

Для t_2

$$\sigma_{t2} + k \cdot \sigma'_{t2} - \sigma_{3t2} = 0,$$

откуда

$$t_2 = \frac{2 \cdot \left[\Delta v_0 + s \cdot \left(k + \frac{\delta}{\varepsilon} \right) \right]}{s}$$

или

$$t_2 = 2 \cdot t_1 - \frac{2 \cdot \left[\Delta v_0 + s \cdot \left(k + \frac{\delta}{\varepsilon} \right) \right]}{s};$$

для σ_{m3}

$$\sigma_{t1} + \sigma_{t2} + \sigma_{m3} = \delta \cdot \Delta v_0,$$

откуда

$$\psi = \frac{\sigma_{m1} - \sigma_{m3}}{\sigma_{m1}} =$$

$$= \frac{\delta \cdot s \left(k + \frac{\delta}{\varepsilon} \right)}{\Delta v_0} \cdot \left[2 \cdot s \cdot \left(k + \frac{\delta}{\varepsilon} \right) - \sqrt{\left(1 - \frac{s \cdot \left(k + \frac{\delta}{\varepsilon} \right)}{\Delta v_0} \right)^2 + \frac{2ks}{\Delta v_0}} \right].$$

Условие аperiodичности (частный случай) получается из следующего исходного положения:

$$\sigma_{t1} + \sigma_{m2} = \delta \cdot \Delta v_0,$$

откуда

$$2 \cdot \frac{s \cdot a}{\Delta v_0} - 2 \cdot \frac{s \cdot k}{\Delta v_0} + \left(1 - 2 \frac{s \cdot a}{\Delta v_0} \right)^2 = 4 \cdot \frac{a \cdot s}{\Delta v_0} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{a \cdot s}{\Delta v_0} \right)^2 + 2 \frac{k \cdot s}{\Delta v_0}},$$

где

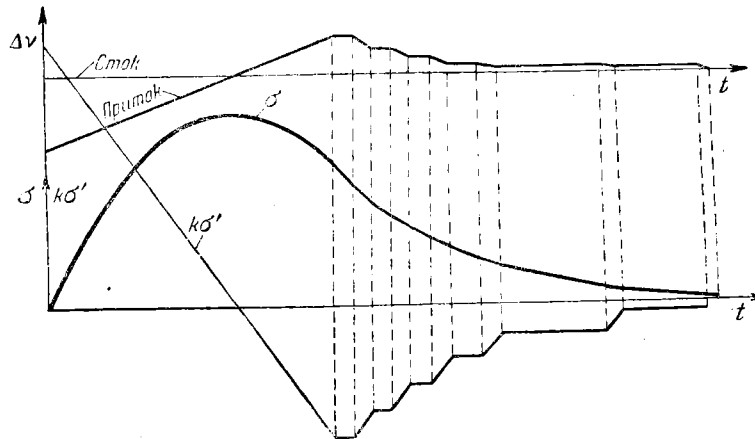
$$a = k + \frac{\delta}{\varepsilon}.$$

Не безынтересно, так же как и при разборе случая регулирования с жесткой связью, выяснить вопрос о протекании процесса регулирования при подборе достаточно большого

коэффициента масштаба производной параметра k , такого, чтобы условие аперидичности выполнялось с превышением, т. е. чтобы

$$\sqrt{24} \cdot \frac{k \cdot s}{\Delta v_1} > 1 \text{ или } \sqrt{24} \cdot \frac{k \cdot s}{\Delta v_n} > 1$$

(для конечного полупериода в случае затухающего процесса). График такого процесса показан на фиг. 55. Построение этого графика, начиная с точки первой реверсии работы регулятора, сделано аналогично случаю, приведенному на фиг. 52,



Фиг. 55. График процесса регулирования с постоянной скоростью без самовыравнивания, но с добавочным импульсом от производной параметра в области за границей аперидичности.

т. е. в процессе регулирования введена некоторая зона нечувствительности для большей наглядности его представления. В этом случае, начиная с момента времени, когда регулируемый импульс становится равным нулю, регулятор переходит на прерывистую работу. Благодаря этому фактическая скорость регулирования становится примерно (в среднем) пропорциональна скорости изменения параметра. Процесс регулирования соответственно затягивается и заканчивается вполне аперидически в момент достижения параметром его заданного значения. В том случае, если в точке первой реверсии $k \cdot s > \Delta v_2$, прерывистое регулирование имеет место уже на протяжении всего второго полупериода, т. е. начиная с этого момента времени регулирование фактически ведется со скоростью, пропорциональной скорости изменения параметра. В отличие от аналогичного случая регулирования со связью подобный процесс может иметь место, начиная только со второго полупериода, так как регулируемый импульс не может стать равным нулю ранее достижения максимума параметра.

**в) Регулирование с упругой обратной связью
(изодромное регулирование)**

Рассмотрение регулирования с постоянной скоростью закрытия при наличии упругой обратной связи вызывает определенные трудности решения. Основными уравнениями в данном случае являются: уравнение регулирования (22)

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot p \cdot \sigma' \pm s = 0$$

и уравнение обратной связи (66)

$$\sigma'_3 - \delta \cdot s + s_i \cdot \sigma_3 = 0.$$

Интегрирование уравнения (22) было произведено выше, и полученный результат имеет следующий вид [см. уравнение (123)]:

$$\sigma = \pm \left(\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} t^2 \right).$$

Интегрирование уравнения (66) не представляет каких-либо трудностей и его интеграл имеет вид:

$$\sigma_3 = \pm \frac{\delta \cdot s}{s_i} \cdot (1 - e^{-s_i t}). \quad (143)$$

Последнее уравнение дает путь к экспериментальному определению значения временной неравномерности δ . Легко видеть, что в начальный момент времени ($t=0$)

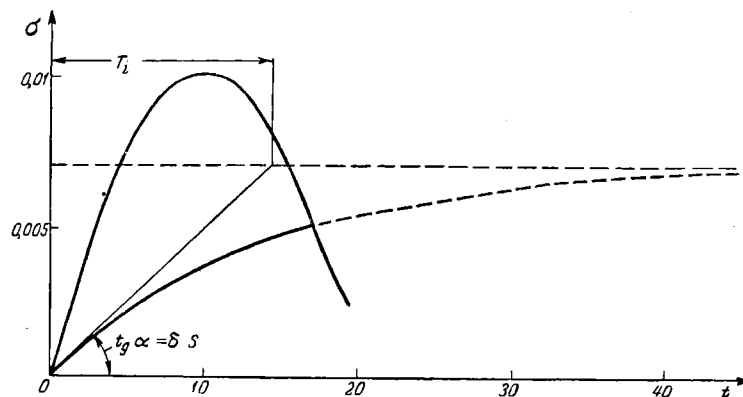
$$\sigma'_3 = \delta \cdot s.$$

Следовательно (фиг. 56), определив тангенс угла наклона касательной $\operatorname{tg} \alpha$ и кривой изменения заданного значения параметра в начальный момент времени и зная постоянную скорость регулирования s , мы легко можем определить и величину δ .

Заданное значение параметра σ_3 стремится к определенному значению, равному $\frac{\delta \cdot s}{s_i}$ при безграничном возрастании времени работы регулятора. Найдя экспериментально это значение и определив предварительно значение δ (зная s), можно определить и значение скорости или времени изодрома.

Дальнейший процесс исследования должен базироваться на совместном решении двух уравнений (123) и (143). Однако, ввиду наличия показательной функции в уравнении (143) нахождение точки пересечения обеих кривых, заданных предыдущими уравнениями, в общем виде сделать нельзя, хотя от-

дельные численные решения всегда возможны. Получение точного выражения для степени затухания при наличии одного из уравнений регулирования в трансцендентном виде, очевидно, невозможно. Попытка получения приближенных выражений для степени затухания пока что также не приводит к простым и наглядным выражениям. Получение же условий устойчивости для этого частного случая процесса, как и вообще для процесса регулирования идеализированной системы, нецелесообразно, так как такой процесс всегда устойчив при правильно выбранных знаках характеристических величин регулятора (см. ниже стр. 210). Однако, для расчетных целей в



Фиг. 56. Кривая изменения заданного значения параметра при постоянной скорости регулирования.

большинстве случаев нет необходимости в определении степени затухания. Как будет видно из дальнейшего, и в случае регулирования с упругой обратной связью целесообразна ориентация расчета на границу аperiodичности процесса.

Максимальные отклонения параметра и в рассматриваемом случае регулирования с упругой обратной связью при постоянной скорости закрытия выражается по уравнению (127)

$$\sigma_m = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}.$$

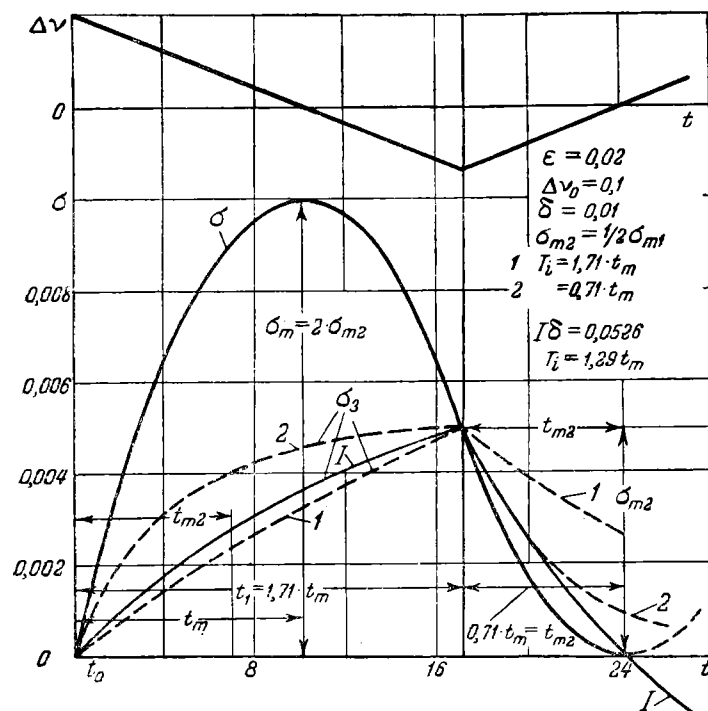
Это будет верно до тех пор, пока регулирование осуществляется действительно с постоянной скоростью, т. е. в том случае, если линия заданного значения параметра пересекает линию его действительного значения после достижения параметром своего максимума.

Выражение (127) для максимального отклонения параметра получено для регулируемого участка, лишенного самовыравнивания. Наличие самовыравнивания при всех прочих равных условиях уменьшает динамический выбег параметра.

Последний будет иметь вид, данный уравнением ниже.

Для того чтобы убедиться о том, что в дальнейшем считать за граничный случай аperiodического регулирования, рассмотрим график процесса, данный на фиг. 57.

Условимся считать за границу аperiodичности течения процесса тот случай, при котором процесс заканчивается в тот момент времени, когда вершина второй полуволны па-



Фиг. 57. Кривая особого случая аperiodического процесса при постоянной скорости.

раметра достигнет заданного и поддерживаемого значения. Это будет в момент времени $t_1 + t_2$ ($t_2 = t_{m2}$). Очевидно, что для этого момента времени должно удовлетворяться равенство $\sigma_{t1} = \sigma_{m2}$, т. е.

$$\varepsilon \Delta v_0 \cdot t_1 - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t_1^2 = \frac{\varepsilon \Delta v_2^2}{2 \cdot s} = \frac{\varepsilon}{2 \cdot s} \cdot (\Delta v_0 - s \cdot t_1)^2,$$

так как по уравнению (129)

$$\Delta v_2 = (\Delta v_0 - s \cdot t_1),$$

Отсюда

$$2 \cdot t_1^2 - 4 \cdot \left(\frac{\Delta v_0}{s} \right) \cdot t_1 + \left(\frac{\Delta v_0}{s} \right)^2 = 0$$

или

$$t_1 = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta v_0}{s} = 1,71 \cdot \frac{\Delta v_0}{s} = 1,71 \cdot t_m. \quad (144)$$

Теперь легко получить и значение параметра в момент времени t_1 . Абсолютная величина этого отклонения по условию должна быть равна абсолютной величине второго максимума, т. е.

$$\sigma_{m2} = \frac{\varepsilon \Delta v_2^2}{2 \cdot s} = \frac{\varepsilon}{2 \cdot s} \cdot (\Delta v_0^2 + s^2 \cdot t_1^2 - 2 \Delta v_0 \cdot s \cdot t_1).$$

Заменяя здесь t_1 вышеполученным выражением, мы будем иметь:

$$\sigma_{m2} = \frac{\varepsilon}{2s} (\Delta v_0^2 - 2 \cdot 1,71 \cdot \Delta v_0^2 + 1,71^2 \cdot \Delta v_0^2)$$

или же

$$\sigma_{m2} = \frac{\varepsilon \cdot s}{4} \cdot \frac{\Delta v_0^2}{s^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} \right) = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{m1}.$$

Таким образом, для этого частного случая аperiodического регулирования величина второго максимума равна половине величины первого максимума.

Теперь нам известны координаты точки реверсии регулятора. Следовательно, кривая заданного значения параметра должна пройти в момент времени t_1 через точку, равную $\frac{1}{2} \cdot \sigma_{m1}$. Выражая значение T_i —времени изодрома в долях времени максимума, т. е. в долях от $\frac{\Delta v_0}{s}$, мы будем иметь:

$$\sigma_3 = \delta \cdot s \cdot n \cdot t_m \cdot \left(1 - e^{-\frac{1,71 \cdot t_m}{n \cdot t_m}} \right). \quad (145)$$

Последнее равенство может служить для определения значения степени связи δ для каждого определенного значения n (на графике фиг. 57 нанесены для сравнения изменения заданного значения параметра σ_3 при трех значениях n : 1,71; 0,71 и 0,25).

Для того чтобы процесс регулирования прекратился во втором полупериоде, необходимо, чтобы кривая заданного значения параметра прошла через точки $(t_1$ и $\frac{1}{2} \sigma_m)$ и $(t_1 + t_2$ и 0).

Найдем уравнение кривой заданного значения параметра во втором полупериоде. Интеграция уравнения (66) в общем виде дает:

$$\sigma_{32} = C \cdot e^{-s_i t} - \frac{\delta \cdot s^*}{s_i}. \quad (146)$$

Для определения постоянной C воспользуемся тем, что в нулевой момент времени для второго полупериода (в момент времени t_1) ординаты параметра и его заданного значения совпадают, т. е. на основании уравнения (145)

$$\sigma_{320} = \sigma_{3,1,71} = \delta \cdot s \cdot T_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{1,71}{n}} \right).$$

Но на основании предыдущего уравнения при $t=0$

$$\sigma_{320} = C - \frac{\delta \cdot s}{s_i}.$$

Отсюда

$$\sigma_{32} = \delta \cdot s \cdot T_i \left[\left(2 - e^{-\frac{1,71}{n}} \right) \cdot e^{-\frac{t}{n \cdot t_m}} - 1 \right]. \quad (147)$$

Это уравнение дает возможность определить величину n . Действительно, при значении $t_2 = 0,71 \cdot t_m$ по условию $\sigma_{32} = 0$, т. е.

$$e^{\frac{0,71}{n}} = 2 - e^{-\frac{1,71}{n}}, \quad (148)$$

откуда путем подбора находим $n = 1,29$.

Теперь, пользуясь уравнением (145) уже можно найти и величину δ для этого случая. Она будет равна:

$$\delta = \frac{0,526 \cdot \sigma_m}{s \cdot t_m} = 0,263 \cdot \varepsilon \cdot t_m. \quad (149)$$

Таким образом, для этого особого граничного случая аperiodического течения процесса регулирования

$$\delta = 0,263 \cdot \varepsilon \cdot t_m \text{ и } T_i = 1,29 \cdot t_m. \quad (150)$$

Полученные только что условия аperiodичности (150) могут быть выражены и в несколько ином виде, а именно, так как

$t_m = \frac{\Delta v_0}{s}$, то

$$\frac{\delta \cdot s}{\varepsilon \cdot \Delta v_0} = \varphi_{\delta(t)}^* = 0,263 \quad (151)$$

* Во втором полупериоде скорость закрытия отрицательна.

и так как

$$T_i = \frac{1}{s_i}, \text{ то } \frac{\Delta y_0}{s} \cdot s_i = 0,775, \text{ т. е.}$$

$$\frac{\epsilon}{\delta \cdot s_i} = \varphi_{k(i)}^* = 4,9. \quad (152)$$

Рассмотрение этих функций $\varphi_{\delta(i)}^*$ и $\varphi_{k(i)}^*$ приводит нас к заключению, что при постоянной скорости регулирования устойчивость процесса повышается при увеличении скорости регулирования, степени связи и времени изодрома; большая устойчивость при этом имеет место при меньшей чувствительности регулируемого участка. В этом случае устойчивость регулирования зависит и от начального возмущающего воздействия, подобно тому же, что и при регулировании с жесткой обратной связью, с постоянной скоростью. Следует иметь в виду, что устойчивость снижается вместе с возрастанием начального возмущения.

При большей связи и меньшем времени изодрома процесс не прекратится в момент времени $t_1 + t_2$, т. е. в момент встречи кривых действительного и заданного значений параметра, так как оба эти значения в этот момент отличны от нуля. Но с этого момента процесс будет идти уже не с постоянной скоростью закрытия, а будет все время прерываться, так как регулятор перейдет на пульсирующий режим со скоростью, в пределе примерно пропорциональной скорости изменения параметра. Точно так же будет протекать процесс и в том случае, если кривая заданного значения параметра пересечет кривую его действительного значения еще задолго до максимума, как это дано на графике фиг. 58¹, подобно как и для регуляторов с жесткой связью.

Очевидно, что качество процесса здесь не выигрывается: процесс растягивается во времени, отклонение же параметра несколько увеличивается, так как действительная скорость закрытия уменьшается. Форма процесса в этом случае сохраняет аperiodический характер.

Попытаемся теперь сравнить процесс изодромного регулирования с регулированием при наличии дополнительного импульса от производной параметра.

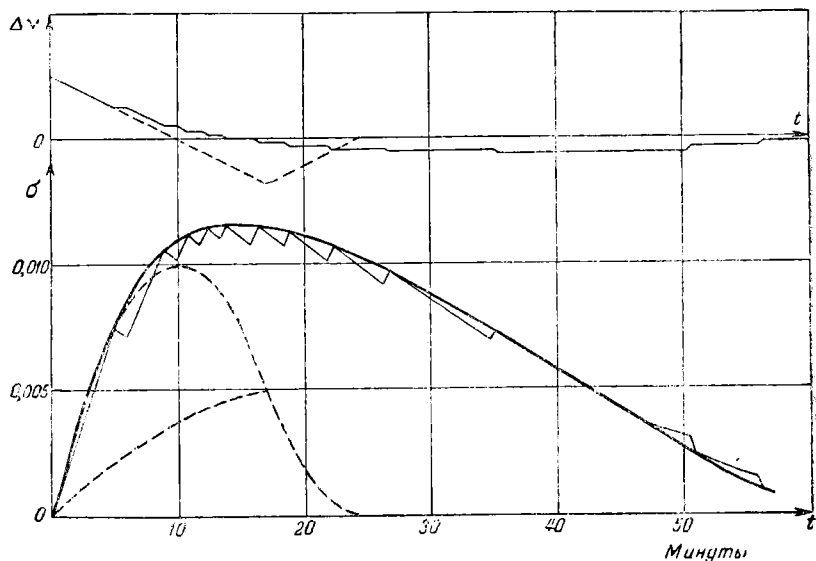
Оба способа регулирования дают возможность получения вполне одинакового качества процесса при надлежащем подборе характеристических величин регуляторов и при одинаковой скорости регулирования. Одинаковой скоростью регулирования при одном и том же возмущающем воздействии для одного и того же регулируемого участка обуславливает по уравнению (127) и одинаковое отклонение параметра, так как

¹ Для сравнения на фиг. 58 нанесена кривая процесса в граничном случае аperiodического регулирования.

для обоих случаев $\Delta\sigma_m = \frac{\epsilon\Delta v_0^2}{2s}$. Соблюдение условий (149)

и (150) дает при этом возможность получения и граничного случая аperiodического регулирования, т. е. получения оптимальной формы протекания процесса. Эта форма для обоих способов регулирования в точности одна и та же.

Однако, в общем течении процесса регулирования для обоих рассматриваемых случаев есть и серьезные различия. Как мы уже видели ранее (фиг. 55), увеличение коэффициента масштаба сверх нужного для достижения границы аperiodичности несколько растягивает процесс регулирования,

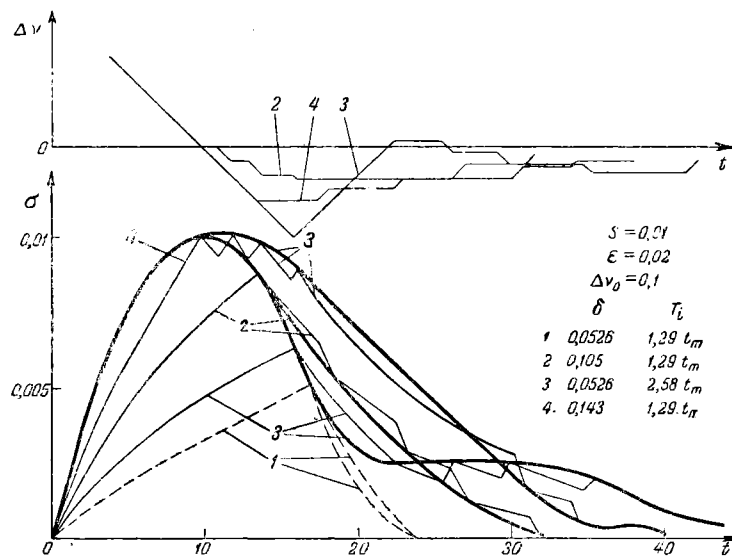


Фиг. 58. Кривая параметра при постоянной скорости изодромного регулирования для случая, если точка реверсии наступает ранее максимума.

одновременно увеличивая его стабильность, но не влияет на величину максимального отклонения параметра. Увеличение сверх той же нормы степени связи или времени изодрома не только растягивает процесс при одновременном углублении его в зону аperiodичности. При значительных увеличениях связи или времени изодрома (при достаточно большой связи) может увеличиться отклонение параметра. Это будет иметь место тогда, когда при указанных увеличениях кривая заданного значения параметра будет пересекать кривую его действительного значения до достижения им максимума. Примеры таких изменений даны на фиг. 59, где кривая 1 соответствует граничному случаю аperiodического течения процесса. На кривой 2 степень связи увеличена вдвое по сравнению с кривой 1. На кривой 3 при степени связи, одинаковой с кри-

вой 1, время издрома увеличено в 2 раза по сравнению с кривой 1¹.

На основании тех же самых соображений мы легко поймем, что при регулировании с дополнительным импульсом от производной параметра увеличение скорости всегда благоприятно для процесса, так как при этом всегда уменьшается отклонение параметра при увеличении стабильности процесса. При издромном регулировании увеличение скорости регулирования влечет за собой увеличение стабильности процесса,



Фиг. 59. Кривые параметра при постоянной скорости издромного регулирования для различных степеней связи и времени издрома.

но при этом отклонение параметра может в некоторых случаях не только не уменьшаться, но может иногда и увеличиваться.

Таким образом, в случае применения постоянной скорости регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра оказывается при идеализированной системе регулирования более предпочтительным.

г) Регулирование при наличии самовыравнивания

При регулировании участков, обладающих самовыравниванием регуляторами с постоянной скоростью закрытия без связи ($\delta=0$) и без добавочного импульса от производной

¹ На кривой 4 степень связи еще увеличена в 1,4 раза,

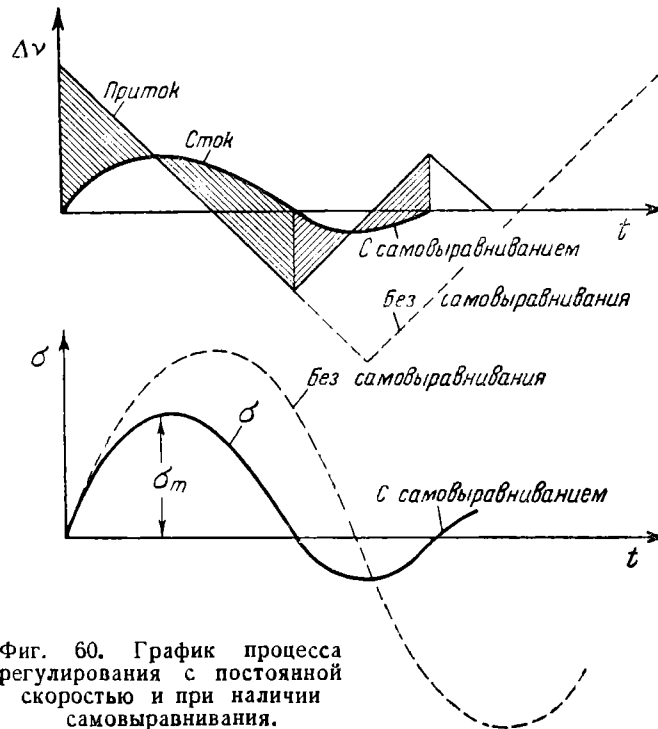
параметра ($k=0$), процесс регулирования описывается уравнением (120):

$$\sigma = \pm \left[\left(\frac{\Delta v_0}{\rho} + \frac{s}{\epsilon \cdot \rho^2} \right) \cdot (1 - e^{-\epsilon \cdot \rho \cdot t}) - \frac{s}{\rho} \cdot t \right].$$

Это уравнение в случае отсутствия регулирования, т. е. в случае, если $s=0$, переходит в уравнение процесса самовыравнивания:

$$\sigma = \frac{\Delta v_0}{\rho} \cdot (1 - e^{-\epsilon \cdot \rho \cdot t}),$$

где начальное значение параметра $\sigma_0=0$.



Фиг. 60. График процесса регулирования с постоянной скоростью и при наличии самовыравнивания.

График принудительного регулирования при $\rho \neq 0$ дан на фиг. 60. Здесь пунктиром изображено протекание процесса при $\rho=0$. График построен в предположении, что самовыравнивание существует только на стоке¹, т. е. $\rho_{np} = 0$ и $\rho_{cm} \neq 0$.

¹ Такое предположение, не уменьшая общности, значительно упрощает как построение графика, так и весь вывод, создавая одновременно большую наглядность.

Наличие самовыравнивания, как это видно из уравнения регулирования и из графика, благоприятно сказывается на процессе регулирования. Физическая картина процесса регулирования достаточно ясна из графика и уже разобрана выше.

Для нахождения степени затухания применен тот же метод исследования, что и в случае регулирования со связью, уже разобранный выше. Исследуем протекание процесса регулирования в первом полупериоде. Величина возмущающего воздействия в начальный момент процесса $\Delta v_1 = \Delta v_0$.

Абсцисса амплитуды первого полупериода, т. е. абсцисса максимума, определяется по уравнению (119) из условий

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon} = \Delta v = \left(\Delta v_0 + \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho} \right) \cdot e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t_{m1}} - \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho} = 0,$$

откуда

$$t_{m1} = \frac{\ln \left(\frac{\rho \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right)}{\varepsilon \cdot \rho}. \quad (153)$$

Подставляя значение t_{m1} в уравнение регулируемого параметра, находим величину амплитуды первого полупериода, т. е. максимальное отклонение параметра за процесс регулирования:

$$\sigma_{m1} = \left(\frac{\Delta v_0}{\rho} + \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \right) \cdot \left(1 - e^{-\ln \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1} \right) - \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right)$$

или, принимая во внимание уравнение (119):

$$\sigma_{m1} = \frac{\Delta v_0}{\rho} - \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right). \quad (154)$$

Абсциссу конца первого полупериода (t_1) можно определить из условия

$$\sigma = \left(\frac{\Delta v_1}{\rho} + \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \right) \cdot \left(1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t} \right) - \frac{s}{\rho} \cdot t_1 = 0. \quad (a)$$

С другой стороны (см. график фиг. 60,) так как

$$\Delta v_2 = \Delta v_0 - s \cdot t_1,$$

$$\text{то} \quad t_1 = \frac{\Delta v_0 - \Delta v_2}{s} = \frac{\Delta v_0}{s} \cdot \left(1 - \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1} \right) = \frac{\Delta v_0}{s} y_1. \quad (б)$$

Подставив значение t_1 в уравнение (a), после сокращения будем иметь:

$$\left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} y_1} \right) - \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} y_1 = 0$$

или, полагая $\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_1}{s} = x_1$, имеем:

$$(x_1 - 1) \cdot (1 - e^{-x_1 \cdot y_1}) = 0. \quad (в)$$

Задаваясь значениями x_1 , получающимися из данных о регулируемом участке и регуляторе, можно легко определить и значения y_1 , т. е. t_1 , пользуясь данной уравнением (в) зависимостью. В табл. 1 даны значения x_1 для некоторых значений y_1 , в пределах от 0 до 100.

Таблица 1

x_1	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	2,0	4	6,0	10,0	100,0
y_1	2	1,984	1,904	1,872	1,833	1,748	1,679	1,592	1,411	1,241	1,166	1,1	1,01

По аналогии для второго полупериода мы можем написать:

$$\sigma_{m2} = \frac{\Delta v_2}{\rho} - \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_2}{s} + 1 \right).$$

Для определения t_2 — абсциссы второго полупериода можно написать в виде

$$(x_2 - 1) \cdot (1 - e^{-x_2 \cdot y_2}) - x_2 \cdot y_2 = 0, \quad (г)$$

где

$$x_2 = \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_2}{s};$$

так как

$$\Delta v_2 = \Delta v_1 - s \cdot t_1 = \Delta v_0 - \frac{s \cdot \Delta v_0}{s} \cdot y_1$$

или

$$\Delta v_2 = \Delta v_0 (1 - y_1).$$

Следовательно,

$$x_2 = x_1 \cdot (1 - y_1). \quad (д)$$

Пользуясь уравнениями (в) и (д), можно определить x_2 и y_2 , как функции от x_1 . Численные величины x_2 и y_2 в зависимости от x_1 даны в табл. 2 в пределах для x_1 от 0 до 100.

Таблица 2

x_1	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	2,0	4,0	6,0	10,0	100,0
x_2	0	0,0492	0,0904	0,174	0,25	0,374	0,475	0,592	0,822	0,964	0,996	1,0	1,0
y_2	2	1,9613	1,9359	1,896	1,848	1,79	1,757	1,703	1,641	1,60	1,594	1,592	1,592

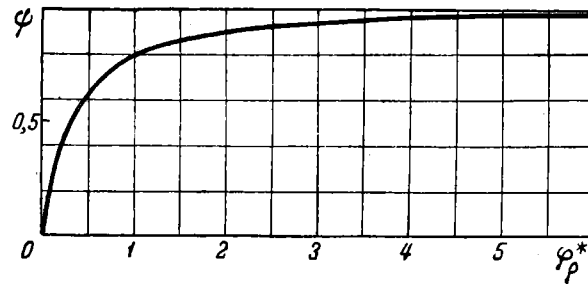
Продолжая рассуждения в той же последовательности, можно составить зависимости y_n от x_n и, следовательно, определить значение интересующих нас величин для любого полупериода.

В частности, пользуясь вышеизложенным методом, можно определить степень затухания

$$\begin{aligned}\psi &= 1 - \frac{\sigma_{m3}}{\sigma_{m1}} = 1 - \frac{\frac{\Delta v_3}{\rho} - \frac{s}{\varepsilon \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_3}{s} + 1 \right)}{\frac{\Delta v_1}{s} - \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right)} = \\ &= 1 - \frac{\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_3}{s} - \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_3}{s} + 1 \right)}{\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} - \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right)}\end{aligned}$$

или

$$\psi = 1 - \frac{x_3 - \ln(x_3 - 1)}{x_1 - \ln(x_1 - 1)}.$$



Фиг. 61. График зависимости степени затухания от его коэффициента при постоянной скорости закрытия при наличии самовыравнивания.

Так как $x_3 = x_2 \cdot (1 - y_2)$, то, пользуясь табл. 1 и 2, легко выяснить значения x_3 , а следовательно, и значения степени затухания ψ . Результаты этих вычислений сведены в табл. 3, а на фиг. 61 дана функциональная зависимость

$$\psi = f\left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s}\right) = f(\varphi_{\rho}^*).$$

Таблица 3

x_1	0	0,5	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0	100,0
x_2	0	0,0468	0,0846	0,156	0,212	0,295	0,36	0,417	0,527	0,578	0,591	0,592	0,592
ψ	0	0,117	0,275	0,388	0,473	0,610	0,688	0,768	0,884	0,948	0,969	0,980	1,00

Результаты, полученные нами для выражения степени затухания в разбираемом случае регулирования участков с самовыравниванием регуляторами с постоянной скоростью закрытия, не наглядны и содержат, кроме того, помимо постоянных регулирования и первоначального возмущающего воздействия еще и остаточное возмущающее воздействие третьего полупериода. Последнее, правда, нетрудно исключить из полученного выражения, пользуясь вышеприведенными данными, однако получаемое при этом выражение очень громоздко и попрежнему не дает весьма желательной наглядности. Тем не менее можно дать графическую зависимость степени затухания от обуславливающего эти затухания фактора — $\psi_p^* = \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s}$. На фиг. 61 как раз и дана эта зависимость в виде кривой, имеющей экспоненциальный характер. Анализ этой кривой приводит нас к выводу, что степень затухания будет тем больше, чем меньше скорость регулирования, как это было и в случае применения пропорциональной скорости закрытия. Кроме того, степень затухания зависит от степени самовыравнивания и чувствительности регулируемого участка и значение ее тем выше, чем больше обе указанные характеристические величины, аналогично тому, что имелось и для пропорциональной скорости закрытия. Помимо этого и в отличие от указанного только что способа регулирования степень затухания зависит еще и от первоначального возмущающего воздействия, увеличиваясь с его увеличением. Таким образом, по мере протекания (затухающего) процесса регулирования степень затухания становится все меньше и меньше.

Мы можем, таким образом, констатировать, что одним из существеннейших отличий регулирования с постоянной скоростью от регулирования с пропорциональной скоростью является зависимость степени затухания процесса регулирования от величины первоначального возмущающего воздействия.

В случае применения пропорциональной скорости степень затухания процесса регулирования не зависит от начального возмущающего воздействия.

Возвращаясь к зависимости степени затухания от фактора, обуславливающего затухания для разбираемого случая, мы можем попытаться дать наглядную зависимость для этих величин в аналитическом виде, пользуясь приближенными выражениями. Так, для значений фактора затухания:

$$0,5 < \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s}$$

может быть рекомендована следующая формула, дающая погрешности не более 5%:

$$\psi = 1 - 0,61 \cdot e^{-\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s}} \quad (155)$$

Так как погрешности, обуславливаемые этой формулой, в указанных пределах сравнительно незначительны и так как при регулировании участков исследуемого типа регуляторами без обратной связи и дополнительного импульса от производной параметра область значений, где $\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} < 0,5$, а следовательно, $\psi < 0,61$, не представляет практического интереса вследствие малых значений степени затухания, то вряд ли целесообразно в целях повышения точности усложнять эту сравнительно простую приближенную зависимость.

Полное время протекания процесса, очевидно, равно бесконечности как для затухающего, так и для апериодического движения. Время же протекания любого числа полупериодов в случае затухающего процесса легко подсчитать по следующей формуле:

$$T = \sum_{n=1}^n \frac{1}{\varepsilon \cdot \rho} \cdot \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_n}{s} + 1 \right), \quad (156)$$

для которой значения Δv_n могут быть найдены по предыдущему, пользуясь помещенными выше таблицами.

Следует заметить, что теоретически в разбираемом здесь случае апериодического регулирования в чистом виде получить нельзя [см. график фиг. 61 и формулу (155)]. Однако, первоначальную степень затухания можно сделать сколь угодно близкой к единице, т. е. можно всегда повести процесс регулирования так, что уже во втором полупериоде затухающего процесса регулирования остаточное возмущение будет сколь угодно близко к нулю. Следовательно, при наличии незначительной зоны нечувствительности можно добиться прекращения процесса регулирования уже на втором полупериоде. Для этого достаточно, как это будет видно из дальнейшего, лишь, чтобы

$$\Delta v_2 \leq \rho \cdot \Delta.$$

Практически, как это видно из табл. 3, при значениях

$$\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} \geq 10 \quad (157)$$

процесс регулирования может без особой погрешности считаться апериодическим, т. е. неравенство (157) можно принять, как условие апериодического протекания процесса регулирования участков с самовыравниванием при регулировании их регуляторами с постоянной скоростью закрытия без связи и без добавочного импульса. Принимая только что высказанное условие апериодичности (157), можно найти выражение для максимального отклонения параметра в слу-

чае аperiodичности процесса. Так как общее выражение для максимального отклонения параметра дано выражением (154)

$$\sigma_{m1} = \frac{\Delta v_0}{\rho} - \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right),$$

то в случае аperiodичности, принимая во внимание условие (157), получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{m(an)} &= \frac{s}{\varepsilon \cdot \rho^2} \cdot \left[\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} - \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right) \right] = \\ &= \frac{s \cdot \Delta v_0}{\varepsilon \Delta v_0 \rho^2} \cdot \left[\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} - \ln \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right) \right], \\ \sigma_{m(an)} &= \frac{0,1 \cdot \Delta v_0}{s} \cdot (10 - \ln 11) = 0,76 \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho}, \end{aligned} \quad (158)$$

т. е. если скорость регулирования подобрана так, чтобы процесс был аperiodичен, то максимальное отклонение параметра от своего заданного и поддерживаемого значения пропорционально первоначальному возмущающему воздействию и обратно пропорционально степени самовыравнивания регулируемого участка при регулировании его регулятором с постоянной скоростью закрытия и без связи.

Выражение $\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s}$ играет роль коэффициента затухания, так как является фактором, обуславливающим последнее, и может быть обозначено:

$$\varphi_\rho^* = \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{s}. \quad (159)$$

Тогда условие аperiodичности (157) выразится так:

$$\varphi_\rho^* \geq 10. \quad (160)$$

Выражение же для максимального значения параметра (154) может быть переписано в виде

$$\sigma_m = \frac{\Delta v_0}{\rho} \cdot \left(1 - \frac{\ln(\varphi_\rho^* + 1)}{\varphi_\rho^*} \right). \quad (161)$$

Подобно тому, как при рассмотрении процесса регулирования со скоростью закрытия, пропорциональной импульсу, можно мыслить возможность использования регулирующего импульса, пропорционального только производной параметра, так и при рассмотрении процесса с постоянной скоростью закрытия использование такой возможности может быть мыслимым.

В этом случае, так же как и в предыдущем, регулятор не работает, если параметр не меняется, т. е. если $\sigma = \text{const}$ и $\sigma' = 0$.

Так как в начальный момент возмущения параметр тотчас же начинает меняться и при этом с максимальной для данного возмущения скоростью, то регулятор тотчас же включается в работу и работает с постоянной скоростью до тех пор, пока скорость изменения параметра не будет равна нулю, т. е. до тех пор, пока приток не будет равен стоку. В этот момент времени регулятор перестанет работать, так как наступит новое состояние равновесия, и параметр, начиная с этого времени, будет оставаться постоянным до нового возмущения.

В период работы регулятора процесс, очевидно, протекает, подчиняясь закономерностям, установленным для постоянной скорости регулирования, и к моменту остановки регулятора параметр достигнет максимума.

В этом случае выражение для максимального значения параметра будет по уравнению (154) иметь вид:

$$\sigma_m = \frac{\Delta v_0}{\rho} - \frac{s}{\epsilon \cdot \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\rho \cdot \epsilon \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right),$$

а при $\rho = 0$, т. е. в случае отсутствия явления сомовыравнивания: по уравнению (127)

$$\sigma_m = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}.$$

При этом время, в течение которого достигается максимальное значение параметра, уже не будет равно бесконечности ($t_m \neq \infty$) и определяется выражением (153)

$$t_m = \frac{1}{\rho \cdot \epsilon} \cdot \ln \left(\frac{\rho \cdot \epsilon \cdot \Delta v_0}{s} + 1 \right)$$

для случая, когда степень самовыравнивания не равна нулю, т. е. $\rho \neq 0$, и по уравнению (126) выражением

$$t_m = \frac{\Delta v_0}{s},$$

если $\rho = 0$.

Очевидно, что и в этом случае регулирования колебания отсутствуют, специальные устройства для введения обратной связи становятся излишними, но регулятор будет все же работать как бы со связью, так как неравномерность регулирования имеет место.

Эта неравномерность может быть легко подсчитана и будет такой же, какой бы была неравномерность в случае чисто апериодического регулирования со связью при 100%-ном возмущающем воздействии, т. е. при $\Delta v_0 = 1$.

Таким образом, общая неравномерность регулирования δ будет выражаться

$$\delta = \frac{1}{\rho} - \frac{s}{\epsilon \cdot \rho^2} \cdot \ln \left(\frac{\rho \cdot \epsilon}{s} + 1 \right) \quad (162)$$

для случая $\rho \neq 0$ и выражением

$$\delta = \frac{\epsilon}{2 \cdot s} \quad (163)$$

для случая $\rho = 0$.

В обоих случаях неравномерность тем меньше, чем больше скорость регулирования, что очевидно из общефизических соображений. Однако, в случае постоянной скорости регулирования как в присутствии, так и в отсутствии любой степени самовыравнивания неравномерность регулирования зависит от чувствительности регулируемого участка и растет вместе с последней. В случае регулирования с пропорциональной скоростью неравномерность не зависит от величины чувствительности, так как действительная скорость регулирования прямо пропорциональна скорости изменения параметра.

Последняя же также пропорционально связана с чувствительностью регулируемого участка ($\sigma' = \epsilon \cdot \Delta v$).

Небезынтересно сравнить выражения для общей неравномерности регулирования в случаях применения пропорциональной и постоянной скорости закрытия, ограничившись для простоты случаем отсутствия самовыравнивания в регулируемом участке.

Два выражения для неравномерности для этого случая имеют вид

$$\delta_{(s=k \cdot s_0 \cdot \sigma')} = \sigma_m = \frac{1}{k \cdot s_0}, \quad (61)$$

и

$$\delta_{s=\text{const}} = \sigma_m = \frac{\epsilon}{2 \cdot s}. \quad (163)$$

Возвращаясь к выражению (161) для σ_m при пропорциональной скорости закрытия, мы видим, что величина σ_m пропорциональна первой степени возмущающего воздействия Δv_0 . В процессах регулирования практически никогда не встречается 100%-ное возмущающее воздействие. Максимальная величина возмущающего воздействия даже в особо неблагоприятных случаях вряд ли может быть больше 25%, поэтому необходимо установить, не изменится ли общая неравномерность в случае последовательных возмущений любой величины, меньших единицы.

Складывая величины максимальных отклонений параметра при последовательных любых возмущениях, при наличии пропорциональной скорости мы снова получим выражение (61) при условии, если сумма отдельных возмущений $\Sigma \Delta v_0$ будет равна единице, т. е. величина общей неравномерности всегда равна $\frac{1}{k \cdot s_0}$ при любом способе про-
 хождения регулирующего органа от полного закрытия до полного открытия.

Не то будет для случая постоянной скорости закрытия. Действительно, в выражение (127) для σ_m величина возмущения Δv_0 входит в квадрате. Вследствие этого величина общей неравномерности, выраженная как сумма величин отдельных максимальных отклонений при любых возмущающих воздействиях, меньших единицы, всегда будет меньше величины общей неравномерности, полученной при однократном 100 %-ном возмущающем воздействии.

В частности, практически при максимально возможном возмущении в 25 % мы будем иметь для общей неравномерности величину

$$\delta = \frac{\varepsilon}{2 \cdot s} \cdot 4 \cdot (0,25)^2 = \frac{\varepsilon}{8 \cdot s} = 0,125 \cdot \frac{\varepsilon}{s},$$

т. е. вместо выражения (163) для сравнения величины неравномерности при двух различных способах регулирования практически будем иметь выражение

$$\delta_{m(\text{практ})} = \frac{1}{k \cdot s_0} \quad (61)$$

и

$$\delta_{m(\text{практ})} = \frac{\varepsilon}{8 \cdot s} \quad (164)$$

Очевидно, что регулирование будет лучшим при меньшей величине вводимой неравномерности. Кроме того, следует иметь в виду, что в подавляющем количестве случаев регулирования, особенно процессов котельных (исключение представляют некоторые случаи регулирования давления), чувствительность регулируемого участка меньше единицы. Это обстоятельство также благоприятно для постоянной скорости закрытия.

Однако, вне зависимости от того, какая скорость применяется при этом способе регулирования, пропорциональная или постоянная, все реальные регуляторы всегда обладают какой-то зоной нечувствительности, вследствие чего всегда возможно «сползание» значения параметра. Так как это последнее не влияет на регулятор, осуществление этого способа регулирования в чистом виде практически невозможно.

д) Сравнительный анализ процесса регулирования со скоростью постоянной и пропорциональной регулирующему импульсу

Приведенный выше анализ процесса регулирования с пропорциональной и постоянной скоростями закрытия дает возможность провести сравнение обоих методов. В дальнейшем мы проведем такое сравнение для четырех отдельных частных случаев — регулирования участков, не обладающих самовыравниванием, регуляторами с жесткой или упругой обратной связью или с добавочным импульсом от производной параметра и регулирование участков, обладающих заметным самовыравниванием, регуляторами без связи с добавочным импульсом от производной.

Для сравнения удобно и полезно провести для всех четырех частных случаев сравнительный анализ процесса при достижении границы аperiodичности его протекания.

Определим, каковы будут максимальные за процесс регулирования отклонения параметра при равных действительных скоростях закрытия и всех прочих равных условиях, сначала для случая регулирования с жесткой связью. Максимальное отклонение параметра при наличии пропорциональной скорости закрытия определяется уравнением (44) и выражается так: $\sigma_m = \delta \Delta v_0$. Такое же выражение будет иметь место и при постоянной скорости в частном случае аperiodического протекания процесса [см. уравнение (134)], т. е. при одинаковых для обоих способов регулирования степенях неравномерности максимальные отклонения параметра будут равны. С другой стороны, при постоянной скорости закрытия для любого способа регулирования максимальное отклонение параметра равно по уравнению (127)

$$\sigma_m = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}$$

Максимальная скорость при применении пропорциональной скорости закрытия легко может быть найдена из выражения

$$s_m = s_0 \cdot \Delta \sigma_m,$$

где $\Delta \sigma_m$ — максимальное значение регулирующего импульса за процесс.

Последнее по уравнению (104) равно:

$$\Delta \sigma_m(\delta) = \frac{1}{2 \cdot e} \cdot \delta \cdot \Delta v_0.$$

Отсюда

$$s_0 = \frac{s_m}{\Delta \sigma_m} = \frac{2 \cdot e \cdot s_m}{\delta \cdot \Delta v_0}.$$

Граничное условие аперiodичности для той же пропорциональной скорости закрытия имеет вид [см. уравнение (39)]

$$\frac{\delta^2 \cdot s_0}{\varepsilon} = 4.$$

Подставляя сюда только что найденное значение s_0 , имеем:

$$\delta = \frac{4}{2 \cdot e} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{s_m},$$

откуда, сравнивая максимальные отклонения параметра при пропорциональной и постоянной скорости, получим:

$$\sigma_m = \delta \Delta v_0 = \frac{4}{e} \cdot \frac{\varepsilon \Delta v_0^2}{2 \cdot s_m} = \frac{4}{e} \cdot \sigma_{m(s=\text{const})} = 1,44 \cdot \sigma_{m(s=\text{const})}. \quad (165)$$

Совершенно такой же результат мы будем иметь при сравнении процессов регулирования в другом частном случае, когда регулирующий импульс пропорционален сумме отклонения параметра и его производной, т. е. при $\Delta \sigma = \sigma + k \cdot \sigma'$.

Действительно, по уравнению (46)

$$\sigma_m = \frac{1}{2 \cdot e} \cdot k \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0,$$

а по уравнению (108) максимальные значения импульса

$$\Delta \sigma_{m(k)} = k \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0.$$

Отсюда

$$s_0 = \frac{s_m}{\varepsilon \cdot k \cdot \Delta v_0}.$$

Так как граничное условие аперiodичности для этого случая будет иметь вид [на основании уравнения (41)]

$$k^2 \cdot \varepsilon \cdot s_0 = 4, \text{ то } k \cdot \varepsilon = \frac{4 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0}{s_m},$$

откуда, так же как и в уравнении (165):

$$\sigma_m = \frac{4}{e} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s_m} = 1,44 \cdot \sigma_{m(s=\text{const})}.$$

Таким образом, максимальное отклонение параметра в случае регулирования с постоянной скоростью закрытия для обоих рассмотренных случаев регулирования примерно в 1,5 раза меньше, чем в случае регулирования с пропорциональной скоростью, при равенстве действительных скоростей закрытия.

В случае издромного регулирования с пропорциональной скоростью наиболее выгодным случаем аperiodического регулирования является особый граничный случай, который имеет место при равенстве всех трех корней характеристического уравнения (см. ниже, стр. 178). Для этого случая максимальное значение регулирующего импульса по уравнению (116) имеет вид

$$\Delta\sigma_{m(\zeta)} = 0,31 \cdot \delta \cdot \Delta v_0.$$

Так как по условию достижения особого граничного случая аperiodичности процесса [см. уравнение (95)]

$$\delta = \frac{0,77 \cdot 2\sqrt{V_{\epsilon}^-}}{\sqrt{s_0}},$$

то отсюда на основании уравнений (99) и (117)

$$\sigma_m = 1,45 \cdot \Delta v_0 \frac{\sqrt{V_{\epsilon}^-}}{\sqrt{s_0}} = \frac{1}{1,44} \cdot \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{s_m} = \frac{2}{1,44} \cdot \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s_m}$$

или

$$\sigma_m = 1,4 \cdot \sigma_{m(s = \text{const})}. \quad (166)$$

Следовательно, и в случае издромного регулирования при равенстве постоянной скорости дает возможность при равенстве действительных скоростей закрытия получить меньшие (почти в 1,4 раза) отклонения параметра. Сравнивая выражения для максимальных отклонений параметра (165) и (166) для трех различных способов регулирования при наличии пропорциональной скорости с выражением (127), одинаковым для любого случая регулирования с постоянной скоростью,

т. е. с выражением $\sigma_m = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}$, видно, что при равенстве отклонений параметра постоянная скорость регулирования всегда

меньше (примерно на 30%) максимальной пропорциональной. Действительно, для случаев регулирования с жесткой связью или дополнительным импульсом по производной параметра

$$\frac{e}{4} \cdot s_m = s_{\text{const}} \quad \text{т. е.} \quad s_{\text{const}} = 0,68 \cdot s_m. \quad (167)$$

Для случая же издромного регулирования

$$\frac{1,44}{2} \cdot s_m = s_{\text{const}} \quad \text{т. е.} \quad s_{\text{const}} = 0,72 \cdot s_m. \quad (168)$$

Таким образом, при прочих равных условиях применение постоянной скорости регулирования несколько выгоднее, чем пропорциональной. Аналогичный результат имеет место и при сравнении процесса регулирования с постоянной и с про-

порциональной скоростью закрытия в случае применения регуляторов без связи и без добавочного импульса от производной параметра.

Действительно, при достижении границы аperiodичности, в обоих случаях регулирования как с пропорциональной, так и с постоянной скоростями максимальное отклонение параметра за процесс будет практически одинаково [см. уравнения (43) и (158)]

$$\sigma_{m(s=s_0 \cdot \Delta\tau)} = 0,74 \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho} \text{ и } \sigma_{m(s=\text{const})} = 0,76 \cdot \frac{\Delta v_0}{\rho}.$$

Условия аperiodичности для обоих способов соответственно имеют вид [см. (36) и (157)]:

$$\frac{\rho^2 \cdot \varepsilon}{4 \cdot s_0} = 1 \text{ и } \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{10s} = 1.$$

Отсюда, так как

$$s_m = s_0 \cdot \Delta\sigma_m = s_0 \cdot 0,74 \frac{\Delta v_0}{\rho},$$

то

$$\frac{\rho \cdot \varepsilon}{4 \cdot s_m} = 0,74 \cdot \Delta v_0 = \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{10 \cdot s}, \text{ т. е. } s_m = 1,85 \cdot s_{\text{const}}. \quad (169)$$

Таким образом, в этом случае регулирования для достижения границы аperiodичности в процессе регулирования с постоянной скоростью можно эту последнюю взять почти в 2 раза меньше, чем при регулировании с пропорциональной скоростью при том же самом (практически) отклонении параметра.

8. МЕТОДИКА ПРИБЛИЖЕННОГО РАСЧЕТА ПРОЦЕССА РЕГУЛИРОВАНИЯ

Вышеизложенный анализ процесса регулирования дает возможность полностью рассчитать процесс в случае его идеализации. Всякое отступление от идеализации как в части регулирующих устройств, так и в самом регулируемом участке (при наличии в нем запаздываний любого рода) всегда ухудшает протекание процесса. Следовательно, при осуществлении регулирующих устройств, так же как и при конструировании самих регулирующих участков, следует всегда стремиться к условиям, приближающимся к идеальным. В большом числе случаев приближение к идеальным условиям регулирующих устройств, так же как и регулируемых участков, вполне возможно. Для таких случаев расчет процесса регулирования, проведенный без учета запаздывания, дает вполне удовлетворительные результаты.

Ориентация расчета, как это часто делается, на устойчивость, т. е. на процессы, приводящие в лучшем случае к незатухающим колебаниям параметра, является нецелесообразной, хотя бы ввиду того, что незатухающий колебательный процесс не является оптимальным ни в одном даже частном случае. Кроме того, при наличии идеализированной системы регулирования такой процесс может иметь место всегда без применения каких бы то ни было средств к его стабилизации. Однако, малейшее отступление от идеальных условий может сразу же вывести процесс из состояния устойчивости и привести его к форме расходящихся колебаний.

С нашей точки зрения расчет процесса регулирования более целесообразно ориентировать на оптимальную форму его протекания. За оптимальную форму, очевидно, следует считать такую, при которой процесс, протекая вполне устойчиво при любых режимах и возмущениях, прекращается, т. е. приходит после возмущения к новому положению равновесия в возможно короткий срок. При этом отклонение параметра в течение процесса регулирования должно быть, по возможности, минимальным. Пользуясь вышеизложенным анализом процесса регулирования при его идеализации, мы попытаемся в дальнейшем найти для всех разобранных нами случаев его оптимальную форму протекания в изложенном только что смысле.

При изыскании оптимальной формы процесса следует сразу же напомнить одно ограничение. Отклонение параметра в процессе регулирования должно быть при оптимальном его протекании, по возможности, минимальным. Во всех разобранных нами случаях как при применении пропорциональной, так и постоянной скоростей регулирования отклонение параметра будет тем меньше, чем больше скорость регулирования. Верхний предел скорости регулирования всегда ограничен техническими возможностями и целесообразностью (хотя бы с точки зрения расходования энергии). Таким образом, с точки зрения получения минимально возможного отклонения параметра всегда целесообразно выбрать максимальную технически возможную скорость регулирования.

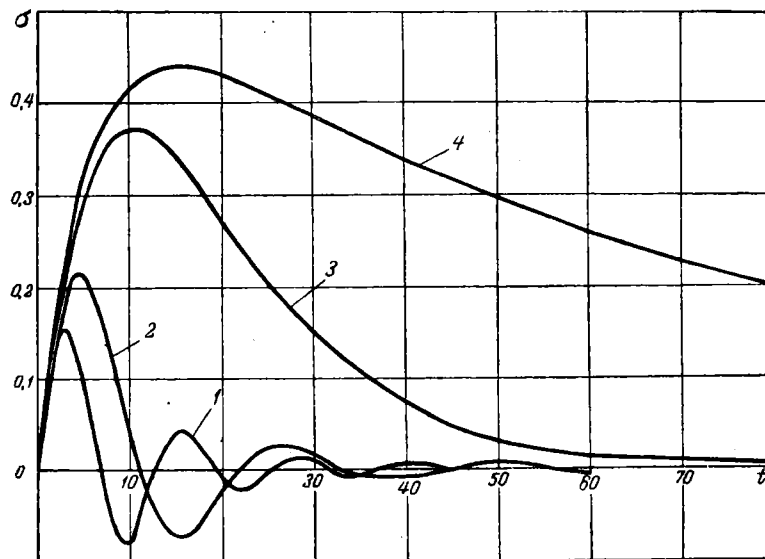
Учитывая это замечание, попытаемся теперь отыскать оптимальные формы процесса регулирования в различных частных случаях его стабилизации.

Проанализируем подробнее процесс регулирования, стабилизирующийся только за счет явления самовыравнивания, т. е. в отсутствие связи ($\delta = 0$) и добзвочного импульса от производной параметра ($k = 0$).

Для этого рассмотрим кривые фиг. 62. Кривые эти построены так, что скорости регулирования в процессах, ими иллюстрируемых, уменьшаются примерно в 2 раза при переходе от первой ко второй, от второй к третьей и т. д. Все же остальные величины, характеризующие процесс—чувствитель-

ность участка, его степень самовыравнивания и начальное возмущающее воздействие, остаются для всех кривых постоянными.

Первая и вторая кривые дают процесс регулирования в виде затухающих колебаний с коэффициентами затухания $1/3$ и $1/2$. Третья кривая дает процесс при достижении границы аperiodичности. Наконец, четвертая кривая дает процесс уже при достаточном, так сказать, его углублении в зону аperiodичности.



Фиг. 62. Кривые влияния скорости регулирования на процесс регулирования при наличии самовыравнивания.

Общее рассмотрение этих кривых подтверждает уже сказанное выше. С уменьшением скорости регулирования возрастает стабильность процесса, т. е. его степень затухания, при одновременном возрастании максимального отклонения параметра, имеющего место в процессе регулирования. Качество процесса регулирования, очевидно, нельзя считать лучшим в случае его аperiodического протекания. Действительно, допущение в процессе регулирования колебаний, сравнительно быстро затухающих, которые можно получить за счет увеличения скорости регулирования, не только уменьшает значение максимального отклонения параметра за процесс регулирования, но и приводит к тому, что практическое окончание процесса наступает быстрее, чем при аperiodическом его протекании. Таким образом, в этом случае регулирования процесс на границе аperiodичности его протекания не является оптимальным. В зоне аperiodичности протекания процесс затяги-

вается при одновременном увеличении максимальных отклонений параметра.

Оптимальной формой процесса можно было бы считать такую, при которой существовало бы достаточно быстрое затухание процесса, причем практическая длительность его не превышала бы длительность на границе аperiodичности. Это имеет место при коэффициенте затухания, примерно равном $1/3$.

Совершенно подобное же изменение в этом случае стабилизации процесса регулирования имело бы место, если бы вместо скорости регулирования, пропорциональной импульсу, мы рассмотрели бы процесс при постоянной скорости закрытия.

Несмотря на то, что найденная форма процесса для данного случая регулирования является оптимальной, ориентировать предварительный расчет течения процесса на этот случай нам кажется неправильным. Это было бы возможно лишь в том случае, если бы мы могли быть вполне твердо уверены, что вся система будет сколь угодно близка к идеальной и, кроме того, процесс не будет протекать вблизи нулевых значений нагрузки¹.

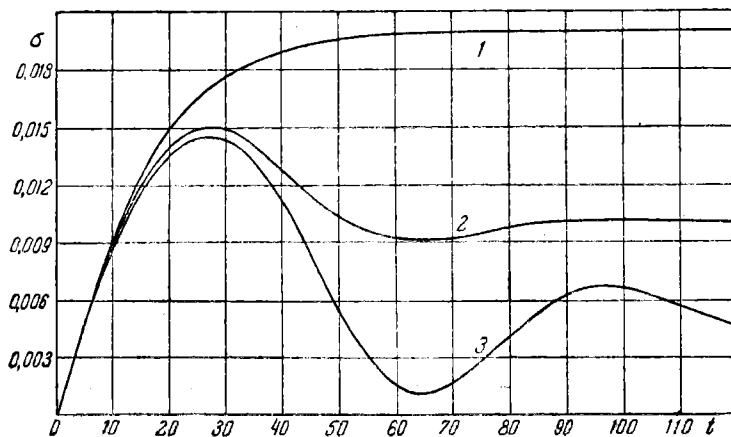
Так как эти условия в подавляющем большинстве случаев вряд ли могут быть строго соблюдены, то при первоначальном расчете должен быть обеспечен достаточный запас устойчивости. Считая такой запас достаточным при примерном удвоенном значении коэффициента затухания, мы приходим к выводу о целесообразности проведения первоначального расчета процесса регулирования для случая стабилизации его только за счет самовыравнивания, с ориентацией на граничный случай аperiodичности ($\psi_p = 1$).

В данном случае для расчета должны быть использованы уравнения (36) и (157) соответственно для пропорциональной и постоянной скоростей. Максимальное отклонение параметра соответственно дается выражениями (43) и (158).

При дальнейшей наладке работы регулятора путем соответствующего увеличения скорости регулирования процесс может быть доведен до оптимальной формы. Эту доводку следует делать для той нагрузки регулируемого объекта, при которой его характеристики (чувствительность и степень самовыравнивания) наименее благоприятны для формы процесса. Таким образом, у регуляторов без связи или добавочного импульса от производной скорость регулирования следует делать легко варьируемой в достаточно широких пределах, так как настройка регулятора в этом случае возможна только путем изменения скорости закрытия.

¹ Как уже было указано (см. стр. 60—64), степень самовыравнивания всегда пропорциональна нагрузке. Стабилизация же процесса в данном случае обусловлена исключительно самовыравниванием.

Как уже указывалось выше, если характеристика регулируемого объекта такова, что не дает возможности применить регулятор без связи или без добавочного импульса от производной параметра, мы считаем нецелесообразным усложнение расчета процесса регулирования учетом еще и степени самовыравнивания за исключением, быть может, некоторых особых случаев. Таким образом, в случае необходимости применения регуляторов со связью или с добавочным импульсом наличие самовыравнивания объекта регулирования создает некоторый, обычно незначительный, запас устойчивости при одновременном некотором уменьшении против расчетного действительного отклонения параметра за процесс регулирования.



Фиг. 63. Кривые влияния степени связи на процесс регулирования с пропорциональной скоростью.

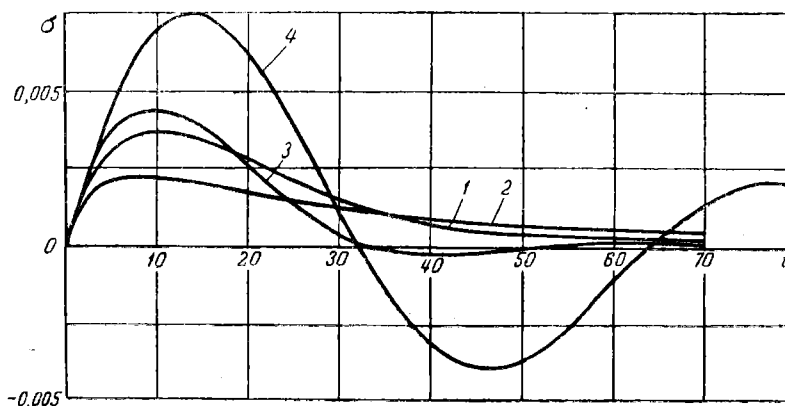
Разбор этих двух случаев регулирования (отдельно с жесткой связью и отдельно с добавочным импульсом) приводит к несколько различным результатам в случаях применения пропорциональной или постоянной скорости закрытия. Разберем их в отдельности, начиная со случая применения пропорциональной скорости закрытия.

Рассмотрим кривые фиг. 63, построенные для случая стабилизации процесса регулирования за счет жесткой связи. Кривая 1 построена для граничного случая аperiodического протекания процесса регулирования; кривая 2 — для измененной примерно вдвое против предыдущего степени связи; кривая 3 — для случая применения связи, уменьшенной еще раз вдвое. Скорость регулирования взята везде одной и той же из-за целесообразности (см. выше) применения ее как максимально технически возможной.

Искать оптимальный процесс при увеличенной против кри-

вой 1 неравномерности, очевидно, нет смысла, так как при этом (ср. с фиг. 43) процесс лишь растягивается во времени при одновременном увеличении отклонений параметра (из-за увеличения неравномерности параметра), т. е. ухудшается по сравнению, хотя бы с кривой 1 фиг. 63, во всех отношениях.

Рассмотрение кривых фиг. 63 приводит нас к выводу, что ни при граничном особом случае аperiodичности (кривая 1), ни при значительном снижении неравномерности (кривая 3) процесс не может считаться оптимальным. Действительно, на границе аperiodичности имеет место максимальная из всех трех кривых неравномерность, а в случае значительного уменьшения последней резко снижается стабильность про-



Фиг. 64. Кривые влияния коэффициента масштаба производной на процесс регулирования с пропорциональной скоростью.

цесса, и он сильно растягивается во времени. Отсюда следует, что за оптимальный можно было бы принять такой процесс, у которого коэффициент затухания имеет значение 0,3—0,4, так как при этом длительность его протекания почти такая же, что и на границе аperiodичности, а неравномерность почти вдвое меньше, отклонение же параметра за процесс регулирования также несколько снижается (примерно на 25%).

Кривые фиг. 64 построены для случая стабилизации процесса регулирования за счет дополнительного импульса от производной параметра. Первая 1 из этих кривых построена для граничного случая аperiodического протекания процесса регулирования, вторая 2 — для увеличенного вдвое против предыдущего коэффициента масштаба производной, третья 3 — для уменьшенного вдвое против того же первого коэффициента и четвертая 4 — для уменьшенного еще вдвое коэффициента масштаба. Так же как и в предыдущем случае, на том же основании скорость регулирования везде остается неизменной.

Очевидно, что кривая 4 иллюстрирует форму процесса худшую, чем остальные, из-за растягивания всего процесса и из-за увеличенного отклонения параметра в процессе регулирования. Кривая 2 дает сильно растянутый процесс, хотя отклонение параметра здесь значительно меньше, чем на кривой 1. Кривая 3 дает форму процесса, когда при некотором увеличении отклонения параметра по сравнению с кривой 1, процесс успокаивается несколько скорее. Таким образом, аналогично регулированию с жесткой связью за оптимальный процесс и здесь следует принять процесс с коэффициентом затухания, имеющим значение около 0,3—0,4*.

Исходя из необходимости при первоначальном расчете иметь по предыдущему значительный запас устойчивости (примерно двойной), мы не можем в случае применения скорости регулирования, пропорциональной импульсу, этот первоначальный расчет рекомендовать ориентировать на его оптимальную форму ни для регулирования с жесткой связью так и ни для регулирования с дополнительным импульсом по производной параметра.

В том случае, если степень самовыравнивания регулируемого участка практически действительно равна нулю, то необходимость при первоначальном расчете примерно двойного запаса устойчивости заставляет нас рекомендовать вести этот расчет, ориентируясь на граничный случай аperiodичности течения процесса.

В этом случае расчет следует вести с использованием выражений (39) и (41) соответственно при наличии жесткой связи или дополнительного импульса от производной параметра.

Максимальное отклонение параметра дается соответственно выражениями (44) и (46).

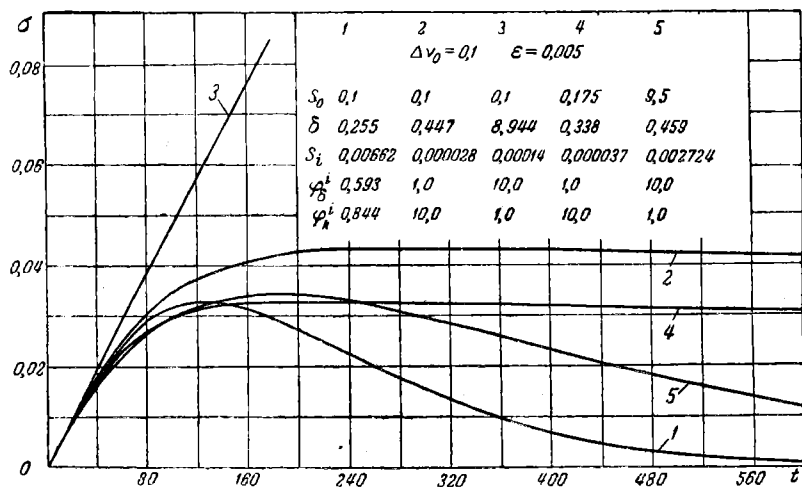
Если самовыравнивание практически заметно и обусловленная ими доля коэффициента затухания лежит в пределах от 0,1 до 0,4, то в первоначальном расчете можно принять значение степени связи или коэффициента масштаба производной параметра уменьшенными соответственно против их значений, обуславливающих достижения границы аperiodичности протекания процесса. Наконец, только в случаях (очень редких), когда доля коэффициента затухания, обусловленная самовыравниванием, имеет значение, большее 0,4, можно рекомендовать ориентировать первоначальный расчет на его оптимальную форму.

Так же, как и при регулировании без связи и добавочного импульса, в наладке работы регулятора процесс следует довести до его оптимальной формы, данной кривой 2 фиг. 63 и кривой 3 фиг. 64.

* Следует иметь в виду, что при выборе уже для граничного случая аperiodичности (кривая 1) максимально технически возможной скорости закрытия процесс, изображенный на кривой 2, не даст уменьшения ст.

Этого можно достигнуть путем соответствующего уменьшения степени связи δ или коэффициента масштаба производной параметра k . Таким образом, в конструкциях подобных регуляторов должны предусматриваться способы простой вариации указанных выше величин.

При изодромном регулировании с пропорциональной и с постоянной скоростями изыскание оптимальной формы процесса также приводит к несколько различным результатам. Начнем рассмотрение со случая регулирования со скоростью закрытия, пропорциональной регулируемому импульсу. Рассмотрение графика фиг. 38 показывает, что одно и то же



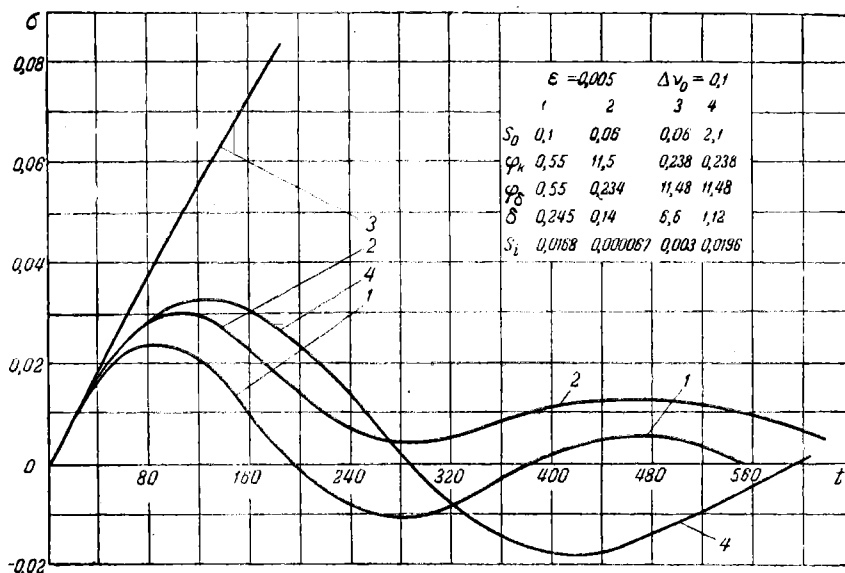
Фиг. 65. Кривые параметра при пропорциональной скорости изодромного регулирования на границе его аperiodичности при различных значениях функций затухания.

затухание процесса может иметь место при различных значениях функций $\varphi_{\delta(i)}$ и $\varphi_{k(i)}$, другими словами, при различных значениях постоянных регулирования.

Графики фиг. 65 даны для границы аperiodичности процесса, а графики фиг. 66 — для степени затухания, равной примерно 0,8. Первые 1 кривые обоих графиков построены для значений функций затухания, соответствующих минимальному радиусу закругления кривых фиг. 38. Это соответствует для границы аperiodичности особому случаю равенства всех трех корней характеристического уравнения. Кривые 2 соответствуют также на обоих графиках значениям $\varphi_{\delta(i)} \approx 10$ при соответствующем значении $\varphi_{k(i)}$.

Кривые 3 — значениям $\varphi_{k(i)} = 10$ при соответствующем значении $\varphi_{\delta(i)}$. На фиг. 66 эти кривые построены при неизменном значении приведенной скорости s_0 . Так как при значе-

ниях $\varphi_{\delta_{11}} = 10$ действительная максимальная скорость регулирования значительно меньше, чем во всех других случаях, что и обуславливает увеличение максимального отклонения параметра, то для сравнения на графике фиг. 65 даны еще и кривые 4 и 5, а на графике фиг. 66 — кривые 4, построенные с измененной приведенной скоростью закрытия. Это изменение подобрано так, чтобы действительная максимальная скорость регулирования осталась примерно той же, что и для кривых 1 при сохранении выбранных значений функций затухания для кривых 2.

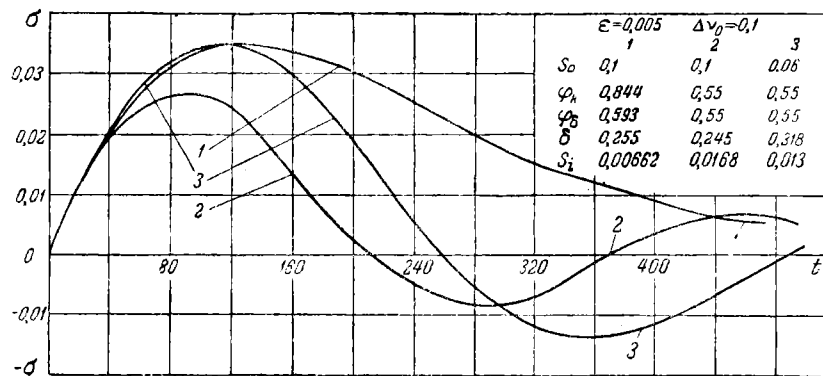


Фиг. 66. Кривые параметра при пропорциональной скорости изодромного регулирования при степени затухания, примерно равной 0,8 для различных значений функций затухания.

Рассмотрение этих кривых достаточно убедительно показывает, что для каждого значения степени затухания форма кривых 1 является оптимальной. В этом случае при равных степенях затухания и примерно равных динамических отклонениях параметра процесс успокаивается в наиболее короткий срок.

С другой стороны, сопоставление кривых случая 1 для различных степеней затухания, данное на фиг. 67, показывает, что на границе апериодичности форма процесса не может считаться единственно оптимальной. Процесс регулирования при значении степени затухания примерно 0,7—0,8 дает форму, в которой при достаточной стабильности и одинаковых практически динамических отклонениях параметра процесс прекращается примерно за то же время. При этом, очевидно, полу-

чается не менее «оптимальная» форма процесса. При расчете, как и всегда, следует предусматривать некоторый значительный запас, компенсирующий всегда имеющее место отклонение системы регулирования от идеализированного состояния. Учитывая необходимость такого расчетного запаса, можно рекомендовать ориентацию расчета на особый случай границы его апериодичности, упомянутый выше. В этом случае расчет постоянных регулятора: степени связи и времени изодрома, может быть проведен по формулам (91) и (95). Максимальное же динамическое отклонение параметра дается уравнением (99).



Фиг. 67. Кривые параметра при пропорциональной скорости изодромного регулирования для различных степеней затухания в случае наименьшего радиуса кривых равных степеней затухания.

При наладке регуляторов целесообразно довести процесс регулирования до его оптимальной формы. Этого можно добиться соответствующим изменением степени связи и времени изодрома. Таким образом, в конструкциях регуляторов следует всегда предусматривать возможность простого и легкого изменения этих величин.

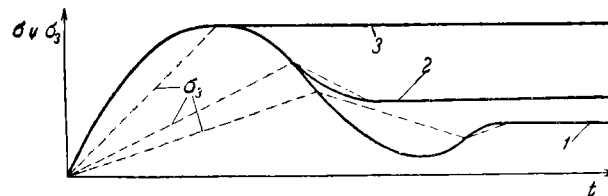
К несколько другим выводам мы приходим при нахождении оптимальной формы процесса регулирования с случае применения постоянной скорости закрытия.

На фиг. 68 даны кривые параметра для случая регулирования с жесткой связью, а на фиг. 69—с дополнительным импульсом от производной параметра. Кривые 1 на обеих фигурах соответствуют граничному случаю апериодического течения процесса регулирования; кривые 2 — увеличенным вдвое по отношению к первым значениям степени связи и коэффициента масштаба; кривые 3 — увеличенным еще вдвое тем же величинам. Скорости регулирования на всех кривых обеих фигур взяты одинаковыми (максимально технически возможными).

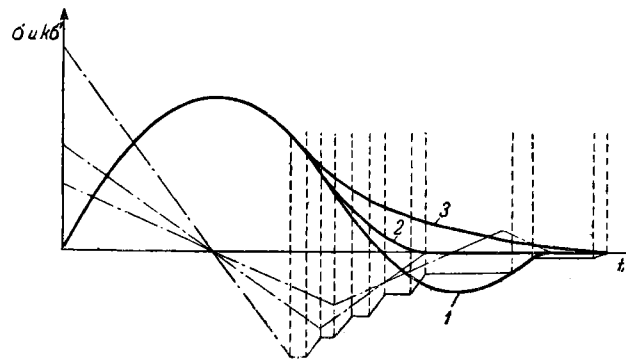
Рассмотрение этих кривых показывает, что при измене-

нии степени связи δ или коэффициента масштаба производной k в данных на фигурах пределах не влияют совершенно на максимальное за процесс регулирования отклонение параметра. Кривые с уменьшенными значениями δ и k по сравнению с первыми кривыми не приводятся, так как, очевидно, что в этом случае процесс еще более растягивается, переходя в колебательную форму, и, следовательно, ухудшается¹.

Фиг. 68. Кривые влияния степени связи на процесс регулирования с постоянной скоростью.



Фиг. 69. Кривые влияния коэффициента масштаба производной параметра на процесс регулирования с постоянной скоростью.



Кривые 3 на обеих фигурах, очевидно, дают худшие формы процесса, так как при регулировании со связью имеют большую неравномерность (при несколько быстрейшем окончании процесса). При регулировании же с дополнительным импульсом по производной параметра процесс регулирования растягивается во времени. Кривые 1 также дают ухудшение по сравнению с кривыми 2 формы процесса из-за растягивания в обоих случаях процесса регулирования.

Таким образом, оптимальным в этих случаях регулирования следует считать процесс, изображенный кривыми 2 и соответствующий частному случаю аperiodического течения его. Условия, определяющие данный случай, выражены уравнениями (135) и (142). Необходимость обеспечения запаса устойчивости подобно тому, что мы имели при рассмотрении регулирования с пропорциональной скоростью закрытия, заставляет рекомендовать ориентацию предварительного расче-

¹ Хотя при регулировании с жесткой связью при этом несколько уменьшается неравномерность параметра.

та процесса регулирования при наличии постоянной скорости закрытия на апериодическую форму процесса, при которой степень связи¹ и коэффициент масштаба производной² брались бы вдвое большими, чем их значения, соответствующие частным случаям апериодического регулирования.

В настройке, так же как и во всех предыдущих случаях, следует рекомендовать доведение процесса путем изменения расчетной степени связи или добавочного импульса до оптимальной его формы.

В случае изодромного регулирования оптимальной формой процесса также является разобранный выше, принятый нами за граничный случай апериодического течения, иллюстрируемый на фиг. 57. Действительно, при сохранении величины скорости закрытия, выбранной, например, как максимально технически возможной, максимальное отклонение параметра не зависит от значения степени связи и времени изодрома³. Однако, всякое изменение этих величин приводит к ухудшению формы процесса. Если одна или обе из этих величин уменьшаются, то процесс делается колебательным, причем его окончание затягивается во времени. Это ясно из того, что точка реверсии в этом случае отодвигается во времени от начала процесса, кривая заданного значения параметра делается более пологой, следовательно, возмущение, под влиянием которого совершается второе полупереколебание, увеличивается ($\Delta v_2 = \Delta v_0 - s \cdot t$).

Если, наоборот, одна или обе из этих величин (δ и T_i) увеличиваются, то кривая заданного значения параметра делается более крутой, при этом точка первой реверсии приближается к началу процесса. Следствием этого является преждевременный переход регулятора на прерывистую импульсную работу во втором полупериоде процесса, что сейчас же ведет к затягиванию окончания процесса.

Высказанное положение хорошо иллюстрируется кривыми фиг. 70. Здесь кривая 1 соответствует процессу на границе апериодичности его течения. Кривая 2 построена при измененном — уменьшенном 1,6 раза времени изодрома по сравнению с первой кривой⁴. Кривая же 3 построена при увеличенном

¹ При регулировании со связью это будет соответствовать второму рассмотренному нами частному случаю апериодического регулирования, удовлетворяющему условиям уравнения (135).

² При наличии практически заметного самовыравнивания последнее может быть учтено так же, как рекомендовано для пропорциональной скорости закрытия.

³ Это утверждение, как уже очевидно из изложенного выше, действительно до тех пор, пока точка реверсии в работе регулятора лежит за максимумом кривой параметра. Если же она лежит до достижения максимума, то регулятор переходит на пульсирующую работу и процесс ухудшается из-за увеличения хотя бы максимального отклонения параметра.

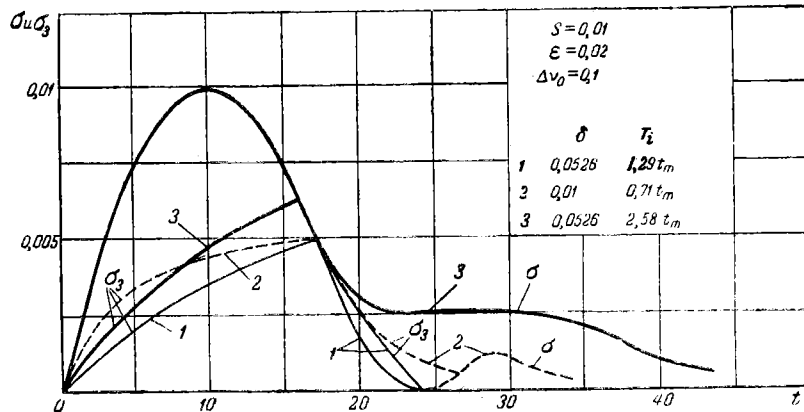
⁴ И при примерно вдвое увеличенной связи.

также в 2 раза времени изодрома. При этом с момента перехода регулятора на импульсный режим для облегчения построения и его понимания, как и раньше, введена некоторая зона нечувствительности в работе регулятора.

Таким образом, оптимальный процесс изодромного регулирования получается при соблюдении условий достижения границы аperiodичности его протекания, определяемых соотношениями (150).

Нам кажется, однако, неправильным ориентировать первоначальный расчет процесса на его оптимальную форму.

На фиг. 71 даны графики изменения параметра при трех значениях Δv_0 , различающихся между собой примерно в 1,5 раза



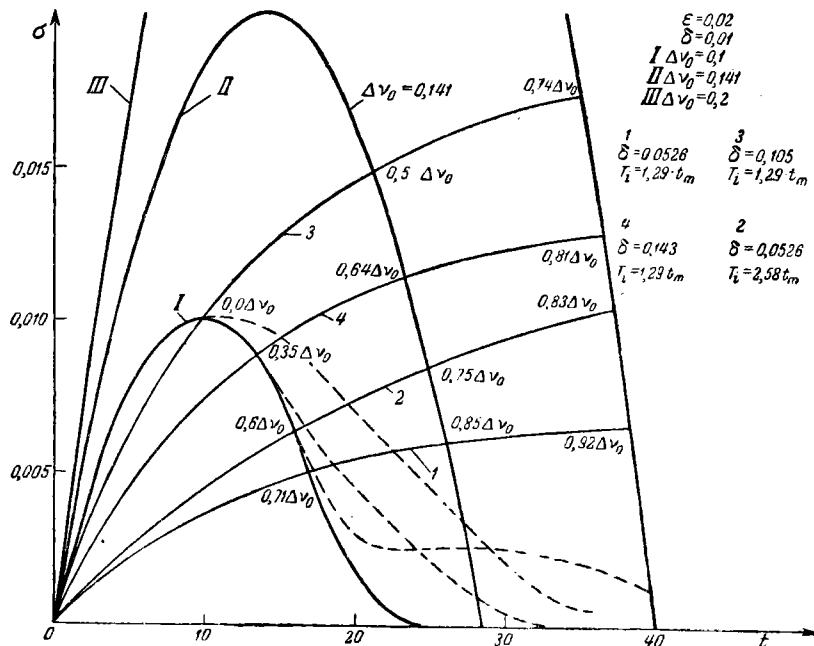
Фиг. 70. Кривые параметра при постоянной скорости изодромного регулирования для различных значений степени связи и времени изодрома.

и вдвое. Кривые заданных значений параметра построены: 1) для оптимального случая регулирования при наименьшем возмущающем воздействии; 2) для времени изодрома T_i , увеличенном вдвое по сравнению с кривой 1 и 3) — для времени изодрома и степени связи, примерно обуславливающих оптимальность процесса при вдвое большем возмущении.

Рассмотрение кривых этого графика показывает, что увеличение величины возмущающего воздействия резко сказывается на стабильности процесса. Как видно, двойное увеличение возмущения (см. кривую III) при сохранении значений степени связи и времени изодрома, выбранных из условий оптимальности для меньшего возмущения, приводит к тому, что процесс делается весьма слабо затухающим. Это явление обязывает, во-первых, весьма осторожно подходить к выбору расчетной величины возмущающего фактора, во-вторых, нам кажется более целесообразным для первоначального расчета величину для T_i , полученную из условий оптимальности, увеличить вдвое, а величину δ оставить расчетной.

Так же, как и при разборе предыдущих случаев, такое

увеличение T_i создает некоторый первоначальный запас устойчивости. В дальнейшей наладке регулятора обе эти величины или одна из них, особенно T_i , могут быть уменьшены, для того чтобы максимально приблизиться к опти-



Фиг. 71. Кривые параметра при постоянной скорости изодромного регулирования для различных значений начальных возмущений.

мальной форме процесса при максимальных возмущающих факторах. При меньших возмущениях мы, очевидно, будем иметь всегда несколько затянутый процесс регулирования, что при наличии постоянной скорости закрытия является неизбежным.

Выражение максимального отклонения параметра для всех случаев регулирования с постоянной скоростью дается уравнением (127).

Итак, мы пришли к выводу, что во всех случаях регулирования (за редким исключением) предварительный расчет следует ориентировать на граничный случай аperiodической формы его протекания, а для постоянной скорости закрытия регулирующего органа даже на его частные случаи, т. е. с определенным коэффициентом запаса.

Ориентация расчета на граничный случай аperiodичности протекания процесса регулирования во всех четырех разнообразных случаях имеет еще и то немаловажное преимущество, что при этом расчетные формулы имеют исключительно

простой вид. Последнее особенно важно при первоначальных прикидочных расчетах.

Для идеализированных систем регулирования величины, характеризующие как регулируемый участок, так и регулятор, мы условились считать постоянными. Только при этих условиях уравнения регулирования имеют вид линейных. В действительности далеко не во всех регулируемых участках величины, их характеризующие — чувствительность участка и его степени самовыравнивания, являются действительно постоянными. Также не всегда постоянными являются и величины, характеризующие регулятор — скорость регулирования, степень связи и коэффициент масштаба производной параметра. Правда, эти последние величины в большинстве случаев можно и следует иметь в виде постоянных, что достигается сравнительно простыми средствами.

Расчет процесса регулирования, однако, и в случае непостоянства характеристических величин можно и следует вести, считая статистические характеристики регулируемой системы линейными. При этом следует из всех значений характеристических величин выбирать такие, при которых процесс регулирования может иметь наихудшую форму, как с точки зрения стабильности, так и с точки зрения максимальных отклонений параметра в процессе регулирования. При такой ориентации выбег параметра и стабильность процесса регулирования во всех других случаях будут лишь лучше расчетных.

Так, если при расчете становится очевидной невозможность регулирования без связи или добавочного импульса по производной параметра, то в дальнейшем расчете нам кажется нецелесообразным усложнять его учетом наличия исходной степени самовыравнивания, которая всегда в какой-то мере улучшает процесс. При регулировании со связью при наличии непостоянства чувствительности регулируемого участка следует ориентировать расчет на максимальное имеющее место значение чувствительности. В этом случае большое значение чувствительности отрицательно сказывается и на степени затухания, и на максимальном отклонении параметра за процесс регулирования из-за необходимости увеличения степени связи при максимальной технически возможной скорости закрытия.

Возмущающие воздействия при регулировании с пропорциональной скоростью сказываются лишь на максимальных за процесс регулирования отклонениях параметра, а не на степени затухания процесса. В части выбора его расчетной величины следует в большинстве случаев ориентироваться на нормально максимальные эксплуатационные возмущения. Однако, следует всегда иметь прикидку и на возможные аварийные или полуаварийные режимы работы регулируемых объектов.

РЕГУЛИРОВАНИЕ НЕИДЕАЛИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

9. ВЛИЯНИЕ ЗОНЫ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ НА ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ

До сих пор мы рассматривали лишь так называемый идеализированный процесс регулирования.

В реальных случаях далеко не всегда можно пренебречь теми или иными факторами несовершенства регулируемой системы. Отклонения от идеализации могут иметь место как вследствие несовершенства самого регулирующего устройства так и вследствие того, что регулируемый объект не соответствует понятиям идеализированного.

Несовершенства регулирующего устройства сказываются прежде всего в наличии в подавляющем большинстве конструкций регуляторов некоторой ширины зоны нечувствительности. Под зоной нечувствительности регулятора Δ обычно подразумевают относительное отклонение параметра (или действующего значения его производной) от своего заданного значения, которое не вызывает еще срабатывание регулятора.

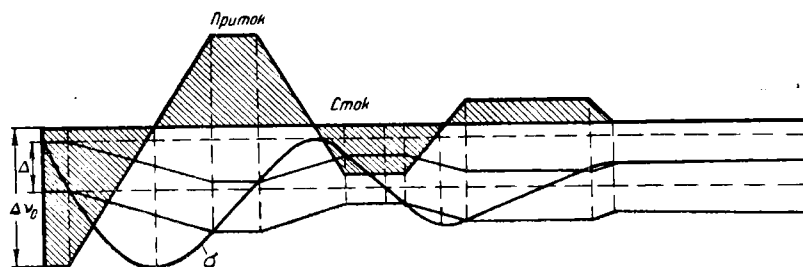
Кроме наличия некоторой зоны нечувствительности в регулирующих устройствах часто присутствуют мертвые ходы в передаточных системах (люфты), вредные трения покоя, вы беги исполнительных механизмов и т. п. Все эти влияния, кроме влияния зоны нечувствительности и люфта, целесообразнее рассматривать как некоторое запаздывание в системе регулирования, что и будет нами сделано ниже.

Влияние люфта можно уподобить влиянию зоны нечувствительности, по крайней мере в начальной стадии процесса. Действительно, в обоих случаях регулятор включается в работу на некоторое время позже получения регулирующего импульса. При непрерывной работе (в одном направлении) зона нечувствительности и люфты не влияют на процесс до момента изменения направления движения регулирующего органа. Это и дает право нам в дальнейшем рассматривать лишь одно влияние зоны нечувствительности.

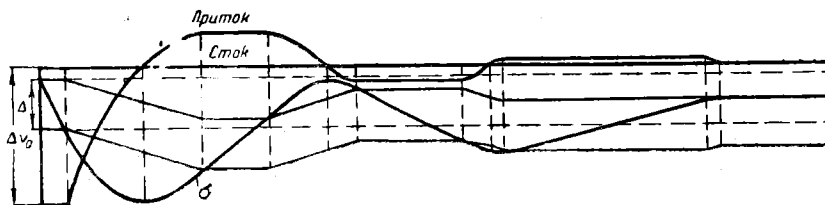
Влияние зоны нечувствительности принципиально различно

в зависимости от того, имеет ли данный регулируемый участок способность к самовыравниванию ($\rho \neq 0$) или же не имеет такой способности ($\rho = 0$). При этом тип регулятора, т. е. наличие жесткой или упругой обратной связи или дополнительного импульса от производной параметра, не играют принципиальной роли.

Мы ограничимся рассмотрением отдельно только двух случаев: 1) случая регулирования участков без самовыравнивания регулятором с постоянной и пропорциональной скоростями закрытия при наличии жесткой обратной связи и 2) случая



Фиг. 72. График процесса регулирования при отсутствии самовыравнивания в регулируемом участке регулятором с жесткой связью с зоной нечувствительности.



Фиг. 73. То же, что фиг. 72, для пропорциональной скорости.

регулирования участков с самовыравниванием регуляторами без связи, работающими или с постоянной, или пропорциональной скоростями закрытия. Конечно, этим не охватываются все возможные случаи регулирования, но это вряд ли имеет значение, так как выяснение влияния ширины зоны нечувствительности регулятора на процесс регулирования удобнее всего выполнить именно на этих «граничных» примерах.

На фиг. 72 и 73 представлен первый случай. График на фиг. 72 показан для случая постоянной скорости закрытия, а на фиг. 73 — для пропорциональной.

В обоих графиках $\rho = 0$, а $\delta \neq 0$. Начальное значение параметра выбрано наиболее «неудачным», параметр находится на границе зоны нечувствительности и возмущающее воздействие направлено так, что параметр начинает меняться, так сказать, «внутри» зоны нечувствительности.

Ввиду отсутствия самовыравнивания внутри зоны нечувствительности параметр меняется по прямой — $\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v_0 t$, причем значение возмущающего воздействия не меняется. После того как параметр „пересечет“ зону нечувствительности, вступает в работу регулятор, и процесс идет так, как будто бы нижняя граница зоны нечувствительности являлась линией нормального параметра, а возмущение произошло в момент пересечения параметров нижней границы зоны нечувствительности. Таким образом, значение первой амплитуды может быть найдено из обычных данных выше выражений для σ_m , если мы к этому значению прибавим значение половины ширины зоны нечувствительности $\frac{\Delta}{2}$ (в общем случае), т. е.

$$\sigma_m = \sigma_m + 0,5 \Delta \quad (170)$$

$\Delta \neq 0 \quad \Delta = 0$

В тот момент, когда параметр снова пересечет нижнюю границу зоны, регулятор будет выключен. Этот момент соответствует моменту пересечения линий параметра (фиг. 72) своего нормального значения. Остаточная величина возмущения также соответствует остаточной величине возмущения при нулевой ширине зоны. Внутри зоны параметр изменяется снова по прямой ($\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t$) до момента пересечения им верхней границы зоны. Затем снова включается регулятор, но знак скорости меняется, и процесс продолжается подобно только что описанному. Таким образом, процесс как бы „разрезается“ зоной нечувствительности и как бы „всплывает“ на ее границы.

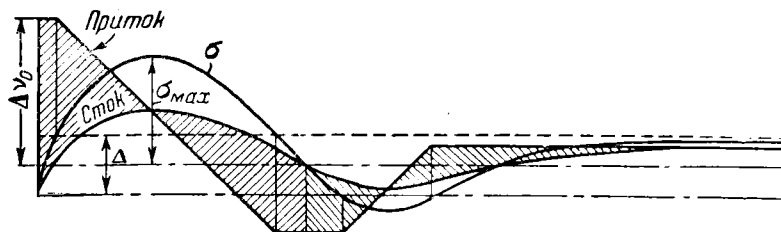
При этом, очевидно, степень затухания обусловлена только отклонениями параметра от границ зоны нечувствительности, т. е. введение некоторой ширины зоны нечувствительности не изменяет степени затухания¹, по сравнению с таким же процессом регулирования, протекающим без наличия зоны нечувствительности, тогда как величина максимального отклонения параметра увеличивается на половину величины значения зоны нечувствительности.

Таким образом, введение некоторой ширины зоны нечувствительности при регулировании участков, не обладающих самовыравниванием, несколько ухудшает процесс регулирования с точки зрения некоторого увеличения максимального отклонения параметра. Условия аperiodичности остаются прежними.

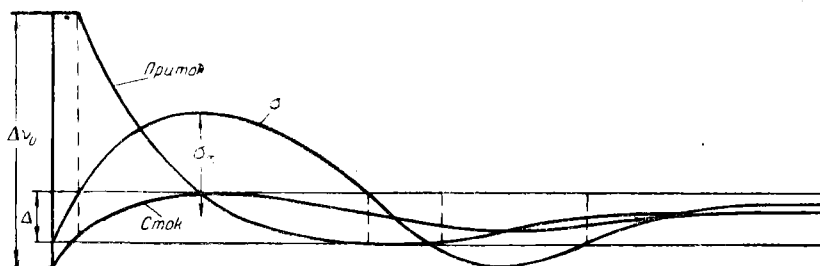
Перейдем теперь к рассмотрению влияния ширины зоны нечувствительности во втором случае, т. е. при $\rho \neq 0$ и $\delta = 0$, представленном на фиг. 74 и 75.

¹ Если отсчет отклонения делать от границы зоны нечувствительности, а не от ее средней линии.

График на фиг. 74 дан также для постоянной скорости, а на фиг. 75—для пропорциональной. Начальное значение параметра выбрано так же, как при разборе предыдущего случая, а именно: параметр находится на границе зоны не-



Фиг. 74. График процесса регулирования при наличии самовыравнивания в регулируемом участке регулятором без связи с зоной нечувствительности.



Фиг. 75. То же, что фиг. 74, для пропорциональной скорости.

чувствительности, при этом возмущающее воздействие направлено так, что параметр начинает меняться, так сказать, „внутри“ зоны нечувствительности. Однако, ввиду наличия в данном случае определенной величины степени самовыравнивания параметр, пересекая зону нечувствительности, будет меняться уже не по прямой, а по показательной кривой $\sigma = \frac{\Delta v_0}{\rho} (1 - e^{-\epsilon \cdot \rho \cdot t})$, и к моменту пересечения линией параметра верхней границы зоны нечувствительности действительное возмущающее воздействие уменьшается против первоначальной до величины Δv_{01} , тем меньшей, чем больше самовыравнивание и ширина зоны нечувствительности, вследствие этого отклонение параметра в процессе работы регулятора (по выходе значения параметра из зоны) будет меньше по сравнению с отклонением при отсутствии зоны в отношении $\frac{\Delta v_{01}}{\Delta v_0}$. Наибольшее отклонение от среднего значения параметр получит в том случае, если его значение в момент

возмущения совпадает с границей зоны, а возмущающее воздействие направлено так, что параметр стремится выйти из зоны.

В этом случае при первоначальном движении параметр не пересечет зоны нечувствительности в процессе самовыравнивания и на процесс регулирования действует все возмущающее воздействие Δv_0 . В этом наиболее неблагоприятном случае, следовательно, значение максимального отклонения параметра будет иметь вид

$$\sigma_m = \begin{cases} \sigma_m + 0,5 \cdot \Delta, & \Delta \neq 0 \\ \sigma_m, & \Delta = 0 \end{cases}$$

т. е. то же, что при отсутствии самовыравнивания.

В тот момент, когда параметр снова пересечет границу зоны нечувствительности, регулятор будет выключен, а параметр, пересекая зону, будет снова меняться по показательной кривой. Следовательно, остаточное возмущение, под влиянием которого протекает процесс регулирования, во время второго полупериода будет меньшим по сравнению с процессом при нулевой зоне нечувствительности, т. е. вторая амплитуда будет сравнительно меньше. Таким образом, в этом случае процесс не только как бы «всплывает» на границы зоны, но и претерпевает видоизменения, так как амплитуды параметра, отсчитываемые от границ зоны, уменьшаются по сравнению с теми же амплитудами для нулевой зоны, но меньшей мере начина со второй. Вследствие этого степень затухания, обусловленная только отклонениями параметра от границ зоны нечувствительности, увеличивается по сравнению с таким же процессом регулирования, протекающим без наличия зоны нечувствительности. Величина же максимального отклонения параметра может в неблагоприятном случае увеличиться на половину, значения зоны нечувствительности.

Таким образом, введение некоторой ширины зоны нечувствительности при регулировании участков с самовыравниванием в отдельных случаях несколько ухудшает процесс регулирования лишь с точки зрения некоторого увеличения максимального отклонения параметра, в то же время всегда улучшая его с точки зрения некоторого увеличения степени затухания.

Величина возмущения за время прохождения параметром зоны нечувствительности уменьшается до величины

$$\Delta v_{01} = \Delta v_0 - \rho \cdot \Delta, \quad (171)$$

где Δ — ширина зоны нечувствительности.

Значение вычитаемого может быть получено из основного выражения для степени самовыравнивания ρ при конечной величине отклонения параметра $\Delta \sigma$ [см. уравнение (3)].

В конце процесса регулирования может наступить момент, когда

$$\Delta v_n \ll \rho \cdot \Delta. \quad (172)$$

Это значит, что величина возмущающего воздействия на границе зоны нечувствительности недостаточна для того, чтобы вывести значение параметра из зоны, т. е. регулируемый параметр в этом случае уже остается внутри зоны благодаря процессу самовыравнивания.

Так как наличие зоны нечувствительности как в отсутствии самовыравнивания, так и в присутствии последнего лишь увеличивает амплитуды на величину, равную половине зоны нечувствительности, которая обычно очень мала по сравнению с величиной возможных отклонений, то практически это увеличение в подавляющем большинстве случаев не сказывается сколько-нибудь заметно на процессе регулирования. С другой стороны, на коэффициент затухания (и на продолжительность процесса) наличие зоны нечувствительности сказывается благоприятно вследствие влияния самовыравнивания, которое в конечном счете всегда имеет место, хотя в некоторых случаях и весьма незначительное. Таким образом, следует признать, что для подавляющего большинства случаев регулирования наличие некоторой относительно небольшой зоны нечувствительности благоприятно сказывается на процессе регулирования.

Небезынтересно рассмотреть здесь влияние ширины зоны нечувствительности в случае применения прерывистого многопозиционного регулирования.

В случае прерывистого регулирования, как правило, во время рабочего импульса регулятор работает с постоянной скоростью перемещения регулирующего органа. Если время покоя и время рабочего импульса регулятора постоянны в течение всего процесса регулирования и не зависят от регулирующего импульса, то мы имеем дело и с постоянной скоростью регулирования. При этом следует иметь в виду, что как только наступило время рабочего импульса, то регулятор будет работать постоянный отрезок времени, что бы ни происходило с регулируемым параметром и как бы ни менялся регулирующийся импульс.

В конце процесса регулирования к моменту наступления времени рабочего импульса величина возмущения (Δv_n) может быть столь незначительна, что регулятор сведет его значение к нулю за отрезок времени, меньший времени рабочего импульса. Следовательно, за время рабочего импульса регулятор переместит регулирующий орган на величину, большую, чем это нужно для выравнивания притока и стока. Таким образом, к концу времени рабочего импульса снова будет создан уже самим регулятором новый возмущающий фактор, направленный в противоположную сторону, и мы получим, так ска-

зять, «перерегулирование». Это явление «перерегулирования» не будет иметь места лишь в том случае, если время одного рабочего импульса будет в точности равно тому отрезку времени, которое нужно регулятору, чтобы выровнять приток и сток, т. е. отрезку времени, нужному для достижения параметром максимального отклонения. Это отклонение надо отсчитывать от того его значения, которое было до наступления последнего по времени рабочего импульса.

Очевидно, что это время определяется для случая отсутствия самовыравнивания по уравнению (126) так:

$$t = \frac{\Delta v_{ocm}}{s}, \quad (173)$$

а для случая наличия самовыравнивания по уравнению (161) так:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{\rho \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_{ocm}}{s} + 1\right)}{\rho \cdot \varepsilon}. \quad (174)$$

Если остаточное возмущение меньше, чем вышеуказанное, то для ликвидации регулятором этого возмущения нужно и время t меньшее, чем время одного рабочего импульса.

Получившееся однажды перерегулирование будет поддерживаться регулятором, если только регулятор обладает нулевой зоной нечувствительности.

Если же ширина нечувствительности регулятора

$$\Delta \geq \frac{\Delta v_{ocm}}{\rho}, \quad (175)$$

то, несмотря на некоторое «перерегулирование», остаточное возмущение недостаточно, чтобы вывести параметр за пределы зоны нечувствительности.

В этом случае колебания параметра около своего заданного значения прекращаются или вообще не имеют места. Так как качество работы регулятора надо считать лучшим при меньшей зоне нечувствительности, то, очевидно, целесообразно делать продолжительность рабочего импульса регулятора возможно небольшой, по крайней мере вблизи зоны нечувствительности. Последнее равносильно тому, чтобы вблизи к заданному и поддерживаемому значению параметра скорость регулирования была бы зависимой от импульса, например, пропорциональной ему.

В случае прерывистого регулирования с пропорциональной скоростью закрытия последнее обстоятельство имеет место само по себе, и малые колебания регулятора около положения равновесия, описанные выше, легко затухают при незначительной ширине зоны нечувствительности регулятора.

При наличии прерывистого регулирования зона нечувствительности оказывает свое влияние еще и другим способом. При регулировании со связью значение ширины зоны нечувствительности накладывает дополнительные условия на величину степени связи, ограничивая ее верхнее значение.

Этот фактор стабилизации процесса действует на регулирующий импульс в направлении его уменьшения. При этом наличие связи уменьшает значение регулирующего импульса в течение всего процесса.

Так как независимо от состояния процесса продолжительность рабочего импульса (время t_p) остается постоянной и в течение этого рабочего импульса регулятор работает непрерывно, то изменение заданного значения параметра (благодаря связи) при неудачном подборе может превысить значение ширины зоны нечувствительности. При этом к моменту наступления следующего рабочего импульса значение регулирующего импульса будет иметь уже другой знак, что повлечет за собой изменение направления работы регулятора. Это изменение направления работы регулятора, очевидно, не будет обусловлено необходимостью, т. е. требованием выравнивания притока и стока или же ненормальным значением самого параметра.

Если подобное явление будет иметь место в конце процесса, то излишне большое значение стабилизирующего процесс фактора повлечет за собой непрерывное колебание процесса, которое не успокоится даже и в случае соблюдения условий, изложенных выше [см. уравнение (172)] и обуславливающих выбор ширины зоны нечувствительности при регулировании без связи или дополнительного импульса от производной параметра.

Введем некоторые дополнительные обозначения. Время продолжительности одного рабочего импульса регулятора обозначим через t_p , время покоя регулятора, т. е. время перерыва в его работе, через t_n . Минимальную же величину возмущающего фактора, получающегося в конце рабочего импульса, если в его начале возмущение было равно нулю, обозначим через Δv_p .

Приближенно можно считать, что изменение заданного значения параметра, обусловленное связью, за время одного рабочего импульса, т. е. $\Delta s_{z,p} = \delta \cdot s \cdot t_p$, не должно быть больше зоны нечувствительности регулятора Δ , т. е.

$$\delta \cdot s \cdot t_p \ll \Delta. \quad (176)$$

Это неравенство и может служить для определения максимально возможной связи при наличии прерывистого регулирования (с постоянной скоростью).

Более подробное рассмотрение процесса приводит к заключению, что величина допустимой связи может быть несколько больше, чем это дается неравенством.

Действительно, максимальное изменение заданного значения параметра, обусловленное связью, за время одного рабочего импульса, т. е. $\Delta\sigma_{z,p} = \delta \cdot s \cdot t_p$ не должно превышать в наиболее неблагоприятном для процесса случае суммы следующих величин:

1) отклонения параметра за время покоя регулятора под влиянием минимального возмущения Δv_p , т. е. величины $\varepsilon \cdot \Delta v_p \cdot t_n$;

2) максимального отклонения параметра за время рабочего импульса под влиянием того же минимального возмущения, т. е. величины $\frac{\varepsilon \cdot \Delta v_p^2}{2 \cdot s}$;

3) половины ширины зоны нечувствительности регулятора. Таким образом,

$$\delta \cdot s \cdot t_p \ll \varepsilon \cdot \Delta v_p \cdot t_n + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_p^2}{2 \cdot s} + \frac{\Delta}{2}. \quad (177)$$

Но из предыдущих условий следует, что у регулятора, работающего без связи, ширина зоны нечувствительности должна быть больше, чем отклонение параметра за время одного рабочего цикла регулятора, т. е. за время $t_n + t_p$ при минимально возможном возмущении за этот же цикл. Отсюда следует, что

$$\Delta \geq \varepsilon \cdot \Delta v_p \cdot t_n + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_p^2}{2 \cdot s}. \quad (178)$$

Сопоставляя эти два неравенства, мы будем иметь:

$$\delta \cdot s \cdot t_p \ll \frac{3}{2} \cdot \Delta. \quad (179)$$

Высказанное только что положение может быть иллюстрировано двумя графиками рис. 76.

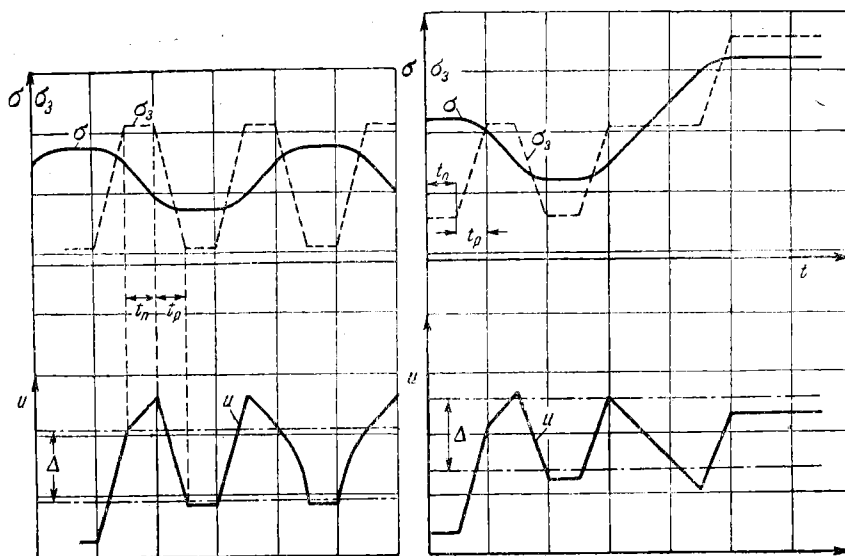
На первом из этих графиков степень связи взята большей, чем это допустимо по неравенству (179), а на втором — меньшей, т. е. в пределах нормы.

В верхней части нижнего графика даны кривые: изменение параметра (сплошная) и его заданного значения (пунктирная). В нижней части графиков дано течение регулирующей кривой.

При наличии упругой связи предельное значение степени связи будет несколько больше, чем то обусловлено неравенством (179) и будет зависеть еще и от времени изодрома.

Необходимо для этого случая неравенство может быть без труда получено при использовании уравнений (126).

Мы не приводим здесь этого неравенства, так как при от-



Фиг. 76. График процесса прерывистого регулирования с жесткой связью и зоной нечувствительности при постоянной скорости.

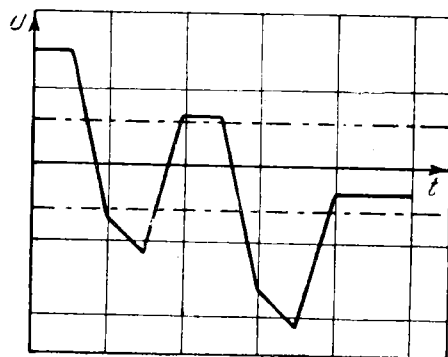
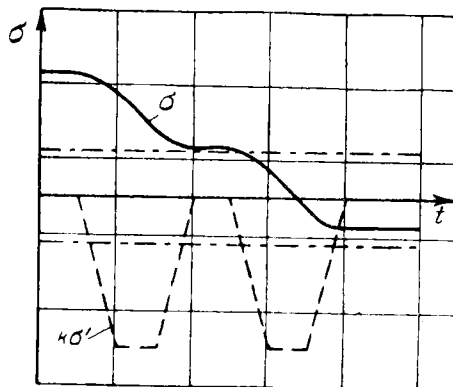
носительно больших значениях времени изодрома и малых значениях минимальных возмущений за время одного рабочего импульса, что имеет место в большинстве случаев регулирования тепловых процессов, такое уточнение предельного значения степени связи вряд ли целесообразно.

Рассмотрение неравенства (179) приводит к заключению, что ограничения, наложенные на степень связи, ослабляются с уменьшением времени рабочего импульса регулятора t_p . Однако, при неизменном времени рабочего цикла регулятора это влечет уменьшение действительной скорости регулирования. Последнее рассуждение приводит к выгоде регуляторов прерывистого действия с двумя (или больше) скоростями регулирования, что обычно и осуществляется на практике.

При регулировании с дополнительным импульсом от производной параметра явление, подобное вышеописанному, не может иметь места по крайней мере в конце процесса регулирования. Действительно, при равенстве притока и стока производная параметра всегда равна нулю. В этот момент времени регулирующий импульс обусловлен только отклонением параметра от нормы.

Следовательно, при правильном подборе зоны нечувствительности регулятора из соображений, развитых выше и приведших к условию, выраженному неравенством (172), оста-

точные незатухающие колебания не будут возникать при стабилизации процесса за счет введения дополнительного импульса от производной параметра.



Фиг. 77. График процесса прерывистого регулирования с дополнительным импульсом от производной параметра с зоной нечувствительности при постоянной скорости.

Высказанные выше соображения достаточно наглядно иллюстрируются графиком фиг. 77, где в верхней части графика дано течение параметра и его производной, а в нижней регулирующего импульса.

10. ВЛИЯНИЕ ДЕМПФИРОВАНИЯ ИМПУЛЬСА И МАССЫ РЕГУЛЯТОРА НА ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ И КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА

Рассмотрение процесса регулирования при наличии идеализированной системы дало возможность выразить процесс в сравнительно простой математической форме и ограничиться рассмотрением дифференциальных уравнений 2-го и 3-го порядка, причем в наиболее простом линейном их виде с постоянными коэффициентами. В ряде случаев упро-

щения, подобные вышепринятым, приводят к большим отступлениям действительно имеющегося процесса от его расчетной формы и, кроме того, не дают возможности оценить влияние на процесс отдельных факторов «неидеальности» регулятора или регулируемого объекта.

Любое отступление от идеальных условий всегда осложняет процесс, а его учет влечет за собой повышение порядка дифференциального уравнения процесса. Подобный пример имел место при рассмотрении процесса регулирования с упругой обратной связью, приведший нас к дифференциальному уравнению 3-го порядка вместо 2-го при наличии жесткой связи.

Такое же осложнение может возникнуть за счет измерительной системы регулятора, которая всегда обладает определенной емкостью. До сего времени мы пренебрегали этой емкостью и считали, что измерительный орган мгновенно отражает изменения параметра в месте отбора импульса.

Учет емкости измерительной системы приводит к отступлениям от принятой идеализации системы, осложняя как форму процесса, так и его расчет.

Наличие емкости измерительного органа регулятора, а также соединительных элементов этого органа, например, соединительных трубопроводов при измерениях расхода, давления и т. п. или арматуры термометров, создает уменьшение во времени величины измеряемого импульса. Это явление носит название «демпфирования» импульса.

Демпфирование импульса возникает при процессах аккумуляирования, подобных тем, которые были описаны выше для регулируемого участка. Чувствительность импульса можно, следовательно, выразить подобно чувствительности регулируемого участка, а именно:

$$\frac{d\xi}{dt} = \varepsilon_i \cdot (\sigma - \xi). \quad (180)$$

В зависимости от математического знака перед $\frac{d\xi}{dt}$, ξ может быть меньше или больше σ .

Запаздывание и уменьшение (демпфирование) импульса часто бывают связаны друг с другом¹.

Демпфирование импульса имеет место, например, при регулировании давления газа в трубопроводе, если мы соединим трубкой место отбора импульса с устройством, передающим регулирующий импульс. В этом случае при изменении давления в регулируемом участке в соединительной трубке потечет газ, что повлечет за собой соответствующее падение давления у приемника по сравнению с давлением в месте его отбора.

Из уравнения (180) имеем:

$$\varepsilon_i = \frac{d\xi}{dt} : (\sigma - \xi). \quad (181)$$

Переходя к размерному выражению

$$\varepsilon_i = \frac{\frac{dz}{z_3}}{\frac{z_1 - z_3}{z_3} \cdot dt}.$$

¹ Термометр с арматурой, например, как передатчик импульса, реагируя на температуру, начинает работать с запаздыванием, кроме того, он будет передавать импульс с демпфированием.

где z_i — значение импульса; z_3 — заданное значение параметра. Умножая числитель на 100, будем иметь следующее объяснение для понятия чувствительности импульса: ϵ_i означает, что процентное изменение параметра у приемника импульса в секунду по отношению к средней заданной величине z_3 составляет ϵ_i — краткое процентное различие между параметром у приемника импульса и параметром у места отбора импульса также по отношению к средней заданной величине.

Таким образом, если различие между z_i и z составляет $n\%$ от z_3 , то изменение параметра у приемника импульса в секунду составляет $n \cdot \epsilon_i \%$ от z_3 . Сильное демпфирование импульса соответствует небольшому числовому значению ϵ_i .

Если демпфирование импульса равно нулю, то в таком случае $z_i - z_3 = 0$ и $\frac{d\xi}{dt} = \frac{dz}{dt}$. Например, в разобранном выше случае регулирования давления при широкой и короткой соединительной трубке чувствительность импульса близка к ∞ . Если температура регулируется с помощью термометров в арматуре, то чем толще арматура и чем ниже ее теплопроводность, тем больше демпфирование импульса и тем меньше ϵ_i .

Демпфирование импульса ухудшает регулирование. Однако, при известных условиях определенное демпфирование импульса становится безусловно необходимым. Пример такой необходимости можно встретить при регулировании давления газа, когда в соединительном участке возникают колебания давления большой частоты, которые не должны оказывать влияния на регулирующее устройство (например, при регулировании разрежения в топке котла).

Для вывода уравнения процесса регулирования мы должны, как и первоначально, составить исходные уравнения.

Основное исходное уравнение будет, очевидно, прежним, учитывающим свойства объекта регулирования, а именно:

$$s'' + \epsilon \cdot \rho \cdot s' + \epsilon \cdot s = 0 \quad (a)$$

[см. уравнение (22)].

Величина регулирующего импульса будет теперь измеряться разностью $(\xi - \sigma_3)$ вместо $(\sigma - \sigma_3)$. Таким образом, уравнение сервомотора будет при пропорциональной скорости регулирования иметь вид:

$$s = s_0 \cdot (\xi - \sigma_3). \quad (б)$$

Само заданное значение параметра при наличии жесткой связи выразится попрежнему уравнением

$$\sigma'_3 = \delta \cdot s \quad (в)$$

[см. уравнение (23)].

Кроме того, по уравнению (181)

$$\frac{d\xi}{dt} = \xi' = \varepsilon_i \cdot (\sigma - \xi)$$

или

$$\xi = \sigma - \frac{\xi'}{\varepsilon_i}. \quad (\Gamma)$$

Подставляя значение ξ из уравнения (Г) в уравнение (Б), а затем полученное значение s в уравнения (А) и (В), мы получим два уравнения:

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot \rho \cdot \sigma' - \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma_3 - \frac{\varepsilon \cdot s_0}{\varepsilon_i} \cdot \xi' + s_0 \cdot \varepsilon \cdot \sigma = 0,$$

$$\sigma_3' + \delta \cdot s_0 \cdot \sigma_3 + \delta \cdot s_0 \cdot \frac{\xi}{\varepsilon_i} - \delta \cdot s_0 \cdot \sigma = 0.$$

Заменяя здесь значение ξ по уравнениям (В) и (Г), мы можем исключить из обоих уравнений значение величины ξ' .

После этого методом, принятым в 1-й части при выводе основного уравнения регулирования (см. стр. 69), легко уже из условий совместности найденных двух уравнений получить искомое уравнение процесса:

$$\begin{aligned} \sigma''' + \sigma'' \cdot (\varepsilon_i + s_0 \cdot \delta + \varepsilon \cdot \rho) + \sigma' \cdot [\varepsilon \cdot \rho \cdot (\delta \cdot s_0 + \varepsilon_i) + \delta \cdot s_0 \cdot \varepsilon_i] + \\ + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho) = 0. \end{aligned} \quad (182)$$

Таким образом, при наличии демпфирования импульса мы имеем дифференциальное уравнение уже третьего порядка, типа

$$x''' + a_1 \cdot x'' + a_2 \cdot x' + a_3 \cdot x = 0.$$

Если чувствительность импульса бесконечно велика, т. е. $\varepsilon_i = \infty$ и никакого демпфирования импульса нет, то полученное нами уравнение переходит в уравнение

$$\sigma'' + \sigma' \cdot (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0) + \sigma \cdot \varepsilon \cdot s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho) = 0,$$

т. е. в уравнение (26), выведенное нами ранее для идеализированного регулирования с пропорциональной скоростью закрытия.

Полученное нами уравнение (182) аналогично уравнению регулирования с упругой обратной связью.

В двух частных случаях, которые мы обычно разбирали, уравнение (182) несколько упрощается.

1. В случае регулирования участков, обладающих самовыравниванием, регуляторами без связи, т. е. в случае $\delta = 0$, уравнение (182) переходит в уравнение

$$\sigma''' + (\varepsilon \cdot \rho + \varepsilon_i) \cdot \sigma'' + \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot \rho \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot s_0 \cdot \sigma = 0. \quad (183)$$

2. В случае регулирования участков, не обладающих самовыравниванием, регуляторами со связью, т. е. если $\rho = 0$, уравнение (182) переходит в уравнение

$$s''' + s'' \cdot (s_0 \cdot \delta + \varepsilon_i) + s' \cdot \varepsilon_i \cdot s_0 \cdot \delta + \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot s_0 \cdot \sigma = 0. \quad (184)$$

Исследуем вкратце полученные уравнения.

Разберем сначала первый частный случай — граничный случай аperiodического регулирования при наличии демпфирования импульса участков, обладающих самовыравниванием регуляторами без связи.

Для исследования влияния чувствительности импульса мы воспользуемся методом, уже примененным нами в случае исследования регулирования с упругой связью при пропорциональной скорости закрытия.

Воспользовавшись уравнениями (79), можно легко получить¹:

$$\frac{a_1 \cdot a_2}{9a_3} = 1 \text{ и } \frac{3a_1 \cdot a_3}{a_2^2} = 1.$$

Подставляя сюда значения коэффициентов из уравнения (183), имеем:

$$\frac{(\varepsilon \cdot \rho + \varepsilon_i) \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot \rho}{9 \cdot s_0 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_i} = 1 = \frac{3 \cdot (\varepsilon \cdot \rho + \varepsilon_i) \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot s_0}{\varepsilon^2 \cdot \varepsilon_i^2 \cdot \rho^2}$$

или же

$$s_0^2 = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot \rho^2}{27}. \quad (185)$$

Отсюда явно, что чем меньше чувствительность импульса, тем меньше должна быть приведенная скорость закрытия для того, чтобы имел место хотя бы граничный случай аperiodического регулирования. При этом, очевидно, в процессе регулирования будет соответственно возрастать максимальное отклонение параметра от заданного значения его. Таким образом, при регулировании без связи участков, обладающих самовыравниванием, демпфирование импульса сказывается неблагоприятно на процессе регулирования. Действительно, при регулировании без связи необходимость уменьшения приведенной скорости закрытия для полученной аperiodичности процесса нельзя считать благоприятным фактором, так как оно сопровождается соответствующим увеличением максимального отклонения параметра.

¹ Мы ограничимся лишь рассмотрением оптимального процесса, т. е. тем случаем, когда имеет место крайний граничный случай, аperiodического регулирования (все три корня характеристического уравнения равны между собой).

Перейдем теперь к разбору второго частного случая — граничного случая апериодического регулирования при наличии демпфирования импульса участков, не обладающих самовыравниванием регуляторами с жесткой связью.

Применив тот же метод, что и при исследовании предыдущего случая, мы будем иметь:

$$\frac{(s_0 \cdot \delta + \varepsilon_i) \cdot \varepsilon_i \cdot s_0 \cdot \delta}{9 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot s_0} = 1 = \frac{3 \cdot (s_0 \cdot \delta + \varepsilon_i) \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_i \cdot s_0}{\varepsilon_i^2 \cdot s_0^2 \cdot \delta},$$

откуда

$$s_0 = \frac{27 \cdot \varepsilon^2}{\varepsilon_i \cdot \delta^3}. \quad (186)$$

Из этого уравнения ясно, что для достижения хотя бы границы апериодического регулирования, чем меньше чувствительность импульса, т. е. чем больше его демпфирование, тем больше должна быть сделана приведенная скорость регулирования при сохранении прежнего значения неравномерности или тем больше должна быть сделана неравномерность регулирования при сохранении той же приведенной скорости.

Очевидно, что в последнем случае увеличивается максимальное отклонение параметра за процесс регулирования. Таким образом, и в случае регулирования со связью демпфирование импульса также неблагоприятно отразится на процессе регулирования.

Мы ограничимся только этими краткими качественными выводами, достаточно убедительно показывающими неблагоприятное влияние на процесс регулирования демпфирования импульса.

В некоторых случаях, например, при регулировании числа оборотов машины, процесс регулирования происходит со значительной скоростью, при которой не всегда можно пренебречь влиянием массы самого регулятора. Учет влияния этой массы также усложняет процесс регулирования и повышает порядок дифференциального уравнения процесса.

Обозначим через ω_m среднюю угловую скорость центробежного маятника регулятора при заданном числе оборотов машины, через $\Delta\omega = \omega - \omega_m$ — абсолютное отклонение угловой скорости центробежного маятника. Тогда

$$\sigma = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}.$$

Полную энергию регулятора, т. е. давление муфты, направленной вниз, обозначим через ε , а перестановочную силу, приведенную к муфте, производящую ее подъем, при произвольном отклонении угловой скорости, через P_φ .

Если обозначить через R радиус вращения, а через M — приведенную массу вращающихся частей центробежного

маятника, то центробежная сила, соответствующая угловой скорости ω , равна:

$$C = M \cdot R \cdot \omega^2.$$

При возрастании скорости на $\Delta\omega$ получим:

$$C + \Delta C = M \cdot R \cdot (\omega + \Delta\omega)^2.$$

Почленное деление этих двух равенств дает:

$$\frac{\Delta C}{C} = 2 \frac{\Delta\omega}{\omega} + \left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2.$$

Пренебрегая квадратом отклонения угловой скорости и полагая $\omega = \omega_m$, мы будем иметь;

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{P_\varphi}{\varepsilon} = 2 \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = 2 \cdot \sigma.$$

Считая положительным перемещение муфты вниз, т. е. в сторону, соответствующую уменьшению угловой скорости, получим:

$$P_\varphi = -2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon. \quad (a)$$

Обозначим относительное перемещение муфты регулятора через η .

Если принять, что изменению угловой скорости $\Delta\omega$ соответствует перемещение муфты, пропорциональное полному перемещению муфты при максимальном изменении угловой скорости на $\Delta\omega_{\max}$, то можно написать:

$$\eta = \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\max}} \left(\text{где } \eta = \frac{\Delta y}{y_{\max}} \right).$$

Деля числителя и знаменателя правой части этого равенства на ω_m , имеем:

$$\eta = \frac{\frac{\Delta\omega}{\omega_m}}{\frac{\Delta\omega_m}{\omega_m}} = \frac{\sigma}{\delta},$$

Откуда перестановочная сила, соответствующая относительному отклонению муфты η , выразится

$$P_\mu = -2 \cdot \delta \cdot \varepsilon \cdot \eta. \quad (б)$$

Если приведенная к муфте масса маятника равна M_r , то ускорение муфты будет:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = y_m \cdot \frac{d^2 \eta}{dt^2}.$$

Этому ускорению соответствует сила инерции

$$-M_r \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = -M_r \cdot y_m \cdot \frac{d^2 \eta}{dt^2} = R. \quad (в)$$

При нарушении стационарного режима машины возникают отклонения угловой скорости центробежного маятника σ и положения муфты η . Вследствие этого возникают силы P_φ и P_η , а также сила инерции R . По принципу Даламбера имеем:

$$P_\varphi + P_\eta + R = 0$$

или по уравнениям (а), (б) и (в)

$$\frac{M_r \cdot y_{\max}}{2 \cdot \varepsilon} \cdot \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \delta \cdot \eta + \sigma = 0. \quad (г)$$

Множитель $\frac{M_r \cdot y_{\max}}{2 \cdot \varepsilon}$ имеет определенный физический смысл. Он равен полувремени падения муфты регулятора, т. е. половине того времени, которое нужно, чтобы муфта, приподнятая в крайнее верхнее положение, под действием силы тяжести и силы упругости прошла путь, равный половине ее полного возможного хода y_{\max} в отсутствии трения и при отключенном от машины центробежном маятнике.

Действительно, под действием полного давления муфты ε приведенная масса маятника M_r получит ускорение

$$b = \frac{\varepsilon}{M_r}.$$

Падающая муфта пройдет путь, равный полному ее ходу, за промежуток времени $2T_r$ (T_r — половина времени полного падения муфты), которое может быть определено из равенства

$$y_{\max} = \frac{b \cdot (2 \cdot T_r)^2}{2} = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot T_r^2}{M_r}.$$

отсюда

$$T_r = \frac{y_{\max} \cdot M_r}{2 \cdot \varepsilon}. \quad (д)$$

Таким образом, уравнение (д) может быть переписано в виде

$$T_r^2 \cdot \eta'' + \delta \cdot \eta + \sigma = 0. \quad (187)$$

Это будет уравнение центробежного маятника.

Имея это уравнение, легко уже написать и все остальные исходные уравнения, необходимые для вывода дифференциального уравнения процесса.

Считая, что машина, как регулируемый объект, лишена самовыравнивания ($\rho = 0$), мы будем иметь вместо уравнения (22) упрощенное уравнение

$$\sigma'' + \varepsilon \cdot s = 0. \quad (\epsilon)$$

Так как регулирующий импульс в данном случае будет обуславливаться отклонением муфты регулятора от ее заданного положения, соответствующего положению регулирующего органа, т. е. сервомотора, то вместо величины $\sigma - \sigma_3$ мы будем иметь величину

$$(\eta - \mu) \cdot \delta$$

(разность положения муфты регулятора и штока сервомотора — точки обратной связи — взяты в масштабе неравномерности). Отсюда при пропорциональной скорости регулирования

$$s = s_0 \cdot (\mu - \eta) \cdot \delta. \quad (\text{ж})$$

Принимая во внимание, что уравнение объекта регулирования согласно уравнению (1) будет:

$$\sigma' = \varepsilon \cdot \mu, \quad (\text{з})$$

так как величина возмущения Δv в данном случае зависит только от положения регулирующего органа μ . Тогда при сопоставлении уравнений (е), (ж), (з) мы будем иметь уравнение

$$\sigma'' + \delta \cdot s_0 \cdot \sigma' - \varepsilon \cdot s_0 \cdot \delta \cdot \eta = 0. \quad (\text{и})$$

Полученное уравнение и уравнение центробежного маятника (187) должны быть совместны. Применяя прежний метод и здесь, мы легко из условий совместности получим искомое уравнение процесса регулирования. Оно будет иметь вид:

$$T_r^2 \cdot \sigma'''' + T_r^2 \cdot s_0 \cdot \delta \cdot \sigma''' + \delta \cdot \sigma'' + s_0 \cdot \delta^2 \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot \delta \cdot \sigma = 0. \quad (188)$$

Таким образом, мы пришли при учете массы регулятора к линейному дифференциальному уравнению 4-го порядка (с постоянными коэффициентами), т. е. к уравнению типа

$$x'''' + a_1 \cdot x''' + a_2 \cdot x'' + a_3 \cdot x' + a_4 \cdot x = 0.$$

Легко видеть, что при очень малом полувремени муфты, т. е. без учета массы регулятора ($T_r = 0$), мы снова имеем обычное уравнение регулирования с жесткой связью, т. е. уравнение

$$\sigma'' + s_0 \cdot \delta \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot \sigma = 0.$$

Рассмотренные примеры дифференциальных уравнений регулирования показывают, что всякое усложнение анализа процесса учетом влияния того или иного фактора, которое откидывается при рассмотрении идеализированной схемы, приводит к повышению порядка уравнений, описывающих процесс. Учет нескольких факторов одновременно легко приводит к дифференциальным уравнениям высшего порядка. Если же отказываться от прямолинейности статических характеристик регуляторов, то уравнения, описывающие процесс регулирования, окажутся уже нелинейными.

Достаточно полный анализ процесса не только с качественной, но и количественной стороны может быть пока что выполнен лишь для простейших уравнений 2-го и 3-го порядка.

Наличие уравнений высших порядков, даже и линейных с постоянными коэффициентами, дает возможность в данное время провести лишь анализ устойчивости процесса.

Под устойчивой работой регулятора, как уже было указано выше, подразумевается такая его работа, когда регулятор не дает раскачки, т. е. регулируемый параметр совершает затухающие колебания или в крайнем случае — незатухающие колебания с постоянной амплитудой. Но во всяком случае колебания, совершаемые параметром в процессе регулирования, не должны протекать с возрастанием их амплитуды (не должны быть расходящимися).

Решение вопроса об устойчивости процесса сводится к исследованию характеристического уравнения, соответствующего данному дифференциальному уравнению, описывающему процесс.

Для затухающего колебательного процесса действительные корни уравнения должны быть отрицательны, а комплексные должны иметь отрицательную вещественную часть. В этом случае выведенная из равновесия система регулирования будет возвращаться в равновесное состояние, т. е. положение системы будет устойчивым. При наличии лишь действительных отрицательных корней движение будет аperiодическим.

Общий метод исследования корней характеристических уравнений дан Гурвицем для уравнений любого порядка:

$$a_n \cdot k^n + a_{n-1} \cdot k^{n-1} + a_{n-2} \cdot k^{n-2} + \dots + a_2 \cdot k^2 + a_1 \cdot k + a_0 = 0.$$

Метод заключается в следующем: образуется детерминант, диагональные члены которого представляют коэффициенты характеристического уравнения, начиная с коэффициента при неизвестном в степени, на единицу меньшей, чем степень уравнения. Во всех столбцах выше и ниже диагональ-

которые также всегда выполняются при положительных значениях степени связи δ , приведенной скорости s_0 и коэффициента масштаба производной k .

В случае применения регуляторов, работающих от импульса, только по производной параметра, мы вообще не можем получить колебательного процесса, а следовательно, и неустойчивого регулирования.

Таким образом, при всех трех разобранных только что случаях регулирования вывод условий устойчивости не может дать, к сожалению, никаких данных для подбора численных значений для величин, характеризующих работу регулятора.

Эти величины пришлось бы выбирать только исключительно из соображений получения максимальных отклонений параметра при максимальных ожидаемых в процессе регулирования возмущающих воздействиях. Так как во всех случаях отклонения параметра в процессе регулирования уменьшаются с увеличением скорости регулирования, то задача о численном подборе скорости и степени связи для регуляторов в случае ориентации на идеализированную схему становится весьма неопределенной.

При наличии упругой связи процесс регулирования описывается уравнением 3-го порядка вида

$$a_3 \cdot x''' + a_2 \cdot x'' + a_1 \cdot x' + a_0 \cdot x = 0,$$

где a_1, a_2, a_3 имеют в общем виде значения, данные уравнением (69) для пропорциональной скорости регулирования

$$a_1 = \varepsilon \cdot [s_i \cdot \rho + s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho)]; \quad a_2 = \varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0 + s_i$$

и

$$a_0 = \varepsilon \cdot s_0 \cdot s_i.$$

И здесь величины ε, ρ и s_0 — существенно положительны, величина s_i — скорость изодрома — всегда положительна и в крайнем случае в случае жесткой связи равна нулю.

Условия устойчивости для этого случая сводятся к двум требованиям:

$$\begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ 1 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_2 - a_0 > 0 \quad \text{и} \quad a_2 > 0.$$

Условие $a_2 > 0$, как видно из вышеизложенного, всегда выполняется, что касается условия первого, то легко показать, что и оно всегда выполняется при положительных значениях постоянных регулирования.

Действительно, условие первое имеет вид:

$$(\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0 + s_i) \cdot \varepsilon \cdot [s_i \cdot \rho + s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho)] - \varepsilon \cdot s_0 \cdot s_i > 0,$$

или, раскрывая скобки:

$$\varepsilon^2 \cdot \rho^3 \cdot s_i + 2 \cdot \varepsilon \cdot s_0 \cdot s_i \cdot \delta \cdot \rho + \varepsilon \cdot s_i^2 \cdot \rho + \varepsilon \cdot s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho) \cdot (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0) > 0$$

и, очевидно, всегда выполняется, если

$$\epsilon, \rho, s_i, s_0 \text{ и } \delta > 0.$$

Таким образом, и при наличии упругой связи в случае идеализированной схемы регулирования условия устойчивости не дают каких-либо данных для подбора численных значений характеристических постоянных регулятора.

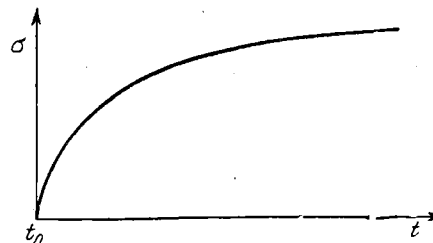
При наличии процесса, описываемого дифференциальными уравнениями высших порядков, что имеет место, например, в случае не идеализированной схемы регулирования, условия устойчивости уже не выполняются «автоматически» и их исследование является целесообразным.

Следует все же иметь в виду, что выполнение условий устойчивости не обеспечивает получение оптимальной формы процесса. Точно так же выполнение этих условий не дает ничего для суждения о максимальном отклонении регулируемого параметра. Однако, условия устойчивости в большинстве случаев позволяют судить о том, как следует изменять отдельные характеристические величины регулируемой системы, чтобы увеличить затухание системы и приблизить процесс к аperiodическому.

11. ВЛИЯНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЯ НА ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ

а) Введение

Запаздывания разного рода могут возникнуть как в самом регулируемом объекте, так и в системе регулятора. В частности, рассмотренные в предыдущих двух главах влияния зоны нечувствительности и демпфирования импульса приводят в конечном счете к явлениям, которые могут быть объединены в понятие запаздывания в системе регулятора. На этих явлениях мы еще раз остановимся ниже более подробно.



Фиг. 78. Кривая разгона идеализированного регулируемого участка.

Рассматривая сам регулируемый объект, до сего времени мы считали его идеализированным. В первую очередь мы считали его одноемкостным, причем емкость его мы считали сосредоточенной. Такое рассмотрение объекта регулирования привело нас к форме кривой его разгона, данной еще раз на фиг. 78.

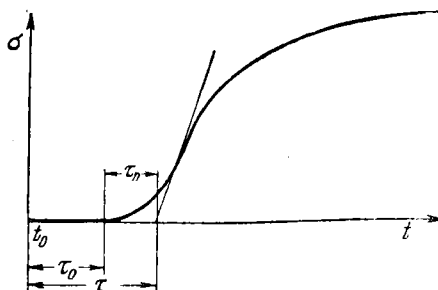
Кривая разгона начинается возрастанием параметра вначале с наибольшей скоростью. Затем скорость возрастания

параметра плавно и постепенно падает, приближаясь к нулю. Само же значение параметра асимптотически приближается к своему новому значению, достигая его (теоретически) в бесконечности.

Снятие кривых разгона с действительно существующих объектов регулирования часто приводит нас к другой форме этих кривых, данной в общем виде на фиг. 79.

Кривая разгона неидеализированного объекта, данная на фиг. 79, в начале процесса изображается отрезком прямой линии, параллельной оси времени.

Таким образом, в начале процесса в течение некоторого времени τ_0 , несмотря на возникшее возмущение, параметр остается неизменным. Это время носит название «чистого запаздывания», или просто временем запаздывания. Затем параметр начинает изменяться, причем скорость его изменения плавно нарастает в течение также определенного времени. Лишь по истечении этого времени скорость изменения параметра начинает плавно падать, подобно тому, что имеет место в случае идеализированной кривой разгона. Значение же параметра и здесь асимптотически стремится к новому значению.



Фиг. 79. Общая типовая кривая разгона неидеализированного регулируемого участка.

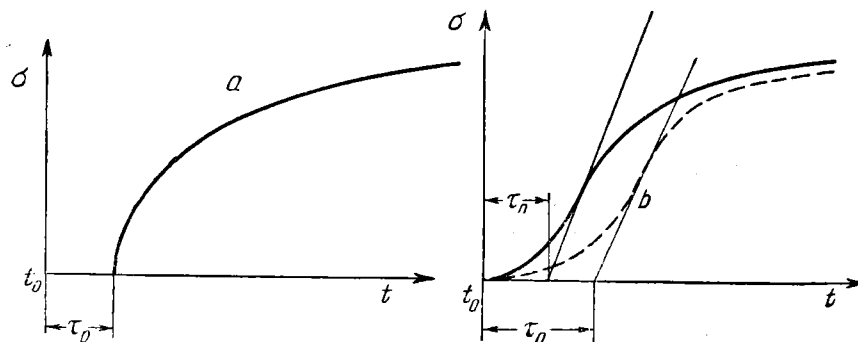
Часть действительной кривой разгона, на которой параметр возрастает с нарастающей скоростью, характеризуется временем «переходного» или «емкостного» запаздывания τ_n . За этот отрезок времени принято считать время, протекшее от момента начала возрастания параметра до пересечения оси времени с касательной к кривой разгона в ее точке перегиба.

Действительно встречающиеся кривые разгона могут иметь и только чистое запаздывание, и только переходное запаздывание. В этих случаях они имеют вид, данный на фиг. 80. Здесь кривая *a* характеризует первый случай, а кривые *b* — второй.

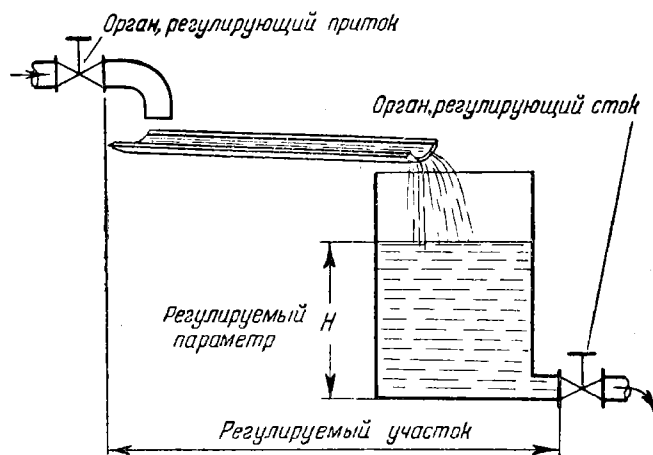
Сумма времени чистого τ_0 и переходного τ_n запаздываний (фиг. 79) носит название времени полного запаздывания и обозначается через τ .

Основная причина возникновения чистого запаздывания заключается в том, что потоку регулируемой среды необходимо определенное время — время чистого запаздывания — для перехода от регулирующего органа до регулируемого участка или от регулируемого участка до измерительного органа регулятора.

Гидравлическая аналогия регулируемого объекта с наличием чистого запаздывания, приведенная на фиг. 81, легко может быть получена видоизменением схемы фиг. 1. На схеме фиг. 81 регулируемая среда подается в регулируемый объект — бачок с водой — по жолобу. Орган же, регулирующий



Фиг. 80. Кривые разгона участков с чистым и переходным запаздыванием.



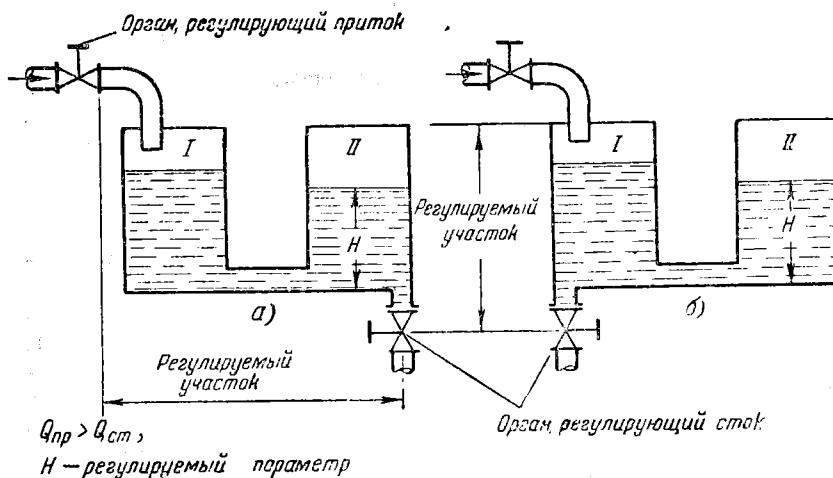
Фиг. 81. Гидравлическая схема регулируемого участка с чистым запаздыванием.

щий количество притекающей воды, находится на определенном расстоянии от бачка. Очевидно, что после любого изменения в положении регулирующего органа изменение уровня воды в бачке наступает лишь спустя некоторое время — время чистого запаздывания.

Другим примером системы с чистым запаздыванием является пример регулирования температуры, если термометр, ее измеряющий, расположен в трубопроводе на некотором расстоянии от смесительной камеры.

В некоторых случаях, как, например, в последнем примере, время чистого запаздывания не будет величиной постоянной для любой нагрузки. Однако, во многих случаях время чистого запаздывания может практически и не зависеть от нагрузки объекта.

Наличие переходного запаздывания объясняется в основном тем, что регулируемые объекты часто не могут быть уподоблены одноемкостному, с которым мы имели дело до сих пор. Большое число практически встречающихся объектов регулирования состоит из нескольких емкостей, подключенных друг к другу последовательно или параллельно. Каждая отдельная подключенная емкость, очевидно, имеет свои соб-



Фиг. 82. Гидравлическая схема двухемкостного регулируемого участка.

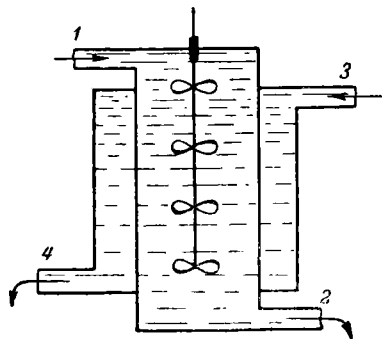
ственные характеристические величины — чувствительность и степень самовыравнивания. Отдельные емкости соединены между собой какими-то сопротивлениями — тепловыми, гидравлическими и другими. Регулируемый параметр измеряется в какой либо одной из этих подключенных друг к другу емкостей. Наличие такого рода схемы приводит к возникновению переходного запаздывания.

На фиг. 82 даны схемы гидравлической аналогии двухемкостного объекта регулирования. Они представляют собой два последовательно *а* или параллельно *б* соединенных между собой бака. Регулируемая среда поступает в бак *I*, регулируемый же параметр измеряется в баке *2*.

Аналогично ведет себя и система, уже разобранный выше, когда измерительный орган самого регулятора имеет практически заметную емкость и создает явление демпфирования импульса.

Таким же двухемкостным объектом является теплообменник, представленный на фиг. 83. Здесь во внутреннем сосуде имеет место подогрев жидкости, поступающей по трубе 1 и вытекающей по трубе 2. Во внешнюю рубашку поступает греющая (или охлаждающая) вода по трубе 3, стекающая из рубашки по трубе 4. Величина переходного запаздывания в большинстве случаев не зависит практически ни от нагрузки регулируемого объекта, ни от величины создающихся возмущений.

Форма нижней части кривой разгона многоемкостных объектов зависит и от числа емкостей. Увеличение числа подключенных емкостей отражается, как правило, на кривой так, что эта последняя (см. пункт *в* кривой *b* фиг. 80) вначале идет все более полого, перегиб же ее делается все круче при одновременном увеличении переходного запаздывания τ_n . Таким образом, форма кривой разгона при увеличении числа емкостей приближается к виду ломаной, состоящей из горизонтального участка и участка, аналогичного идеализированной кривой разгона (фиг. 84).



Фиг. 83. Схема двухемкостного теплообменника.

Достаточно часто встречаются регулируемые участки с распределенными, а не сосредоточенными емкостями.

Формы кривых разгона такого рода участков аналогичны вышеприведенным типичным кривым многоемкостных объектов.

Для выяснения характера протекания процесса регулирования при наличии запаздывания мы остановимся на случае регулирования с пропорциональной скоростью при наличии связи или добавочного импульса от производной параметра. При этом мы будем предполагать, что запаздывание имеет место в чистом виде (т. е. время запаздывания $=\tau_0$).

Будем считать величину времени запаздывания настолько незначительной, что величинами τ_0^2 ; τ_0^3 и т. д. можно пренебречь.

При этих предположениях в каждый данный момент времени величина импульса определяется не величиной отклонения параметра (от своего начального значения $\sigma_0=0$), а несколько меньшей величиной $\sigma - \Delta\sigma$.

Тогда для определения действительной скорости регулирования мы будем иметь [вместо уравнения (9)]:

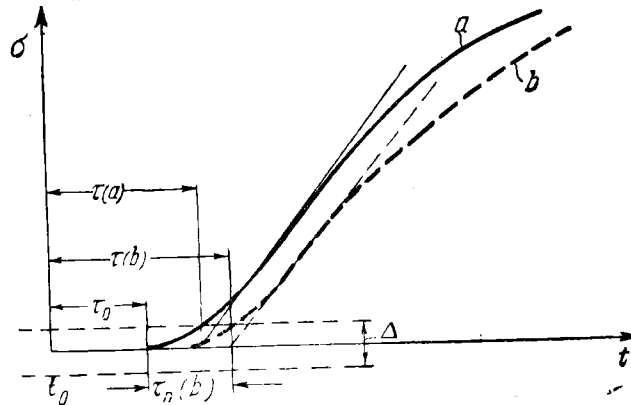
$$s = -\mu' = s_0 \cdot (\sigma - \Delta\sigma - \sigma_3), \quad (189)$$

где $\Delta\sigma$ — некоторая постоянная величина.

Подставляя только что полученное выражение в уравнение процесса регулирования (22) и решая его совместно с уравнением обратной связи (23), мы легко получим дифференциальное уравнение процесса регулирования в таком виде:

$$\sigma'' + (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0) \cdot \sigma' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho) \cdot \sigma - \varepsilon \cdot s_0 \cdot \Delta \sigma = 0. \quad (a)$$

В том случае, если бы регулирование совершалось с добавочным импульсом от производной параметра, мы имели бы аналогичное выражение, где вместо величины степени



Фиг. 84. Кривые разгона действительных объектов регулирования при их упрощении.

связи δ стояло бы произведение из чувствительности на коэффициент масштаба производной параметра, т. е. $\varepsilon \cdot k$ [см. уравнение (26)].

Полагаем далее, что если действительная величина параметра σ есть функция времени, т. е.

$$\sigma = f(t), \text{ то } \bar{\sigma} = \sigma - \Delta \sigma = f(t - \tau_0).$$

Разлагая последнее выражение в ряд Тейлора, мы будем иметь:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 - \tau_0 \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\tau_0^2}{2!} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} - \frac{\tau_0^3}{3!} \cdot \frac{d^3\sigma}{dt^3} + \dots$$

или же, пренебрегая по предыдущему всеми степенями выше первой:

$$\Delta \sigma = \tau \cdot \sigma'. \quad (б)$$

Конечно, при пользовании получаемыми ниже результатами для количественных расчетов предварительно необходимо исследование сходимости ряда и его остаточного члена

на, лишь тогда наше допущение может быть строго законным. Однако, при исследовании лишь качественной стороны вопроса для малых величин запаздывания предлагаемые упрощения целесообразны¹.

При сказанных оговорках дифференциальное уравнение процесса регулирования имеет вид:

$$s'' + (\varepsilon \cdot \rho + \delta \cdot s_0 - \varepsilon \cdot s_0 \cdot \tau) \cdot s' + \varepsilon \cdot s_0 \cdot (1 + \delta \cdot \rho) \cdot s = 0, \quad (190)$$

т. е. будет выражаться опять линейным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Так же как и раньше, исследование устойчивости процесса может быть сведено к рассмотрению коэффициента затухания φ . По уравнению (68)

$$\varphi = \frac{a_1}{2 \cdot \sqrt{a_2}} = \frac{\rho \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{s_0}} + \delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}} - \tau \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot s_0}}{2 \cdot \sqrt{1 + \delta \cdot \rho}}. \quad (191)$$

Таким образом, наличие даже незначительного запаздывания приведет к уменьшению устойчивости процесса. Так как величина проведенной скорости регулирования входит в числитель, как в выражении $\tau \cdot \sqrt{\varepsilon s_0}$, с минусом, так и в выражении $\delta \cdot \sqrt{\frac{s_0}{\varepsilon}}$ с плюсом, то всегда необходимо для увеличения устойчивости процесса, т. е. его коэффициента затухания, либо увеличивать степень связи, а следовательно, неравномерность регулирования, либо уменьшать скорость закрытия, если имеется достаточная степень самовыравнивания при достаточно большой чувствительности регулируемого участка. В случае отсутствия самовыравнивания достижение аperiodического регулирования возможно только за счет увеличения степени связи и неравномерности параметра (по сравнению с процессом для аналогичного участка, но без запаздывания). Отсюда очевидно, что запаздывание неблагоприятно сказывается на процесс регулирования, хотя бы уже потому, что устойчивость процесса уменьшается. Но и максимальное отклонение параметра при этом также увеличивается.

Чтобы показать, что при наличии запаздывания максимальное отклонение параметра в процессе регулирования также увеличивается, мы разберем только два граничных случая аperiodического процесса.

Первый случай — это случай астатического регулирования ($\delta = 0$) при наличии самовыравнивания ($\rho \neq 0$), второй случай — регулирования с жесткой связью ($\delta \neq 0$) участков, не

¹ Повидимому, рассуждения достаточно строгий в том случае, если $\tau \leq 0,1 \cdot T$, где T — период собственных колебаний регулируемой системы.

обладающих самовыравниванием ($\rho=0$). Согласно уравнениям (43) и (а) стр. 76 для первого случая максимальное отклонение параметра будет иметь вид:

$$\sigma_m = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{e \cdot \sqrt{a_2}} = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0}{e \cdot a_1}.$$

Так как при наличии запаздывания

$$a_1 = \varepsilon \cdot (\rho - s_0 \cdot \tau_0),$$

то

$$\sigma_m = \frac{2 \cdot \Delta v_0}{e \cdot (\rho - s_0 \tau_0)}. \quad (192)$$

Это выражение с очевидностью показывает, что при регулировании без связи участков, обладающих самовыравниванием, при наличии запаздывания имеет место увеличение максимального отклонения параметра при одновременном снижении степени затухания.

Для второго случая при аperiodическом регулировании максимальное отклонение дается выражением (44), т. е.

$$\sigma_m = \delta \cdot \Delta v_0.$$

Так как при прочих равных условиях при наличии запаздывания в отсутствие самовыравнивания можно добиться аperiodического регулирования лишь увеличением степени связи, то очевидно, что и здесь процесс регулирования ухудшается. Действительно, если оставить неравномерность регулирования прежней, то устойчивость процесса ухудшается, он из аperiodического делается колебательным.

При этом естественно произойдет и увеличение максимального отклонения параметра.

Увеличением же неравномерности хотя и можно сохранить прежнюю устойчивость, но при этом обязательно увеличится отклонение параметра¹.

Итак, наличие запаздывания, даже очень незначительного, всегда ухудшает процесс регулирования, т. е. оно всегда вредно.

Рассмотренное решение вопроса является лишь качественным. Общего и достаточно строгого решения пока что мы в литературе еще не встречали.

Однако, для некоторых достаточно важных случаев регулирования, а именно для регулирования с постоянной скоростью закрытия, учет влияний запаздывания может быть проведен не только в качественной форме.

Для такого анализа вряд ли имеет смысл уточнение расче-

¹ Второе возможное решение $t \neq \infty$ мы отбрасываем, так же как и при разборе регулирования без запаздывания (см. стр. 76), так как значение коэффициента C_2' не меняется в случае наличия запаздывания.

та учетом самовыравнивания в объекте регулирования. Действительно, при сколько-нибудь заметном запаздывании астатическое регулирование (без связи или добавочного импульса от производной параметра) практически неосуществимо. Наличие самовыравнивания со всех точек зрения способствует улучшению процесса, увеличивая его стабильность при одновременном уменьшении максимального отклонения параметра. Таким образом, неучет этого явления создает в расчете некоторый запас.

Кроме приведенной оговорки о самовыравнивании нижеприводимый анализ процесса с запаздыванием ограничен одним серьезным упрощением. Действительно, имеющая место форма кривой разгона, данная на фиг. 79, заменяется ломаной линией. Эта последняя состоит из горизонтального отрезка оси времени до пересечения последней с касательной к кривой разгона в точке ее перегиба (отрезок a , фиг. 84). Этот горизонтальный отрезок дает время полного запаздывания — $\tau = \tau_0 + \tau_n$. Второй отрезок кривой является экспонентой, той самой, которая имела бы место при отсутствии запаздывания (отрезок b , фиг. 84).

Такая форма ломаной линии кривой разгона соответствует процессу вполне строго при наличии только чистого запаздывания.

Наличие пологой части характеристики разгона (см. кривую a , фиг. 84), имеющей место во многих случаях многоемкостных объектов регулирования или в объектах с распределенными емкостями при одновременном наличии зоны нечувствительности регулятора, делает подобное упрощение весьма близким к действительности. В других случаях при плавных кривых разгона (см. кривую b , фиг. 84), например у двухемкостных объектов, упрощенная кривая уже отличается от действительной.

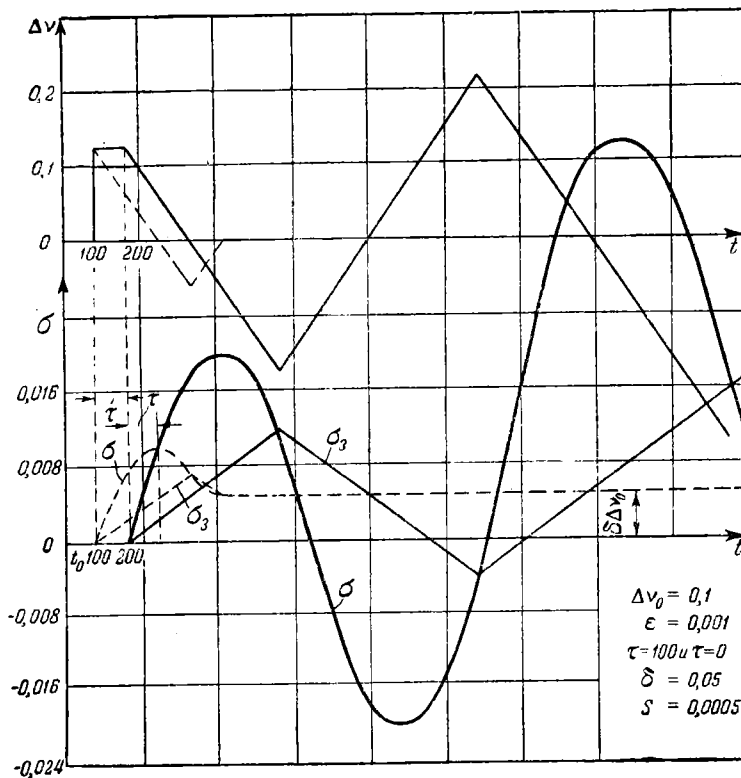
В настоящее время еще нет строго установленных критериев, позволяющих ограничить область применимости нижеприводимого приближенного анализа процесса регулирования и дающих возможность оценить степень его точности при упрощении любых форм кривой разгона. Однако, экспериментально-лабораторная проверка, проведенная канд. техн. наук В. Д. Мироновым на специальном лабораторном стенде, дает основание утверждать, что даже в самом неблагоприятном случае двухемкостных объектов регулирования ошибки получаются вполне допустимыми, по крайней мере для некоторой области значений характеристических величин объекта¹.

Базируясь на вышеприведенном упрощенном построении кривой разгона регулируемого объекта при наличии запаздывания, можно построить и кривую процесса регулирования.

¹ См. кандидатскую диссертацию В. Д. Миронова „К расчету изодромных регуляторов с постоянной скоростью“.

Такое построение, а затем и расчет при наличии постоянной скорости закрытия осуществляются для регулируемых участков без самовыравнивания сравнительно просто при любых способах стабилизации процесса.

На фиг. 85 можно проследить способы построения кривых регулирования при наличии у регулятора жесткой обратной



Фиг. 85. Построение кривых процесса регулирования с постоянной скоростью и жесткой связью при наличии запаздывания.

связи без запаздывания регулирующего импульса (пунктирные линии) и с его запаздыванием (сплошные линии).

Пунктирные линии для процесса без запаздывания строятся, как было уже указано в гл. 7, следующим образом.

При наличии мгновенного и однократного возмущающего воздействия Δv_0 , чувствительности регулируемого участка ε , постоянной скорости регулирования s и степени обратной связи δ , изменение во времени регулируемого параметра σ (взятого в относительных величинах) совершается по параболе [см. уравнение (123)]

$$\sigma = \varepsilon \Delta v_0 \cdot t - \frac{\varepsilon s}{2} t^2, \quad (a)$$

а изменение возмущающего воздействия совершается по прямой [см. уравнение (129)]

$$\Delta v = \Delta v_0 - s \cdot t. \quad (б)$$

Изменение же заданного значения параметра по прямой [см. уравнение (125)]

$$\sigma_3 = \delta \cdot s \cdot t \quad (в)$$

(до начала процесса регулирования, т. е. до момента возмущения, значения σ и σ_3 будем считать равными нулю).

В точке пересечения кривой σ параметра с прямой σ_3 его заданного значения, в точке реверсии регулятора происходит переключение работы регулятора, причем скорость регулирования, оставаясь постоянной по величине, меняет свой знак ($+s$ на $-s$).

Величина нового возмущающего воздействия Δv находится графически (по верхней части графика) в момент реверсии по прямой Δv . Можно Δv_2 вычислить из уравнения (б), предварительно вычислив время t (пересечения кривой σ с прямой σ_3), решая совместно уравнения (а) и (в), полагая, что в момент реверсии $\sigma = \sigma_3$. Вторая полуволна кривых параметра и возмущения строится по тем же уравнениям с заменой в них величины Δv_0 на Δv_2 и $+s$ на $-s$, и считая начало второй полуволны с точки реверсии регулятора.

При построении пунктирной кривой I фиг. 85 характеристические величины регулируемого объекта и регулятора были подобраны так, чтобы процесс регулирования при отсутствии запаздывания импульса имел ярко выраженный аperiodический характер.

По окончании процесса регулирования заданное значение параметра (и его действительная величина) оказываются, очевидно, смещенными относительно прежних их значений на величину, равную $\delta \cdot \Delta v_0$.

Время достижения максимума параметра и значение самого параметра определяются из уравнений

$$t_m = \frac{\Delta v_0}{s}, \quad (г)$$

$$\sigma_m = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}. \quad (д)$$

Построение кривых процесса регулирования при наличии запаздывания импульса τ показано сплошными линиями на фиг. 85. Здесь все характеристические величины как регулируемого объекта, так и регулятора (Δv_0 , ϵ , s и δ) остав-

лены прежними¹. Для кривой регулирования во всех наших дальнейших построениях даются те же упрощения, что и для кривой разгона, указанные выше, т. е. та часть кривой, которая на фиг. 84 находится в пределах зоны нечувствительности, просто не учитывается и считается, что кривая параметра с запаздыванием сдвинута относительно такой же кривой без запаздывания на отрезок времени τ .

Таким образом, если в момент времени t_0 получился возмущающий импульс Δv_0 , то вследствие запаздывания в точке замера параметр начнет меняться с опозданием на время τ по отношению к нарушению равенства притока и стока, и, следовательно, регулятор включится также на время τ позже, чем в предыдущем случае.

Начиная с момента включения регулятора, начнет изменяться возмущающее воздействие, подчиняясь прежнему закону [уравнение (б)], так как работа регулятора протекает с прежней скоростью s . Изменение возмущающего воздействия скажется на закономерности в изменении параметра также спустя время τ , т. е. спустя время 2τ с момента наступления возмущающего воздействия. За время же τ с момента начала изменения параметра и до того, как на его изменение скажется работа регулятора, параметр будет меняться прямолинейно (вследствие отсутствия самовыравнивания) по уравнению

$$\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t \quad (\text{ж})$$

и успеет, следовательно, за время τ измениться на величину

$$\sigma_\tau = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau. \quad (\text{з})$$

Далее, параметр будет меняться по уравнению (а), где время будет отсчитываться уже не от момента наступления возмущающего воздействия и не от момента начала изменения параметра, а от момента времени 2τ . Ординаты же σ будут отсчитываться от значения $\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau$. Таким же образом верхняя часть первой ветви сплошной кривой σ будет точной копией пунктирной кривой, сдвинутой относительно нее от оси времени на 2τ , а по оси параметра на $\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau$. Наличие жесткой обратной связи начнет изменять заданное значение параметра σ_3 с момента включения в работу регулятора, т. е. по прошествии времени τ от момента возмущения.

¹ Обе кривые графика, так же как и почти все последующие графики, построены без учета влияния зоны нечувствительности, так как, во-первых, запаздывание в зоне нечувствительности учитывается общим запаздыванием и составляет обычно ничтожную его долю, и, во-вторых, при отсутствии самовыравнивания зона нечувствительности, по существу, не искажает течение процесса, но заставляет весь процесс как бы всплывать на поверхность зоны.

Таким образом, время максимума параметра определится для данного случая уравнением

$$t_m = 2\tau + \frac{\Delta v_0}{s}, \quad (\text{и})$$

а само максимальное отклонение параметра из уравнения

$$\sigma_m = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \left(\tau + \frac{\Delta v_0}{2 \cdot s} \right). \quad (\text{к})$$

Последнее, как видно, состоит из двух частей — прямой и параболической.

Новое возмущающее воздействие Δv_2 определится точкой реверсии регулятора¹. Однако, кривая параметра в отличие от линии возмущающего воздействия еще в продолжение времени τ будет продолжать изменяться по уравнению (а). Таким образом, вторую ветвь кривой параметра следует строить, начиная с точки, отстоящей от начала возмущения по времени на $3\tau + t_1$, а по ординате — от точки, определяемой уравнением (а), где вместо времени t_1 подставлено время $t_1 + \tau$ с прибавкой величины σ из уравнения (з)².

Сравнивая кривые фиг. 85, мы видим, что введение запаздывания приводит к тому, что процесс регулирования при тех же скоростях и степени связи резко ухудшается и из апериодического делается расходящимся.

б) Регулирование с постоянной скоростью и жесткой связью

Рассмотрим условия, которые необходимо выполнить для первоначальной стабилизации процесса только за счет обратной связи, хотя бы для того, чтобы процесс по крайней мере протекал с незатухающими колебаниями.

Для существования незатухающих колебаний необходима правильная повторяемость циклов регулирования и, следовательно, условий, их вызывающих.

Если в какой-то момент времени начало изменения параметра (начало цикла) под влиянием возникшего перед этим возмущения совпадает со средней линией заданного значения его, то и новое изменение параметра (новое начало цикла) в следующем цикле, возникшее вследствие нового возму-

¹ Возмущение Δv_2 может быть подсчитано по уравнению (а), где время t заменено на $t_1 + \tau$, т. е. по уравнению

$$\Delta v_2 = \Delta v_0 - s \cdot (t_1 + \tau). \quad (\text{б}')$$

² Т. е. со значения параметра, определяемого уравнением

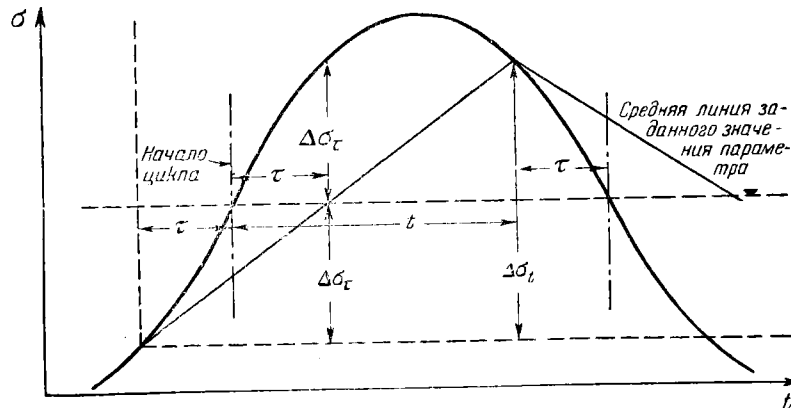
$$\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau + \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot (t_1 + \tau) - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot (t_1 + \tau)^2 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 (t_1 + 2\tau) - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} (t_1 + \tau)^2.$$

щения, равного предыдущему, также должно совпадать с той же средней линией заданного значения параметра (фиг. 86). Таким образом, необходимо, чтобы точка реверсии регулятора отстояла бы от начала цикла на время запаздывания. Момент реверсии работы регулятора соответствует моменту пересечения кривой параметра с линией заданного значения его.

Отсюда условием повторяемости циклов является:

$$\sigma_{t+\tau} = 0, \quad (193)$$

где время t соответствует точке реверсии.



Фиг. 86. Кривая, иллюстрирующая условия устойчивости процесса регулирования с запаздыванием при наличии жесткой обратной связи.

Раскрывая это условие, имеем:

$$\varepsilon \cdot \Delta y_{н.з} \cdot (t + \tau) - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot (t + \tau)^2 = 0,$$

откуда

$$t = \frac{2\Delta y_{н.з} - s \cdot \tau}{s}. \quad (a)$$

Второе условие можно получить, помня, что в точке реверсии значение параметра должно быть равно его заданному значению и что точка реверсии „опережает“ начало цикла на время запаздывания τ , так как за это время параметр изменяется еще под влиянием предыдущего возмущения.

Это приводит к тому, что заданное значение параметра начинает меняться еще за время τ от начала цикла. За это же время τ параметр, изменяясь под влиянием прежнего возмущения, отклонится на некоторую величину. Но так как колебания мы считаем установившимися и циклы описыва-

ются вполне симметричными кривыми, то это отклонение параметра равно отклонению параметра в рассматриваемом цикле за то же время τ .

Таким образом, в точке реверсии имеем:

$$\sigma_{\tau} + \sigma_t - \sigma_3(t + \tau) = 0 \quad (194)$$

или

$$\varepsilon \cdot \Delta y_{н.з} \cdot \tau - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot \tau^2 + \varepsilon \cdot \Delta y_{н.з} \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 - \delta \cdot s(t + \tau) = 0. \quad (6)$$

Подставляя сюда значение времени t из уравнения (а) и производя сокращения, имеем:

$$2 \cdot \varepsilon \cdot \tau \cdot \Delta y_{н.з} - \varepsilon \cdot s \cdot \tau^2 = 2 \cdot \delta \cdot \Delta y_{н.з},$$

откуда

$$\Delta y_{н.з} = \frac{\varepsilon \cdot s \cdot \tau^2}{2 \cdot (\varepsilon \cdot \tau - \delta)}. \quad (195)$$

Это и есть выражение для возмущения, обуславливающего возникновения незатухающих колебаний при данных характеристических величинах объекта и регулятора. Выражение (195) является своеобразным критерием устойчивости процесса регулирования для рассматриваемого частного случая.

Рассмотрение уравнения (195) показывает, что при увеличении скорости регулирования незатухающие колебания под влиянием того же возмущающего воздействия можно получить при соответствующем уменьшении степени связи.

Однако, возможность увеличения скорости регулирования ограничена условием $2 \cdot \Delta y_{н.з} > s \cdot \tau$, что легко понять из общих физических соображений.

Действительно, процесс не может быть не расходящимся, если вследствие работы регулятора за время запаздывания возмущающее воздействие меняет знак и по своей абсолютной величине делается больше первоначального. Точка же реверсии регулятора всегда в рассматриваемом случае лежит за его максимумом.

Полупериод возникших незатухающих колебаний легко найти, пользуясь уравнением (а), из которого находится время реверсии регулятора t . Полупериод же будет равен найденному значению времени реверсии t плюс время запаздывания τ , т. е.

$$\frac{T}{2} = t + \tau = \frac{2 \Delta y_{н.з}}{s}. \quad (196)$$

Уравнение (195) приводит к заключению, что по мере увеличения степени связи при приближении ее значения к величине, равной $\varepsilon \cdot \tau$ — произведению из чувствительности

регулируемого участка на время суммарного запаздывания, величина возмущающего воздействия, при котором процесс протекает с незатухающими колебаниями, начинает резко возрастать. При равенстве

$$\delta = \varepsilon \cdot \tau \quad (197)$$

имеет место „критическая“ связь.

Здесь при любом возмущающем воздействии, вплоть до бесконечно большого, процесс не может расходиться, т. е. делается стабильным вне зависимости от скорости регулирования¹.

Следовательно, для каждого регулируемого участка существует критическая связь, при которой процесс всегда стабилизируется.

Умножая равенство (197) на Δv_0 , имеем: $\delta \cdot \Delta v_0 = \varepsilon \cdot \tau \cdot \Delta v_0$, т. е. критическая связь является по величине такой, что обусловленное ею отклонение заданного значения параметра ($\delta \cdot \Delta v_0$) должно быть равно отклонению параметра за время запаздывания (в его прямолинейной части).

Фиг. 87 дает наглядное представление о вышеизложенном явлении. На графике дано протекание процесса для трех последовательно возрастающих (вдвое против предыдущего) возмущающих воздействий, при одних и тех же характеристиках регулируемого объекта и регулятора, причем степень связи выбрана критической.

Для большей наглядности и простоты построения масштабы каждой следующей кривой как по времени, так и по параметру и возмущению уменьшаются вдвое, одновременно с таким же увеличением возмущающего воздействия. Это обстоятельство приводит к тому, что для всех трех кривых новое заданное значение параметра $\varepsilon_3 = \delta \cdot \Delta v_0$ на графике одно и то же.

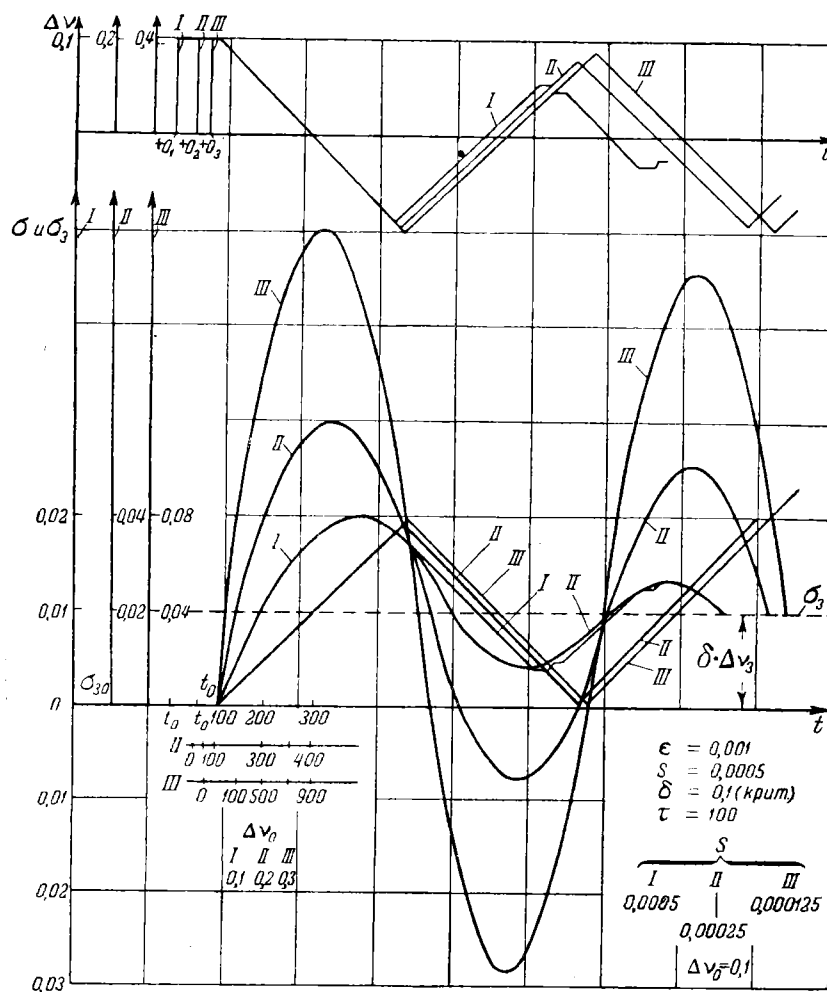
Из графика очевидно, что и при дальнейшем увеличении возмущающего воздействия процесс не будет переходить в расходящийся, но все более и более будет приближаться к незатухающему.

Как указывалось выше, при регулировании с критической связью процесс регулирования остается стабильным не только при любых возмущающих воздействиях, но и при подборе любой скорости регулирования (степень затухания процесса меняется как при изменении возмущения, так и при изменении скорости закрытия, но при этом он никогда не делается расходящимся).

Иллюстрацией высказанного положения и для изменяющейся скорости закрытия может служить та же фиг. 87. Каж-

¹ Такое условие является практически чересчур жестким, так как возмущающее воздействие никогда не может быть больше единицы.

дая из кривых параметра этого графика может быть получена путем последовательного уменьшения скорости регулирования вдвое при одновременном сокращении масштаба по оси времени также вдвое (эти масштабы даны для случая изменения скоростей, а не возмущений справа).



Фиг. 87. Сравнительные кривые процесса регулирования при критической связи с разными возмущениями и скоростями закрытия.

При таком изменении одновременно масштабов времени и скорости регулирования наклон прямой заданного значения параметра сохраняется одним и тем же для всех трех кривых параметра.

Если действительное возмущение $\Delta v > \Delta v_{н.з.}$, то процесс

должен проходить в виде расходящихся колебаний, если же, наоборот, $\Delta v < \Delta v_{н.з.}$, как мы увидим ниже, процесс будет протекать в виде затухающих колебаний или же может быть и аperiодическим. В том случае, если действительное возмущающее воздействие больше обуславливающего незатухающие колебания, то, увеличив соответственно связь, мы снова, очевидно, можем получить незатухающие колебания. Подбор связи легко сделать по уравнению

$$\delta = \frac{\epsilon \cdot \tau (2 \cdot \Delta v_{н.з.} - s \cdot \tau)}{2 \cdot \Delta v_{н.з.}}, \quad (198)$$

получаемому из уравнения (195).

Следует иметь в виду, что так как в начале процесса его первый (и частично второй) цикл отличается от всех последующих наличием в кривой параметра прямолинейного участка за время τ в самом начале процесса, то прямо применить для построения графика уравнение (195) или (198) нельзя. Оно станет действительным лишь с третьего цикла строго и со второго приближенно.

Как общие рассуждения, так и приведенные графики (так же, как и дальнейшие) убедительно показывают невозможность с помощью изменения связи как-либо повлиять на отклонение параметра (в сторону его уменьшения), получаемое в процессе регулирования. При регулировании с постоянной скоростью и со связью можно повлиять на отклонение параметра лишь изменением скорости регулирования. При этом увеличение скорости (по крайней мере до некоторого предела) благотворно сказывается на протекании процесса регулирования, одновременно уменьшая максимальное отклонение параметра в процессе регулирования и при данной связи, увеличивая степень затухания процесса, т. е. увеличивая его стабильность.

Таким образом, увеличение (и вообще изменение) степени связи сказывается лишь на стабильности процесса, т. е. на его степени затухания, но не на отклонении параметра в процессе регулирования.

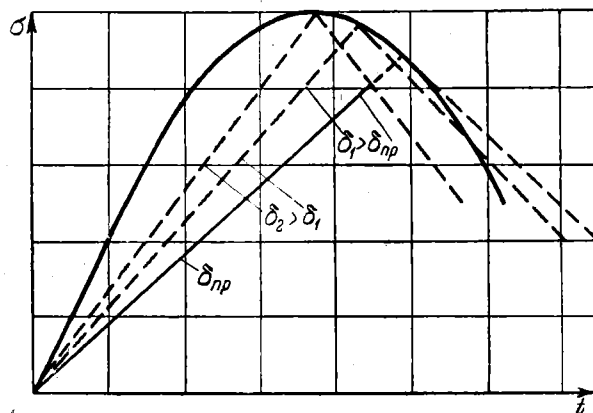
Следует иметь в виду (подробности см. ниже), что при наличии запаздывания максимальное отклонение параметра складывается из двух частей: первой, обусловленной прямолинейным изменением параметра (в начале процесса) за время запаздывания ($\epsilon \cdot \Delta v_0 \tau$), и второй, обусловленной параболическим изменением параметра за счет работы регулятора в течение времени максимума:

$$\epsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t_m - \frac{\epsilon \cdot s}{2} \cdot t_m^2.$$

Увеличивая скорость регулирования, можно, очевидно, уменьшить лишь вторую часть отклонения параметра, так как первая часть обусловлена только временем запаздывания.

Связь, при которой действительны предпосылки вывода и само уравнение (195) или (198), ограничена.

На самом деле линия заданного значения параметра всегда должна проходить, так сказать, «внутри» кривой параметра и пересекать ее лишь в точках реверсии регулятора. Увеличивая связь, т. е. увеличивая угол наклона линии заданного значения параметра, мы можем прийти к тому, что при реверсии линия будет лежать или частично, или целиком «во вне» кривой параметра (во втором цикле после реверсии) (фиг. 88). При этом положения, на которых основан вывод



Фиг. 88. Кривая процесса регулирования с „предельной“ связью.

уравнений (195) или (198), оказываются уже недействительными, а регулирование делается на каком-то участке или во всем дальнейшем процессе прерывным (в буквальном смысле).

Границей применимости выведенных условий, т. е. границей непрерывности процесса, будет условие, при котором линия заданного значения параметра после реверсии делается касательной к кривой параметра в точке реверсии. Написав это условие, легко найти „предельное“ значение связи. Условие, чтобы данная линия являлась касательной к кривой в данной точке, есть равенство их угловых коэффициентов в данной же точке, т. е.

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{\tau+t_1} = \left(\frac{d\sigma_3}{dt}\right)_{\tau+t_1}, \quad (a)$$

где

$$\sigma_{\tau+t} = \epsilon \cdot \Delta v_0 \cdot (t + \tau) - \frac{\epsilon \cdot s}{2} \cdot t^2,$$

а

$$\sigma_3 = \sigma_{\tau+t} - \delta \cdot s \cdot (t + \tau),$$

т. е. уравнение (a) переходит в уравнение

$$\epsilon \cdot \Delta v_0 - \epsilon \cdot s \cdot t_1 = -\delta \cdot s. \quad (б)$$

С другой стороны, в точке реверсии значение параметра и его заданного значения равны, т. е.

$$\sigma_{(\tau + t_1)} = \sigma_{\tau + t_1}$$

или

$$\delta \cdot s \cdot (\tau + t_1) = \epsilon \cdot \Delta v_0 \cdot (t_1 + \tau) - \frac{\epsilon \cdot s}{2} \cdot t_1^2, \quad (B)$$

откуда

$$t_1 = \frac{(\epsilon \Delta v_0 - \delta \cdot s) + \sqrt{(\epsilon \Delta v_0 - \delta \cdot s)^2 + 2 \epsilon \cdot s \cdot (\epsilon \Delta v_0 - \delta \cdot s) \cdot \tau}}{\epsilon \cdot s}. \quad (r)*$$

Подставляя значение времени реверсии из уравнения (r) в уравнение (б) и произведя сокращения и приведения, имеем для δ_{np} следующее выражение:

$$\delta_{np} = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \left(\sqrt{\left(2 + \frac{s \cdot \tau}{\Delta v_0} \right)^2 + \frac{4s\tau}{\Delta v_0}} - 1 \right) - \epsilon \cdot s \cdot \tau}{3 \cdot s}. \quad (д)$$

Для случая уже текущих колебаний это выражение несколько видоизменяется, так как существующий в первом цикле прямолинейный отрезок $(\epsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau)$ за первое время τ заменяется в последующих циклах отрезком кривой параметра за предыдущий цикл на последнем участке времени, также равном τ .

Из вышеприведенного положения не следует, что увеличение связи сверх так называемого «предельного» невозможно. Наоборот, дальнейшее увеличение связи улучшает стабилизацию процесса, увеличивая степень его затухания, но одновременно и несколько затягивает процесс, так как вводит прерывистость в регулирование, тем самым уменьшая действующую скорость регулирования.

Фиг. 89¹ иллюстрирует подобный процесс. При построении этого графика сделаны некоторые допущения, отсутствующие в предыдущих графиках. Во-первых, введена некоторая зона нечувствительности, во-вторых, работа регулятора протекает так, что он остается включенным или выключенным на протяжении определенного отрезка времени независимо от того, что кривая регулирования находится в пределах зоны нечувствительности или вышла из нее².

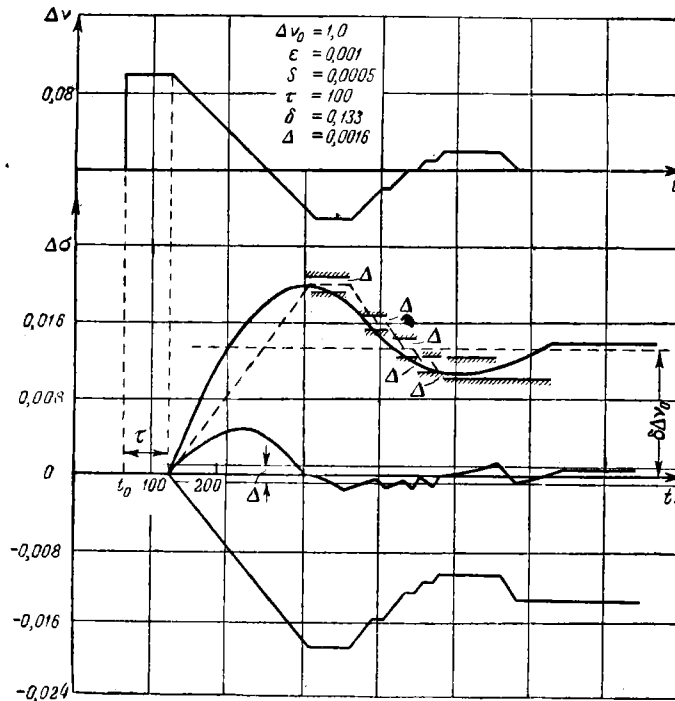
Наконец, в-третьих, линия заданного значения отложена, так сказать, в обратном отраженном виде и кривая регулирования построена как геометрическая сумма кривых параметра и его заданного значения.

* Второе значение корня со знаком (—) явно приводит к отрицательному значению t_1 , так как к квадрату скобки прибавляется положительная величина, а $\epsilon \cdot \Delta v_0 \geq \delta$ всегда.

¹ Все характеристические величины, кроме связи, те же, что и в предыдущих графиках.

² Подобно тому, как работает контактный гальванометр с удерживающим реле и ничтожным временем включения.

Причина последней особенности построения заключается в наличии зоны нечувствительности, которая так же, как и геометрическое место точек реверсии регулятора, расположена при таком способе построения вдоль одной «нулевой» прямой. При прежнем способе построения (хотя оно и нагляднее) зона нечувствительности все время перемещалась бы вдоль кривой параметра и построение графика было бы затруднено.



Фиг. 89. Кривая процесса регулирования со связью выше критической.

На фиг. 89 пунктиром показано (частично) поведение линии заданного значения параметра и зоны нечувствительности при обычном способе построения. Введение двух первых особенностей также сделано с целью облегчить построение графика, так как без них переключения в работе регулятора следовали бы весьма часто, а при полном отсутствии зоны нечувствительности и бесконечно часто.

Однако, эти две особенности несколько искажают процесс и рисуют его как бы угрубленно. Качественный характер процесса при этом все же не меняется, а количественный меняет-

ся тем меньше, чем меньше ширина зоны нечувствительности и время безусловной работы (или покоя регулятора) ¹.

Как видно из фиг. 89, увеличение связи (по сравнению с процессом на фиг. 85) увеличило устойчивость процесса, превратив его в быстро затухающий. Связь в этом случае выбрана так, что первая точка реверсии регулятора совпадает с максимумом параметра. Для подобной связи при отсутствии запаздывания процесс получился бы вполне аperiodическим (фиг. 51).

Таким образом, резкое увеличение связи и при наличии запаздывания приводит к хорошей стабилизации процесса.

Путем дальнейшего увеличения связи процесс можно, очевидно, заставить протекать и аperiodически.

Во многих случаях неучет зоны нечувствительности дает существенное искажение расчета. Во избежание этого целесообразно проведение такого учета, легко осуществляемого при написании равенства (194), определяющего критерии устойчивости.

Последнее равенство показывает, что в точке реверсии действительное и заданное значения параметра равны. На самом деле они равны лишь с точностью до значения зоны нечувствительности ².

Таким образом, выражение (194) следовало бы более точно писать так:

$$\sigma_{\tau} + \sigma_{\epsilon} + \Delta = \sigma_3 (\tau + l) \quad (199)$$

При таком учете ширины зоны нечувствительности выражение (198) критерия устойчивости при наличии жесткой обратной связи переходит в выражение

$$\delta_{н.з} = \frac{\epsilon \cdot \tau \cdot (2\Delta v_{н.з} - s \cdot \tau) + 2 \cdot \Delta}{2 \cdot \Delta v_{н.з}} \quad (200)$$

Для этого случая регулирования не представляет больших трудностей получение приближенного, но достаточно практически точного условия аperiodичности течения процесса. За граничный случай аperiodичности мы, как и при рассмотрении идеализированного процесса, примем тот случай, когда процесс прекращается во втором полупериоде колебаний. Это будет иметь место (фиг. 90), если второй максимум действи-

¹ Введение зоны нечувствительности при отсутствии самовыравнивания заставляет процесс как бы „всплывать“ на края зоны, тем самым увеличивается амплитуда, т. е. ухудшается процесс. Беспорядочные промедления времени работы или покоя регулятора в среднем, как направленные в разные стороны, компенсируются.

² Подробнее смотри статью В. Д. Миронова „К расчету процесса регулирования с запаздыванием с постоянной скоростью и упругой обратной связью“, „Известия ВТИ“, № 12, 1947 г.

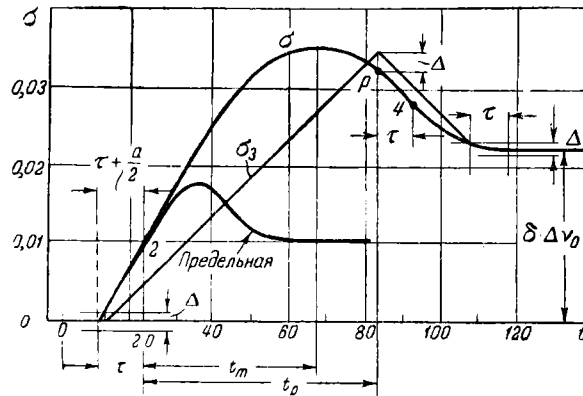
тельного значения параметра совпадет с его заданным значением с точностью до значения зоны нечувствительности.

В интервале времени 2—4, т. е. в продолжение времени $t_p + \tau$, параметр будет меняться по квадратичному закону, а в зоне нечувствительности и в интервале времени 1—2 — по прямой. Таким образом, в точке t_4 параметр будет иметь значение:

$$\sigma_4 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \left(t_4 + \tau + \frac{a}{2} \right) = \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t_4^2, \quad (\text{а})$$

где

$$a = \frac{\Delta}{\varepsilon \cdot \Delta v_0}.$$



Фиг. 90. Кривая процесса аperiodического регулирования с запаздыванием при наличии жесткой связи.

С другой стороны, легко понять, что в точке t_4 значение параметра может быть определено и так:

$$\sigma_4 = \frac{\Delta \sigma_m - \delta \cdot \Delta v_0}{2} + \delta \cdot \Delta v_0 = \frac{\varepsilon}{2} \cdot \left[\frac{\Delta v_0^2}{2 \cdot s} + \Delta v_0 \cdot \left(\tau + \frac{a}{2} \right) + \frac{\delta \cdot \Delta v_0}{\varepsilon} \right]. \quad (\text{б})$$

Приравнивая эти два выражения и производя сокращения и упрощения, мы получим следующее выражение для времени t_4 :

$$t_4 = \frac{\Delta v_0}{s} + \sqrt{\frac{\Delta v_0^2}{2 \cdot s^2} + \frac{\Delta v_0 \tau}{s} + \frac{a \cdot \Delta v_0}{2 \cdot s} - \frac{\delta \cdot \Delta v_0}{\varepsilon \cdot s}} \quad (\text{в})$$

или, обозначая, как и раньше, $\frac{\Delta v_0}{s} = t_m$ и принимая во внимание, что член $\frac{a \cdot t_m}{2}$ мал по сравнению с другими членами, мы будем иметь:

$$t_4 = t_m + \sqrt{\frac{t_m^2}{2} + \tau \cdot t_m - t_m \cdot \frac{\delta}{\varepsilon}}. \quad (\text{г})$$

Время же точки реверсии t_p , очевидно, на τ меньше, т. е.

$$t_p = t_m - \tau + \sqrt{\frac{t_m^2}{2} + \tau \cdot t_m - t_m \cdot \frac{\delta}{\varepsilon}}. \quad (\text{д})$$

Для подсчета значения степени связи δ можно воспользоваться тем, что в точке реверсии заданное и действительное значения параметра равны с точностью до значения ширины зоны нечувствительности, т. е.

$$\sigma_{3p} - \sigma_p = \Delta,$$

что в развернутом виде даст:

$$\delta \cdot s \cdot (t_p + \tau) - \varepsilon \cdot \left[\Delta v_0 \cdot \left(t_p + \tau + \frac{a}{2} \right) - \frac{s}{2} \cdot t_p^2 \right] = \Delta. \quad (\text{е})$$

Подставляя сюда значение t_p из равенства (д), легко получить выражение для δ , полагая $\frac{\delta}{\varepsilon} = b$:

$$\delta = \varepsilon \cdot \left[\frac{0,25 \cdot t_m + \tau \cdot \left(0,5 - \frac{\tau}{2t_m} + \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\tau}{t_m} - \frac{b}{t_m}} \right) + 1,5 a}{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\tau}{t_m} - \frac{b}{t_m}}} \right]. \quad (\text{ж})$$

Апериодическое регулирование в чистом виде может быть получено лишь при выборе определенной скорости закрытия.

Выбор этой последней может быть сделан, исходя из следующих соображений. Параметр вследствие запаздывания будет продолжать изменяться после включения регулирования еще и в продолжение времени τ . При этом, чтобы не возобновилось регулирование, необходимо ограничение в отклонении параметра значением ширины зоны нечувствительности Δ .

Вследствие симметрии параболы, описываемой параметром, относительно точки максимума мы можем записать выказанное выше требование так:

$$\sigma_\tau \leq \Delta$$

или

$$\frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot \tau^2 \leq \Delta. \quad (\text{з})$$

Из этого неравенства и может быть определена величина скорости регулирования, при которой при соблюдении условия (ж) процесс регулирования будет протекать вполне апериодически.

Неравенство (з) может быть преобразовано для упрощения уравнения (ж), служащего для выбора величины степени связи.

Если мы потребуем, чтобы ширина зоны нечувствительности была бы не больше 10% от отклонения параметра за время запаздывания, то

$$\Delta \leq 0,1 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau,$$

тогда

$$0,1 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau \geq \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot \tau^2, \quad (и)$$

откуда

$$\frac{\Delta v_0}{s} = t_m \geq 5\tau. \quad (201)$$

Теперь можно легко дать упрощенное приближенное выражение для вычисления степени связи, пользуясь выведенными выше уравнением (ж) и условием (201).

Оно будет иметь вид:

$$\delta = \varepsilon \cdot [0,25 \cdot t_m + 0,9\tau + 1,5a]^*. \quad (202)$$

Так как (при $t_m \geq 5\tau$) величина $\frac{b}{t_m}$ приблизительно равна 0,5, несколько (незначительно) меньше 0,5; величина $\frac{\tau}{t_m}$ приблизительно равна 0,2, а подкоренное выражение близко к 0,25, т. е. сам корень приблизительно равен 0,5.

Характерным признаком рассмотренного режима работы регулятора является то, что реверсирование сервомотора происходит один раз в течение полупериода. При этом в течение всего процесса регулирования сохраняется действительно постоянная скорость закрытия. При таком режиме увеличение скорости регулирования ограничивается вышеприведенным условием, а следовательно, ограничивается возможность уменьшения максимального за процесс регулирования выбега параметра.

Увеличение скорости регулирования или связи сверх того, что нужно для получения граничного аperiodического процесса [см. условие (202)], вызывает переход регулирования с некоторого момента времени на пульсирующий режим.

* Полученное выражение при равенстве нулю τ и a переходит в

$$\delta = \varepsilon \cdot 0,25 t_m = 0,25 \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0}{s}.$$

Это выражение как раз есть условие аperiodичности при идеализированном рассмотрении процесса [см. уравнение (135)].

Средняя скорость регулирования в пульсирующем режиме будет величиной переменной и зависящей от скорости изменения параметра (см выше стр. 143).

Пульсирующий режим характеризуется (при наличии зоны нечувствительности) прерывистой работой регулятора. Последний может войти в пульсирующий режим кратковременно, а затем опять вернуться к неппульсирующему.

Однако, если в процессе регулирования имеют место затухающие колебания, то однажды появившийся пульсирующий режим будет далее возникать в каждом полупериоде, причем продолжительность его будет все увеличиваться, и процесс регулирования закончится в пульсирующем режиме. При переходе в пульсирующий режим действительная скорость регулирования, очевидно, уменьшается, что в какой-то мере затягивает течение процесса.

Если пульсирующий режим появляется уже в первом полупериоде колебаний, то уменьшение действительной скорости регулирования приводит к увеличению максимального отклонения параметра.

Ориентация работы регулятора возможна и на пульсирующий режим, причем благодаря возможному при этом увеличению скорости регулирования ограничивается максимальное отклонение параметра. При этом, однако, нецелесообразно достижение пульсирующего режима в первом полупериоде колебаний.

Этим накладывается предел для максимального целесообразного значения выбираемой скорости регулирования. Так как

$$\sigma'_0 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \text{ и } \sigma'_3 = \delta \cdot s,$$

то для отсутствия пульсаций в первом полупериоде необходимо, чтобы

$$\delta_{пред} \cdot s_{пред} < \varepsilon \cdot \Delta v_0$$

хотя бы незначительно.

Потребуем, чтобы

$$\delta_{пред} \cdot s_{пред} \approx 0,9 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0. \quad (\text{и})$$

С другой стороны, для обеспечения затуханий процесса при любых случайных возмущениях необходим выбор критической связи, т. е. необходимо, чтобы [см. уравнение (197)]

$$\delta \geq \varepsilon \cdot \tau. \quad (\text{к})$$

Отсюда

$$s_{пред} \approx \frac{0,9 \cdot \Delta v_0}{\tau} \quad (203)$$

или же, чтобы

$$s_{пред} \approx \frac{\Delta v_0}{\tau + a}, \quad (204)$$

если попережнему считать [см. уравнение (и)], что

$$\Delta \leq 0,1 \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau.$$

Эти же значения предельных степени связи и скорости регулирования приблизительно удовлетворяют уравнению (ж), в чем легко убедиться путем подстановки.

Таким образом, при выбранных предельных значениях δ и s режим регулирования должен быть близок к граничному случаю аperiodичности. Этот режим и следует считать оптимальным, на него же и ориентируют расчет процесса. В этом последнем случае [см. уравнение (204)]

$$t_m \approx 1,1 \tau. \quad (205)$$

Итак, при наличии запаздывания путем только подбора надлежащей величины связи можно добиться стабилизации процесса регулирования, не боясь выхода процесса из состояния стабилизации при любых увеличениях возмущающего воздействия (подбор критической связи).

Конечная неравномерность параметра, обусловленная связью, иногда может достичь очень значительной величины, но путем применения упругой связи эта необходимая для стабилизации большая степень связи, а следовательно, большая неравномерность, может быть сведена к нулю или разумному минимуму.

Снижение величины максимального отклонения параметра в процессе регулирования за счет изменения степени связи провести нельзя. Этого можно достигнуть при регулировании только со связью лишь за счет увеличения скорости регулирования. Однако, это последнее может уменьшить лишь вторую параболическую часть общего отклонения параметра, первая же прямолинейная часть общего отклонения параметра от скорости регулирования не зависит. Она могла бы быть уменьшена только за счет уменьшения времени запаздывания, на которое степень связи никакого влияния оказать не может. Эта прямолинейная часть общего отклонения при больших запаздываниях может достичь весьма значительных величин и может, следовательно, явиться решающим фактором в оценке процесса регулирования.

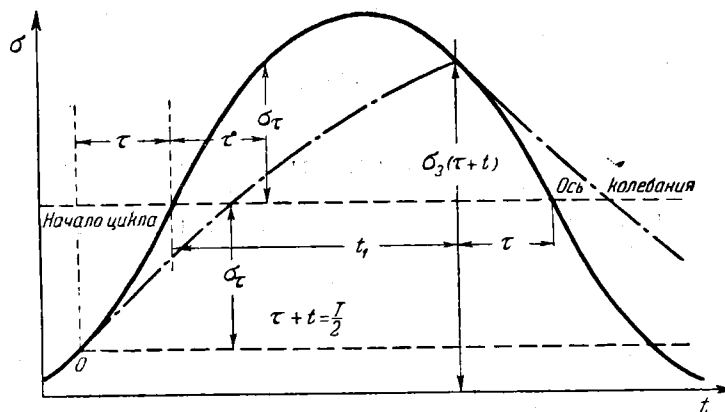
Следует отметить и еще один недостаток регулирования только за счет связи (при наличии запаздывания). Во избежание возможной раскачки процесса регулирования при наличии больших аварийных возмущающих воздействий, могущих значительно превосходить обычные эксплуатационные возмущения, на которые ориентируется расчет регулятора,

целесообразно выбрать степень связи равной критической. В этом случае при обычных малых (сравнительно) возмущающих воздействиях излишне большая для этих возмущений степень связи приведет к излишней затяжке процесса регулирования и к большим отклонениям параметра, что, конечно, не способствует улучшению процесса регулирования.

Наконец, увеличение степени связи при наличии прерывистого регулирования ограничено шириной зоны нечувствительности¹.

в) Регулирование с постоянной скоростью и упругой связью

Аналогично только что изложенному нетрудно получить критерий устойчивости процесса с запаздыванием, если стабилизация этого последнего осуществляется введением не



Фиг. 91. Кривая, иллюстрирующая условия устойчивости процесса регулирования с запаздыванием при наличии упругой обратной связи.

жесткой, а упругой обратной связи. Подробное исследование этого случая разобрано В. Д. Мироновым в его кандидатской диссертации².

На фиг. 91 дан график незатухающего колебательного процесса с запаздыванием при стабилизации его упругой обратной связью. Этот график построен подобно графику на фиг. 86 с той лишь разницей, что имеющаяся на нем прямая линия заданного значения параметра, определяемая жесткой

¹ Так как изменение заданного значения параметра за время работы (обязательной) регулятора не должно быть больше зоны нечувствительности.

² См. статью В. Д. Миронова „К расчету процесса регулирования с запаздыванием с постоянной скоростью и упругой обратной связью“, Известия ВТИ*, № 12, 1947 г.

связью, заменена соответствующей экспоненциальной кривой, определяемой упругой связью. По предыдущему критерию устойчивости циклов, данного уравнения (193), и условия равенства нулю в точке реверсии для каждого цикла действительного и заданного значений параметра.

Последнее получается аналогично уравнению (194) при замене правой части его соответствующим выражением для упругой обратной связи.

Общее уравнение заданного значения параметра дано уравнением (146) и имеет вид:

$$\sigma_3 = C \cdot e^{-s_i \cdot t} + \frac{\delta \cdot s}{s_i}.$$

Как видно из графика, время между двумя соседними точками реверсии равно половине периода незатухающих колебаний и выражается по уравнению (196)

$$\frac{T}{2} = \frac{2 \cdot \Delta v_{н.з}}{s}.$$

Так как колебания симметричны относительно своей оси, то в точках реверсии заданные значения параметра равны по абсолютной величине, но противоположны по знаку. Следовательно,

$$\sigma_3 = -\sigma_3 \cdot \frac{T}{2}. \quad (a)$$

Пользуясь написанными соотношениями, мы легко найдем значение постоянной интеграции. Действительно,

$$\begin{aligned} \sigma_{30} &= C + \frac{\delta \cdot s}{s_i}, \\ \sigma_{3 \frac{T}{2}} &= C \cdot e^{-s_i \cdot \frac{T}{2}} + \frac{\delta \cdot s}{s_i}. \end{aligned}$$

Подставляя эти значения в равенство (a), найдем:

$$C = -2 \cdot \frac{\delta \cdot s}{s_i} \cdot \frac{1}{1 - e^{-s_i \cdot \frac{T}{2}}}.$$

Таким образом, общее уравнение заданного значения параметра для разбираемого случая имеет вид:

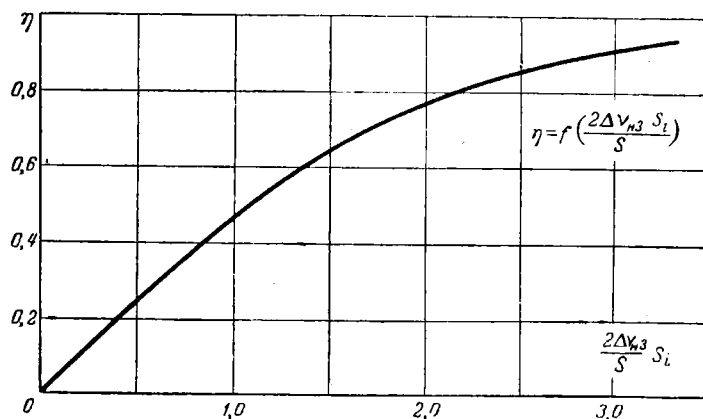
$$\sigma_3 = -2 \cdot \frac{\delta \cdot s}{s_i} \cdot \frac{e^{-s_i \cdot t}}{1 + e^{-s_i \cdot \frac{T}{2}}} + \frac{\delta \cdot s}{s_i} \quad \text{и} \quad \sigma_{30} = \frac{\delta s}{s_i} \cdot \left(\frac{e^{-s_i \cdot \frac{T}{2}} - 1}{e^{-s_i \cdot \frac{T}{2}} + 1} \right).$$

Величина же заданного значения параметра при $t = \frac{T}{2}$:

$$\sigma_{3 \frac{T}{2}} = -2 \cdot \frac{\delta \cdot s}{s_i} \cdot \frac{e^{-s_i \frac{T}{2}}}{1 + e^{-s_i \frac{T}{2}}} + \frac{\delta s}{s_i} = -\frac{\delta \cdot s}{s_i} \left(\frac{e^{-s_i \frac{T}{2}} - 1}{e^{-s_i \frac{T}{2}} + 1} \right).$$

Обозначая выражение, стоящее в скобках:

$$\frac{e^{-s_i \frac{T}{2}} - 1}{e^{-s_i \frac{T}{2}} + 1} = \frac{e^{-s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s}} - 1}{e^{-s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s}} + 1} = \eta, \quad (206)$$



Фиг. 92. График зависимости коэффициента η от аргумента $\frac{2 \cdot \Delta v_{н.з} S_i}{s}$.

мы будем иметь окончательно

$$\sigma_{20} = -\delta \cdot s \frac{\eta}{s_i} \quad \text{и} \quad \sigma_{3 \frac{T}{2}} = \delta \cdot s \cdot \frac{\eta}{s_i}. \quad (207)$$

Для простоты нахождения значений η на фиг. 92 дан график зависимости этой функции от аргумента $\frac{2\Delta v_{н.з} \cdot S_i}{s}$.

Теперь мы имеем возможность получения условия, определяющего критерий устойчивости.

По уравнению (194)

$$\sigma_{\tau} + \sigma_t = \sigma_{3(t+\tau)} = \sigma_{30} - \sigma_{3 \frac{T}{2}} \quad (208)$$

или

$$\epsilon \cdot \left[2 \Delta v_{н.з} \cdot \tau - \frac{s \cdot \tau^2}{2} \right] = 2 \cdot \frac{\delta \cdot s}{s_i} \cdot \eta,$$

или

$$\delta_{н.з} = \frac{\varepsilon \cdot (2 \cdot \Delta v_{н.з} \cdot \tau - s \cdot \tau^2) \cdot s_i}{2 \cdot s \cdot \eta} \quad (209)$$

Все основные выводы, полученные нами при исследовании процесса с запаздыванием с жесткой связью, могут быть распространены и на случай применения упругой связи. Следует только иметь в виду, что данное ранее понятие о критической связи для данного случая прямо уже неприменимо, так как действующая степень связи зависит теперь и от скорости изодрома.

Уравнение (209) показывает, что степень связи, нужная для стабилизации процесса, при всех прочих равных условиях увеличивается с увеличением скорости изодрома s_i , т. е. уменьшением T_i — времени изодрома. Выражение (209) критерия устойчивости для упругой связи в пределе дает прежнее выражение (209) для критерия устойчивости при наличии жесткой связи.

Действительно, при разложении в ряд выражения $e^{-s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s}}$ мы будем иметь для величины η следующее:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1 - s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s} + \frac{s_i^2 \cdot 4\Delta v_{н.з}^2}{2 \cdot s^2} - \dots - 1}{1 - s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s} + \frac{s_i^2 \cdot 4\Delta v_{н.з}^2}{2 \cdot s^2} - \dots + 1} = \\ &= \frac{-s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s} \left(1 - s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{2 \cdot s} + \dots \right)}{2 - s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s} + s_i^2 \frac{4\Delta v_{н.з}^2}{2 \cdot s^2} - \dots}, \end{aligned}$$

откуда

$$-\frac{s}{s_i} \eta = \frac{2\Delta v_{н.з} \left(1 - s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{2s} + \dots \right)}{2 - s_i \frac{2\Delta v_{н.з}}{s} + s_i^2 \frac{4\Delta v_{н.з}^2}{2 \cdot s^2} - \dots},$$

что в пределе при $s_i = 0$ даст:

$$-\frac{s}{s_i} \cdot \eta = \Delta v_{н.з}.$$

Таким образом выражение (209) переходит в

$$\delta_{н.з} (пред) = \frac{\varepsilon (2\Delta v_{н.з} \tau - s \cdot \tau^2)}{2\Delta v_{н.з}},$$

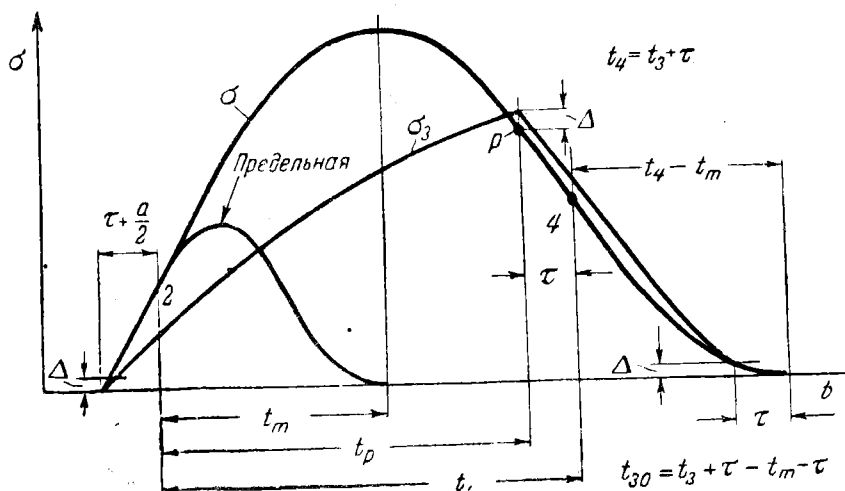
т. е. в выражение (209).

При необходимости учесть влияние зоны нечувствительности следует поступить так же, как это сделано выше для случая регулирования с жесткой связью. При наличии зоны действительное и заданное значение параметра в точке реверсии будут равны с точностью до величины Δ , т. е.

$$\sigma_{\tau} + \sigma_t + \Delta = \sigma_3(\tau + t). \quad (210)$$

Тогда легко получить, что

$$\delta_{н.з} = \frac{\epsilon \cdot \tau \cdot (2 \cdot \Delta v_{н.з} - s \cdot \tau) + 2 \cdot \Delta}{2 \cdot \frac{s \cdot \eta}{s_i}}. \quad (211)$$



Фиг. 93. Кривая процесса аperiodического регулирования с запаздыванием при наличии упругой связи.

Подобно тому, как это сделано выше для регулирования с жесткой связью, можно получить условия аperiodического регулирования и для случая регулирования с упругой связью. В этом случае мы также можем мыслить аperiodический процесс регулирования происходящим с действительно постоянной скоростью в течение всего времени регулирования или же протекающим с пульсациями во втором полупериоде.

Как и раньше, будем считать, что процесс регулирования прекращается в момент достижения параметром максимума второго полупериода, причем это последнее значение равно заданному и поддерживаемому (фиг. 93). Тогда ордината точки 4, в которой параметр начинает изменяться по новому закону (после регулирования), будет равна половине ординаты максимума [см. вывод уравнения (144)], т. е.

$$\sigma_4 = 0,5 \cdot \sigma_m. \quad (a)$$

В интервале времени от начала процесса до точки 4 параметр меняется по уравнению

$$\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau + \frac{\Delta}{2} + \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2. \quad (б)$$

Значение

$$\sigma_m = \frac{\Delta}{2} + \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2s}. \quad (в)$$

Подставляя в уравнение (б) значение σ_4 , мы можем получить время t_4 . Обозначая $a = \frac{\Delta}{\varepsilon \cdot \Delta v_0}$, мы найдем:

$$t_4 = \frac{\Delta v_0 + \sqrt{\Delta v_0^2 - \frac{\Delta v_0^2}{2} + \Delta v_0 \cdot s \cdot \tau + \frac{\Delta v_0 \cdot s \cdot a}{2}}}{s}$$

или

$$t_4 = \frac{\Delta v_0}{s} + \sqrt{\frac{\Delta v_0^2}{2 \cdot s^2} + \frac{\Delta v_0 \cdot \tau}{s} + \frac{\Delta v_0 \cdot a}{2 \cdot s}}. \quad (г)$$

Так же, как и ранее, величина $\frac{\Delta v_0 \cdot a}{2 \cdot s}$ незначительна по сравнению с двумя другими выражениями под корнем, тогда приближенно

$$t_4 = \frac{\Delta v_0}{s} + \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v_0^2}{s^2} + \tau \cdot \frac{\Delta v_0}{s}}. \quad (д)$$

Время реверсирования t_p легко подсчитать, так как

$$t_p = t_4 - \tau = t_m - \tau + \sqrt{\frac{t_m^2}{2} + t_m \cdot \tau}, \quad (е)$$

если обозначить $\frac{\Delta v_0}{s} = t_m$.

Общее выражение для значения параметра в точке p легко находится из уравнения (б), при подстановке туда вместо t_p его значения по уравнению (е).

Оно имеет вид:

$$\sigma_p = \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot \left(\frac{t_m^2}{2} + t_m \cdot \tau + t_m \cdot a - \tau^2 + 2\tau \sqrt{\frac{1}{2} \cdot t_m^2 + t_m \tau} \right). \quad (ж)$$

Для определения степени связи, обеспечивающей аперидичность процесса регулирования, можно воспользоваться общим выражением для заданного значения параметра (126):

$$\sigma_3 = \delta \cdot s \cdot T^i \left(1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right), \quad (и)$$

помня, что в точке разверса p

$$\sigma_3 + \Delta = \sigma.$$

Однако, предварительно следует найти выражение для времени (или скорости) изодрома.

Для этого воспользуемся уравнением (147), выражающим поведение заданного значения параметра во втором полупериоде колебаний:

$$\sigma_{32} = \delta \cdot s \cdot T_i \left[\left(2 - e^{-\frac{t_{3p}}{T_i}} \right) e^{-\frac{t}{T_i}} - 1 \right], \quad (з)$$

где

$$t_{3p} = t_p + \tau = t_m + \sqrt{\frac{1}{2} \cdot t_m^2 + \tau \cdot t_m}. \quad (и)$$

Приравнявая это выражение нулю, т. е. написав его для точки p , мы можем найти время изодрома в долях t_m ($T_i = n \cdot t_m$). В этом случае t в выражении (з) легко находится.

Действительно,

$$t_{30} = t_{3p} + \tau - t_m - \tau = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot t_m^2 + \tau \cdot t_m}. \quad (к)$$

Значение n сравнительно просто может быть найдено для двух частных случаев, так же, как и при разборе регулирования с жесткой связью. Первый случай имеет место, когда $t_m \geq 5 \cdot \tau$.

Здесь

$$\sqrt{\frac{1}{2} \cdot t_m^2 + \tau \cdot t_m} \approx 0,83 t_m.$$

тогда

$$2 - e^{-\frac{1,83 \cdot t_m}{n_1 \cdot t_m}} = e^{-\frac{0,83 \cdot t_m}{n_1 \cdot t_m}}. \quad (л)$$

Отсюда приближенное решение, находимое путем подстановки, будет:

$$n_1 \approx 1,6. \quad (м)$$

Второй случай имеет место тогда, когда $t_m \approx 1,1 \tau$.

Здесь

$$\sqrt{\frac{1}{2} \cdot t_m^2 + \tau \cdot t_m} \approx 1,17 \cdot t_m$$

или

$$2 - e^{-\frac{2,17 \cdot t_m}{n_2 \cdot t_m}} = e^{-\frac{1,17 \cdot t_m}{n_2 \cdot t_m}},$$

отсюда

$$n_2 \approx 2,6. \quad (н)$$

Для промежуточных случаев, надобность в которых может встретиться сравнительно очень редко, можно воспользоваться выражением, экспериментально найденным В. Д. Мироновым¹.

$$T_i = 1,3 \cdot t_m + 1,7 \cdot \tau. \quad (212)$$

Теперь можно найти оптимальное значение степени связи также для двух указанных частых случаев. Воспользуемся для этого уравнением (ж), взятым для точки p .

Подставив туда вместо σ_s его значение по уравнению (п), а вместо t_p — его значение по уравнению (к), мы будем иметь:

$$\delta = \varepsilon \cdot \left[\frac{0,25 \cdot t_m^2 + 0,5 \cdot \tau \cdot t_m + 1,5 \cdot a \cdot t_m - 0,5 \cdot \tau^2 + \tau \cdot t_m \sqrt{0,5 + \frac{\tau}{t_m}}}{T_i \left(\frac{-t_m \cdot \left(1 + \sqrt{0,5 + \frac{\tau}{t_m}} \right)}{1 - e} \right)} \right] \quad (213)$$

(так как $t_m = \frac{\Delta v_0}{s}$ и $a = \frac{\Delta}{\varepsilon \cdot \Delta v_0}$).

Теперь легко уже получить приближенные выражения для двух граничных значений $T_i (= 1,6 \cdot t_m$ и $2,6 \cdot t_m)$.

Для первого случая

$$\sigma \approx \varepsilon \cdot [0,26 \cdot t_m + 1,2 \cdot \tau + 1,4 \cdot a], \quad (214)$$

так как

$$\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\tau}{t_m}} \approx 0,8 \quad [\text{при } t_m \geq 5 \tau],$$

а

$$e^{-\frac{1+0,8}{1,6}} \approx 0,33.$$

Для второго случая можно считать, что

$$\delta_{пред} \cdot s_{пред} \approx \varepsilon \cdot \Delta v_0. \quad (215)$$

Это следует из того обстоятельства, что при наличии упругой связи нет необходимости в уменьшении предельного произведения $\varepsilon \cdot \Delta v_0$, так как в данном случае экспонента заданного значения параметра (вместо прямой — при жесткой связи) обеспечит некоторое необходимое отклонение кривой заданного значения параметра от кривой его действительного значения.

¹ См. „Известия ВТИ“, № 12, 1947 г.

Здесь, так же как и при разборе аperiodического регулирования с жесткой связью, мы считаем предельной, максимально возможной скоростью регулирования:

$$s_{пред} \approx \frac{\Delta v_0}{\tau + a}.$$

Подстановка этих предельных значений степени связи и скорости регулирования в уравнение (213) показывает, что оно примерно удовлетворяется при выбранных значениях δ и s .

Таким образом, при выбранных значениях δ и s (а также T_d), режим регулирования должен быть близок к границе аperiodичности. Этот режим следует и здесь принять за оптимальный и на него же и ориентировать расчет процесса.

г) Регулирование с постоянной скоростью по отклонению параметра и его производной

Стабилизация процесса регулирования может осуществляться не только за счет введения обратной связи. Введение дополнительного импульса от производной параметра и при наличии запаздывания также может служить для целей стабилизации процесса и может быть осуществлено при регулировании с постоянной скоростью закрытия.

На графике фиг. 94 даны две кривые протекания процесса регулирования, при регулировании с постоянной скоростью по сумме импульсов от параметра и его производной.

Первая пунктирная кривая характеризует процесс без запаздывания, вторая сплошная — дана для процесса с запаздыванием при тех же, что и в первом случае, характеристических величинах как регулируемого участка (ε , Δv_0), так и регулятора (s , k). Построение кривых аналогично описанному выше для фиг. 85.

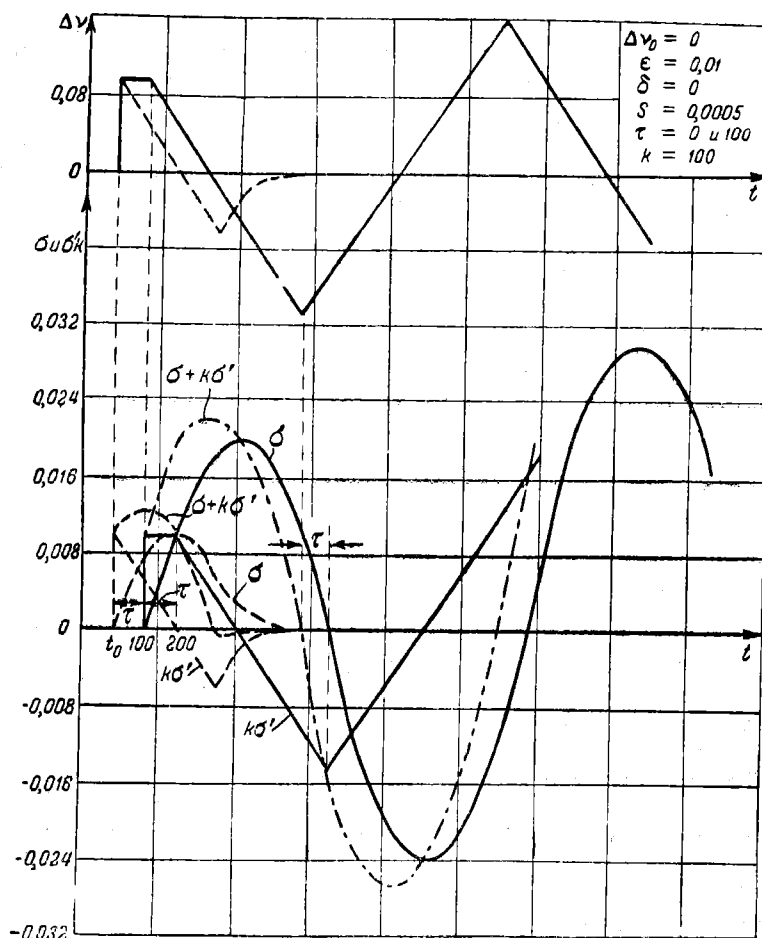
Так же как и в первом графике, начало изменения параметра, а следовательно, и его производной для первой (без запаздывания) кривой совпадает с моментом появления возмущающего воздействия.

Для второй кривой (с запаздыванием) начало изменения параметра и его производной отстоит от момента возмущения на время τ .

Точка первой реверсии регулятора определяется моментом равенства значения параметра с отрицательным значением его производной для обеих кривых. На второй кривой (с запаздыванием) параметр, начав изменяться, спустя время τ с момента возмущения, будет еще в течение времени запаздывания τ изменяться по прямой $\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t$, т. е. с постоянной скоростью. За этот период, следовательно, его производная будет оставаться постоянной. Начиная же с момента времени $2 \cdot \tau$ от начала процесса (от наступления возмущения) параметр и его производная почувствуют изменение возмуща-

ющего воздействия, начавшееся с момента включения в работу регулятора. Параметр при этом будет меняться по уравнению, данному выше, т. е. по уравнению (123). Производная же параметра будет изменяться по уравнению (122)

$$k \cdot \sigma' = k \cdot \varepsilon \cdot (\Delta v_0 - s \cdot t).$$



Фиг. 94. Построение кривых процесса регулирования с постоянной скоростью при наличии добавочного импульса от производной параметра.

Вторая ветвь пунктирной кривой строится аналогично первой ее ветви, начиная с точки реверсии регулятора, при этом возмущение Δv_0 заменяет на Δv_2 , а скорость $+s$ на $-s$. Вторая ветвь второй (сплошной) кривой строится так же, но только новое изменение возмущающего воздействия совпадает с точкой реверсии, т. е. с моментом изменения

знака скорости регулирования, а новое изменение параметра и его производной наступает лишь спустя время τ (время запаздывания). В течение же еще времени τ после реверсии регулятора кривые параметра и его производной подчиняются первоначальным закономерностям.

Характеристические величины регулируемого объекта и регулятора и для фиг. 94 подобраны так, что процесс регулирования без запаздывания импульса протекает вполне аperiodически. Это может быть, как видно из предыдущего, достигнуто только за счет введения импульса по производной без всякого участия обратной связи соответствующим подбором коэффициента масштаба.

Введение запаздывания приводит и здесь к тому, что процесс регулирования при неизменных скорости регулирования и коэффициенте масштаба из аperiodического делается расходящимся.

Рассмотрим условия, которые необходимо выполнить для первоначальной стабилизации процесса, т. е. для того, чтобы он протекал хотя бы с незатухающими колебаниями.

Для возникновения (фиг. 95) незатухающих колебаний, так же как и в предыдущем случае, необходимо правильное чередование циклов колебаний, начинаемых с любой точки во времени, в том числе, например, с точки, в которой параметр начинает изменяться по новому закону после предыдущей реверсии регулятора, т. е. спустя время τ после реверсии.

Пусть эта точка совпадает со значением $\sigma = 0$. Тогда параметр вновь пересечет ось абсцисс (σ снова будет равна нулю), через промежуток времени $t + \tau$, где t — время новой реверсии регулятора, отсчитанное от момента, когда $\sigma = 0$. Это то время, когда вспомогательная кривая $\sigma + k\sigma'$ пересечет ось абсцисс. Параметр начинает изменяться по новому закону, обуславливаемому реверсией, спустя время запаздывания τ после нее, т. е.

$$\sigma_{t+\tau} = \varepsilon \cdot \Delta v_{ocm} \cdot (t + \tau) - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} (t + \tau)^2 = 0,$$

откуда

$$t = \frac{2\Delta v_{ocm} - s \cdot \tau}{s}. \quad (a)$$

С другой стороны, в момент времени t существует равенство $\sigma_t = k \cdot \sigma'_t$, так как в это время вспомогательная кривая $(\sigma + k \cdot \sigma')$ — кривая регулирования — пересекает ось абсцисс.

Тогда

$$\varepsilon \cdot \Delta v_{ocm} \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 = -\varepsilon \cdot k \cdot (\Delta v_{ocm} - s \cdot t)$$

или

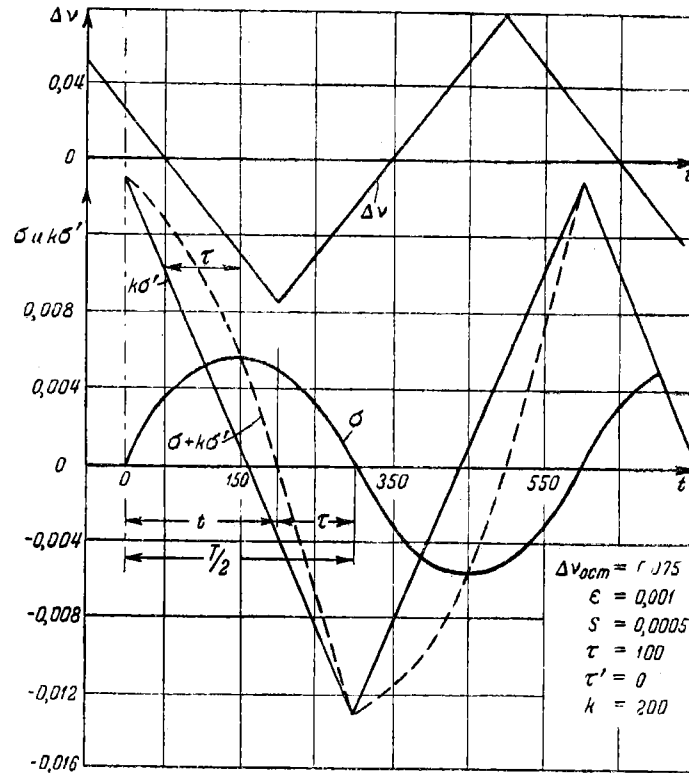
$$2 \cdot (\Delta v_{ocm} - k \cdot s) \cdot t - s \cdot t^2 + 2 \cdot k \cdot \Delta v_{ocm} = 0.$$

Подставляя сюда значение t из равенства (а) и произведя сокращение, имеем:

$$2 \cdot (\tau - k) \cdot \Delta v_{ост} + s \cdot \tau \cdot (2 \cdot k - \tau) = 0$$

или

$$\Delta v_{ост} = \frac{s \cdot \tau \cdot (2k - \tau)}{2(k - \tau)}. \quad (216)$$



Фиг. 95. Кривая, иллюстрирующая условия устойчивости процесса регулирования с запаздыванием при наличии добавочного импульса от производной параметра.

Это выражение может считаться критерием устойчивости для рассматриваемого частного случая регулирования, если $\Delta v_{ост} = \Delta v_0^*$.

* Кривая процесса в первом цикле всегда отличается от остальных, так как в первом цикле имеется прямолинейный отрезок, обусловленный запаздыванием. Вследствие этого, приравнение $\Delta v_{ост} = \Delta v_0$ носит несколько условный характер.

Зная Δv_{ocm} , легко найти и максимальное отклонение параметра в процессе остаточных колебаний, $\sigma_{m(ocm)}$. Оно равно:

$$\sigma_{m(ocm)} = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_{ocm}^2}{2 \cdot s},$$

так как

$$t_{m(ocm)} = \frac{\Delta v_{ocm}}{s}.$$

При неограниченном возрастании коэффициента масштаба производной остаточное возмущение стремится к минимуму:

$$\Delta v_{ocm (min)} = s \cdot \tau. \quad (217)$$

С уменьшением коэффициента масштаба k остаточное возмущение растет и стремится к ∞ при условии, если k стремится к τ .

Отсюда следует, что для затухания процесса по крайней мере необходимо, чтобы коэффициент масштаба k был обязательно больше времени запаздывания τ , т. е. критический

$$k = \tau. \quad (218)$$

Умножая в неравенстве $k > \tau$ обе стороны на $\varepsilon \cdot \Delta v_0$, имеем:

$$k \cdot \varepsilon \cdot \Delta v_0 > \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau,$$

т. е. для того, чтобы затухание колебаний вообще могло иметь место, необходимо, чтобы действующая на регулятор величина производной $k \cdot \sigma'$ в момент начала процесса регулирования была больше возможного отклонения параметра за время запаздывания импульса (в его прямолинейной части). Точнее выбор коэффициента масштаба, при котором колебания сразу делаются затухающими, может быть произведен, если в уравнение (213) вместо Δv_{ocm} подставить его первоначальное значение Δv_0 , т. е. после преобразования

$$k_{н.з} = \frac{\tau \cdot (2\Delta v_0 - s \cdot \tau)}{2 \cdot (\Delta v_0 - s \cdot \tau)}. \quad (219)$$

При $\Delta v_0 = s \cdot \tau$, $k_{н.з}$ делается равным ∞ , т. е. незатухающие колебания могут в этом случае иметь место лишь при бесконечно большом коэффициенте масштаба. Это согласуется с предыдущим изложением.

Таким образом, для устойчивости регулирования необходимо, чтобы величина возмущения была больше произведения скорости регулирования на время запаздывания импульса, т. е. чтобы за время запаздывания возмущение не могло стать большим первоначального ($\Delta v_2 = \Delta v_0 - s \cdot \tau$).

Это условие является очевидным. Следовательно, для устойчивости процесса нельзя при данном времени запаздывания увеличивать скорость регулирования выше определенного предела.

Как видно из уравнения (203), остаточное возмущение пропорционально скорости регулирования и времени запаздывания, завися также от соотношения между коэффициентом масштаба k и времени запаздывания τ .

Легко подсчитать период остаточных колебаний для этого случая. Он равен:

$$\frac{T}{2} = t_1 + \tau,$$

где время t_1 — время реверсии регулятора — дается уравнением (а). Таким образом, по уравнению (196)

$$\frac{T}{2} = \frac{2\Delta v_{ост}}{s}.$$

Так же как и при рассмотрении процесса регулирования с запаздыванием, стабилизуемого за счет связи, естественно возникает вопрос, можно ли стабилизировать до конца процесс за счет дополнительного импульса от производной параметра, т. е. сделать его апериодическим или близким к таковому.

Для ответа на этот вопрос мы обратимся к рассмотрению графиков фиг. 94 и 96. На последней показано протекание процесса при тех же исходных данных, что и в случае, приведенном на фиг. 94, но при увеличенном коэффициенте масштаба k . Он увеличен вдвое по сравнению с графиком фиг. 94.

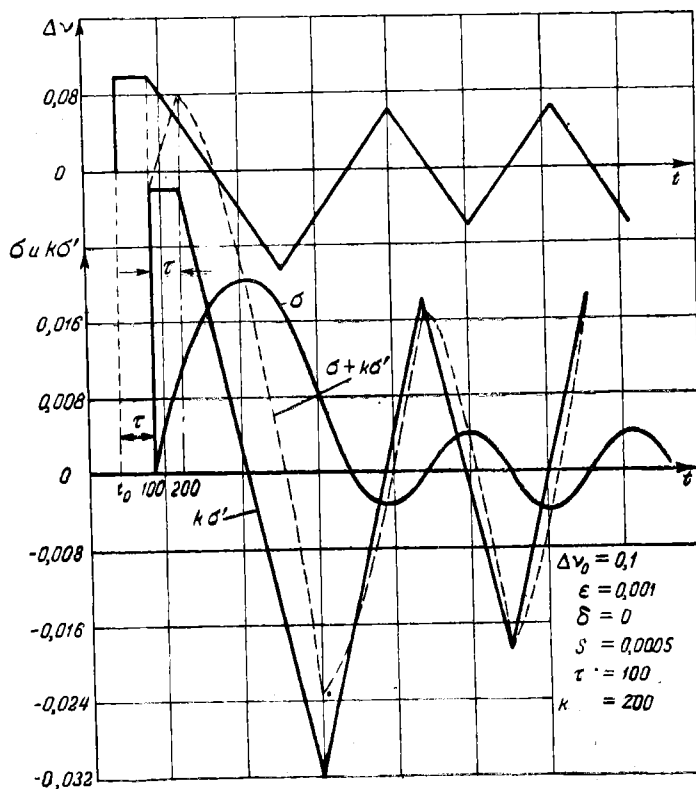
Рассмотрение кривых фиг. 94 и 96 позволяет сделать следующее заключение: увеличение коэффициента масштаба производной, безусловно, способствует стабилизации процесса, увеличивая в начале процесса степень его затухания. Однако, при любом увеличении коэффициента масштаба, в конце процесса регулирования возникают «остаточные» незатухающие колебания, амплитуда которых связана с коэффициентом масштаба производной и уменьшается с увеличением последнего. Свести амплитуду остаточных колебаний к нулю нельзя даже при безграничном увеличении коэффициента масштаба, если параметр и его производная имеют оба одинаковое запаздывание.

Это легко объясняется тем, что равенство нулю производной, соответствующее моменту максимума параметра, запаздывает по отношению к равенству притока и стока на величину общего запаздывания τ . Суммарная кривая (для параметра, сложенного с его производной), по которой ведется процесс, даже при коэффициенте масштаба производной, равном бесконечности, в этом крайнем случае пересекает нулевое значение спустя время τ (время запаздывания) после выравнивания притока и стока.

Таким образом, и в этом крайнем случае будут иметь место остаточные возмущения, обуславливающие возникновение остаточных колебаний. Величина этих остаточных возмущений в граничном случае ($k = \infty$), очевидно, равна:

$$\Delta v_{ост} = s \cdot \tau.$$

Величина начального возмущающего воздействия Δv_0 не должна оказывать влияния на величину остаточного возму-

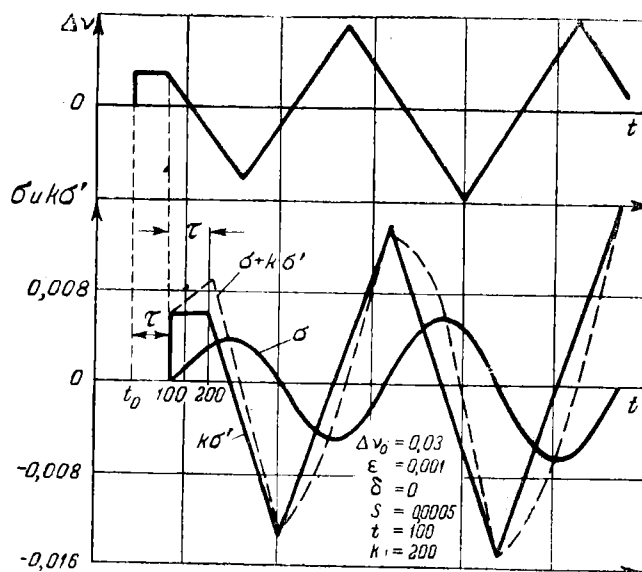


Фиг. 96. Кривая процесса регулирования с первоначальным затуханием и остаточными колебаниями.

щения и, следовательно, на амплитуду остаточных колебаний. Действительно, рассмотрение графика на фиг. 97, построенного по прежним данным, но с начальным возмущением, равным 20% от предыдущего, показывает, что, несмотря на значительное уменьшение начального возмущения, процесс регулирования в самом начале стал расходящимся, однако не беспредельно. Процесс расходится лишь до того момента, пока возрастающее возмущение не сравняется по своей вели-

чине с остаточным возмущением, обуславливающим возникновение остаточных незатухающих колебаний, для того же коэффициента масштаба производной.

Таким образом, стабилизировать до конца процесс регулирования только за счет производной параметра нельзя, во всяком случае, если отсутствует явление самовыравнивания и производная имеет то же запаздывание, что и сам параметр.



Фиг. 97. Кривая процесса регулирования с первоначальной раскачкой и остаточными колебаниями.

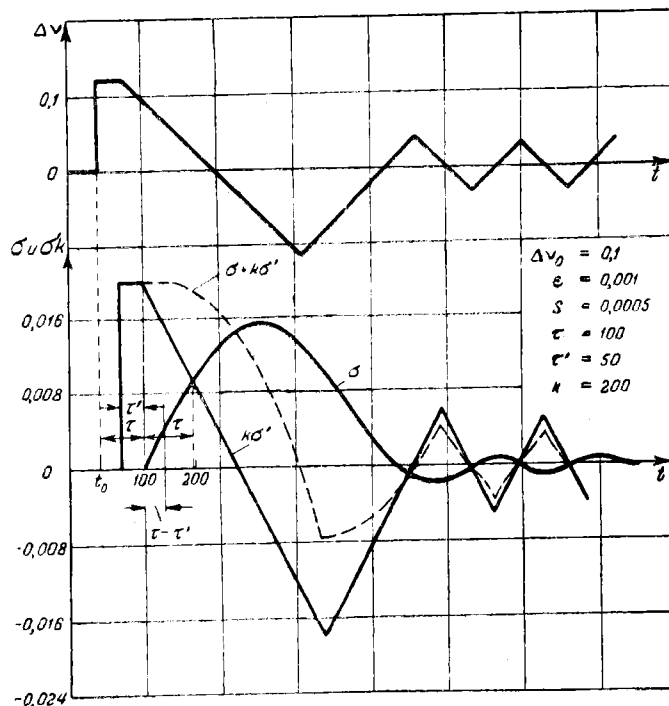
Рассмотрение предыдущих графиков позволяет утверждать, что величина максимального отклонения параметра (его «выбег») не зависит от коэффициента масштаба производной (так же, как и от степени связи). Таким образом, производная оказывает лишь стабилизирующее действие, сказываясь на начальной степени затухания процесса, но не отражается на максимальном отклонении параметра.

Изменить это последнее можно лишь за счет изменения скорости регулирования и то лишь во второй части кривой параметра, не прямолинейной, описываемой уравнением параболы. Отклонение же в прямолинейной части кривой обусловлено только временем запаздывания. Таким образом, для его уменьшения необходимо сокращение времени запаздывания.

В ряде случаев производная параметра может быть измерена не в точке замера самого параметра а в каком-то дру-

гом месте с меньшим запаздыванием, т. е. с опережением относительно самого параметра на время τ' .

Именно такой процесс изображен на фиг. 98. Все характеристические величины этого процесса оставлены теми же, что и у процесса на фиг. 96, причем опережение по производной равно половине общего запаздывания. Особенности в построении этого графика связаны лишь с другим запаздыванием производной параметра. Влияние производной начинается здесь не в той же точке, где начинается изменение

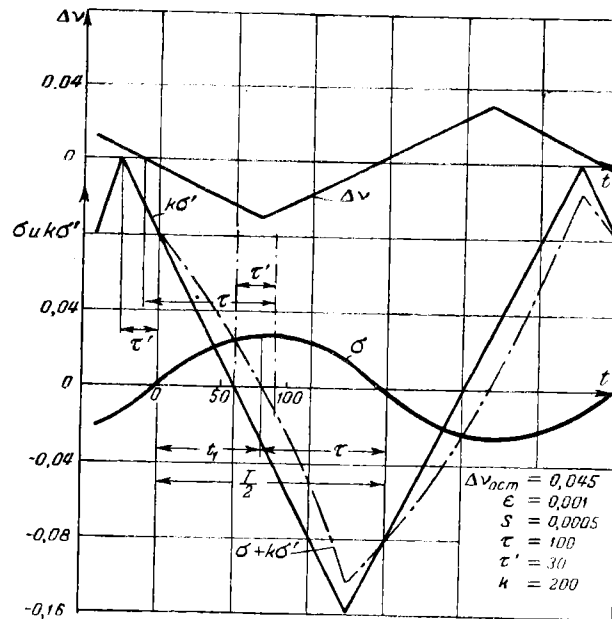


Фиг. 98. Построение кривых процесса регулирования с постоянной скоростью при наличии добавочного импульса от опережающей производной параметра.

параметра, т. е. на расстоянии τ от момента возмущения, а ранее, на расстоянии $(\tau - \tau')$ от момента возмущения. Вследствие этого прямолинейная часть кривой параметра будет короче и протекать на отрезке времени $(\tau - \tau')$. Постоянная скорость изменения параметра будет, очевидно, иметь место также только на этом участке времени, чем и обуславливается длина отрезка линии производной параметра, параллельной оси времени. Наконец, последней особенностью в построении является то, что кривая параметра попрежнему начинает меняться по новому закону под влиянием нового возмуща-

юшего воздействия Δv_2 через промежуток времени τ после точки реверсии, а линия производной параметра—через промежуток времени $(\tau - \tau')$ от той же точки.

Рассмотрение этого графика показывает, что процесс регулирования при наличии опережения по производной улучшился во всех отношениях. Стабильность процесса резко увеличилась. При этом уменьшилось и максимальное отклонение параметра в процессе регулирования за счет сокращения первой прямолинейной части кривой параметра.



Фиг. 99. Кривая, иллюстрирующая условия устойчивости процесса регулирования с запаздыванием при наличии добавочного импульса от опережающей производной.

Рассмотрение вышеизложенных предварительных соображений указывает на пути решения задачи регулирования при наличии запаздывания импульса. Ниже мы рассмотрим эти пути несколько более подробно.

Выберем условия возникновения незатухающих колебаний для этого нового случая.

Условие повторяемости циклов (фиг. 99) остается прежним (хотя теперь и не единственным), т. е. $\sigma_i + \tau = 0$, откуда время реверсии t имеет прежнее выражение, определяемое уравнением (а). Однако, так как производная теперь „опере-

жает" параметр на время τ' , то точка реверсии определяется из равенства

$$\sigma_t + k \cdot \sigma'_t + \tau = 0$$

или

$$\varepsilon \cdot \Delta v'_{ocm} \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 + \varepsilon \cdot k \cdot [\Delta v'_{ocm} - s \cdot (t + \tau)] = 0,$$

т. е.

$$2 \cdot (\Delta v'_{ocm} - k \cdot s) \cdot t - s \cdot t^2 + 2 \cdot k \cdot (\Delta v'_{ocm} - s \cdot \tau) = 0$$

или отсюда после подстановки из уравнения (а) значения времени t и сокращения имеем:

$$2 \cdot (\tau - k) \cdot \Delta v'_{ocm} + s \cdot \tau \cdot (2k - \tau) - 2 \cdot k \cdot s \cdot \tau' = 0$$

или

$$\Delta v'_{ocm} = \frac{s \cdot \tau \cdot (2k - \tau) - 2 \cdot k \cdot s \cdot \tau'}{2 \cdot (k - \tau)}. \quad (220)$$

Это выражение, очевидно, при равенстве нулю времени опережения τ' переходит в выражение (216).

Ввиду наличия в числителе уравнения (220) отрицательного члена, которым это последнее отличается от уравнения (216), остаточные колебаний при наличии опережающей производной всегда меньше по амплитуде, чем остаточные колебаний при отсутствии опережения производной по отношению к параметру.

Для возникновения сразу же после возмущения незатухающих колебаний необходимо, чтобы

$$k_{н.з} = \frac{\tau \cdot (2 \cdot \Delta v_0 - s \cdot \tau)}{2[\Delta v_0 - s \cdot (\tau - \tau')]}. \quad (221)$$

Это уравнение получено из уравнения (220) с заменой $\Delta v'_{ocm}$ на Δv_0 . Оно переходит в уравнение (216) при отсутствии опережения, т. е. при $\tau' = 0$. Следовательно, возникновение незатухающих колебаний возможно только, если за время запаздывания начала работы регулятора $(\tau - \tau')$ изменение возмущения будет меньшим первоначального Δv_0 , т. е. если

$$s \cdot (\tau - \tau') < \Delta v_0.$$

Период возникших незатухающих колебаний и при опережении по производной выражается так же, как и без опережения, т. е. уравнением (196), однако величина остаточного возмущения в этом уравнении определяется уже уравнением (220).

Уравнение (221) остается единственно действительным до тех пор, пока время реверсии является положительным по отношению к выбранному началу счета для t , т. е. пока $t_{m(осм)} \gg \tau$ или пока $\tau' \ll \frac{\Delta v'_{осм}}{s}$.

При этом остаточное возмущение будет, очевидно, иметь минимальное значение, если

$$\tau' = \frac{\Delta v'_{осм (mln)}}{s}.$$

Подставив полученное значение в уравнение (220) и произведя сокращения, мы будем иметь:

$$\Delta v'_{осм (mln)} = \frac{s \cdot \tau}{2}. \quad (222)$$

Следовательно, при наличии опережающей производной минимальное остаточное возмущение не зависит от коэффициента масштаба k и делается вдвое меньше остаточного минимального возмущения при отсутствии опережения по производной, даже в случае безграничного возрастания коэффициента масштаба k .

Сравнивая уравнения (196) и (222), мы видим, что период колебаний при наличии минимального остаточного возмущения как раз равен времени запаздывания параметра. Отсюда следует также, что время опережения производной в этом случае равно половине периода или же половине полного времени запаздывания, т. е.

$$(\tau - \tau') = \frac{\tau}{2}.$$

В правильности этого утверждения легко убедиться, если в уравнение (220) вместо величины τ' подставить значение $\frac{\tau}{2}$, так как в этом случае мы снова получим выражение (222).

В случае дальнейшего увеличения времени опережения уравнения (221) и (220) уже не будут единственно действительными и нахождение остаточных возмущений, а также и формы процесса может быть сделано пока лишь графическим путем.

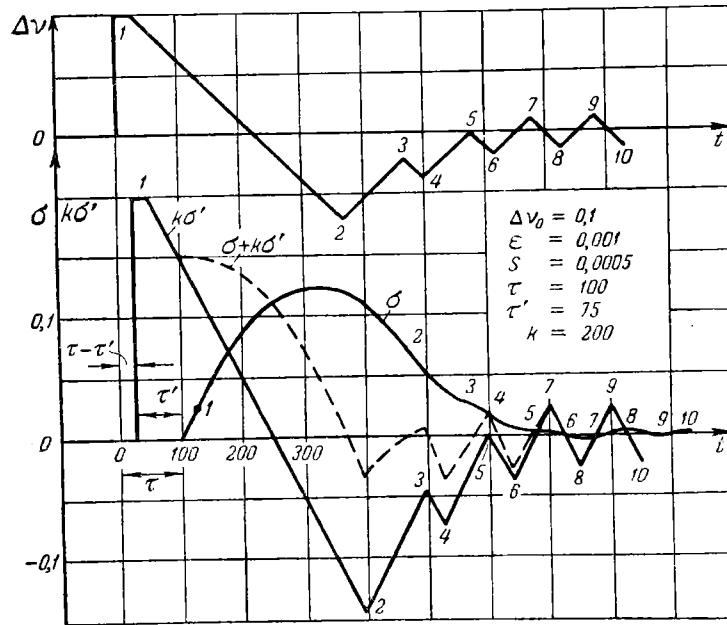
Однако, для некоторых частных случаев дополнительные выражения для остаточного возмущения, а следовательно, и для амплитуды остаточных колебаний так же, как и для их периода, легко найти.

Эти частные случаи получаются при кратности величины запаздывания производной (выражения $\tau - \tau'$) по сравнению с величиной полного запаздывания τ .

Для этих случаев

$$\Delta v_{ост} = s \cdot (\tau - \tau') \quad (223)$$

Контрольное построение графика такого процесса при значении $(\tau - \tau') = 0,25 \tau$ дано на фиг. 100. Как видно, период остаточных колебаний в этом случае действительно равен $\frac{\tau}{2}$, т. е. половине времени полного запаздывания.



Фиг. 100. График процесса регулирования с постоянной скоростью и сильно опережающим дополнительным импульсом от производной параметра.

Величина остаточных возмущений, а следовательно, и их амплитуд может быть сведена, таким образом, к любой степени малости при достаточной величине опережения производной.

При „малых“ остаточных возмущениях в большинстве случаев уже заметно сказывается влияние самовыравнивания. Поэтому при достижении определенной степени малости „остаточных амплитуд“ колебания быстро затухают. В частности, при наличии зоны нечувствительности Δ и при наличии самовыравнивания остаточные колебания сразу прекращаются (аперiodически), если зона нечувствительности

$$\Delta \geq \frac{\Delta v_{ост}}{\rho} \quad (224)$$

(равняется $\Delta v_{ост}$ в процессе самовыравнивания).

При введении опережения по производной процесс улучшается не только потому, что увеличивается его стабильность при одновременном уменьшении амплитуд остаточных колебаний, но и уменьшается максимальное отклонение параметра.

Максимальное отклонение параметра в процессе регулирования с запаздыванием, как уже было сказано выше, состоит из двух частей, т. е. общее отклонение параметра $\sigma_m = \sigma_1 + \sigma_2$. Первая часть σ_1 обусловлена изменением параметра по прямой за время, в течение которого на поведении параметра еще не сказывается уже ранее начавшаяся работа регулятора. Это время для случая общего запаздывания и параметра и производной равно τ (времени общего запаздывания), а для случая опережающей производной равно $\tau - \tau'$, т. е. времени запаздывания производной.

Первая часть отклонения параметра σ_1 равна:

$$\sigma_1 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot t,$$

где t равно или τ или $\tau - \tau'$.

Вторая часть общего отклонения σ_2 состоит из отклонения параметра по параболе, начиная с момента времени, когда на поведении параметра начинает сказываться работа регулятора. Эта часть отклонения параметра σ_2 равна его отклонению при полном отсутствии запаздывания, т. е. $\sigma_2 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}$. График на фиг. 98 показывает, что уменьшение от-

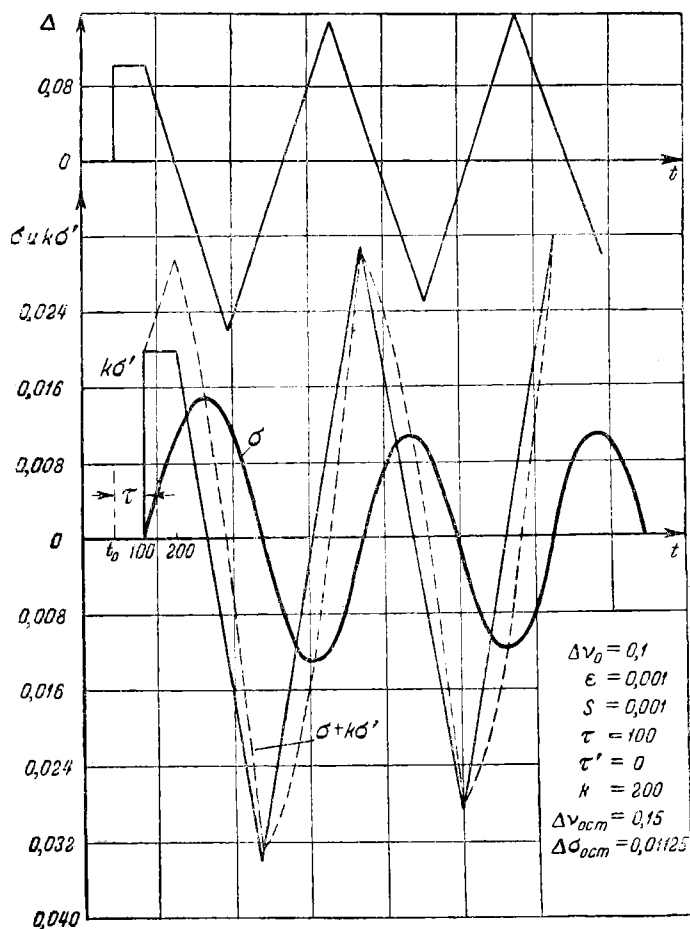
клонения параметра может быть получено при наличии опережения по производной за счет уменьшения отклонения первой прямолинейной части. Вторая же часть отклонения осталась неизменной. Последняя может измениться лишь под влиянием изменения скорости регулирования.

Управление процессом регулирования возможно не только при помощи производной, но и при помощи скорости регулирования, причем только увеличение скорости может уменьшить первоначальное отклонение параметра, уменьшая вторую часть (σ_2) общего максимального отклонения.

На фиг. 101 дан тот же процесс регулирования, что и предыдущий (фиг. 96)¹, при вдвое увеличенной скорости регулирования. Как и следовало ожидать, общее отклонение параметра здесь уменьшилось за счет уменьшения второй его части вдвое. Амплитуда же остаточных колебаний резко возросла, что также следовало ожидать. Это возрастание амплитуды обусловлено тем, что за время, протекшее от момента выравнивания притока и стока до момента реверсии

¹ Т. е. при наличии общего запаздывания τ и по параметру, и по производной.

регулятора, т. е. до момента пересечения нулевой линии суммарной кривой $(\sigma + k \cdot \sigma')$, по которой ведется процесс регулирования, при увеличенной скорости увеличивается и остающееся отклонение между притоком и стоком, обуславливающее возникновение остаточных колебаний.

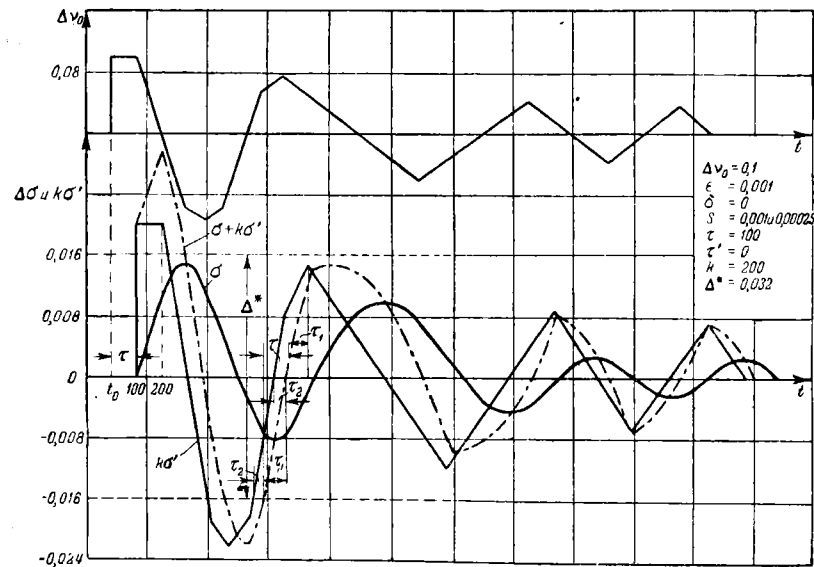


Фиг. 101. График процесса регулирования с постоянной скоростью большей, чем в предыдущих случаях.

Таким образом, качество процесса улучшилось при увеличении скорости регулирования только по отношению к величине первоначального отклонения параметра, но одновременно ухудшилось по отношению к амплитуде остаточных колебаний. Очевидно, что процесс регулирования мог бы быть улучшен во всех отношениях, если бы в начале процесса была бы осуществлена большая скорость регулирования, позво-

лившая уменьшить первоначальное отклонение параметра. В дальнейшем же, в «хвостовой» части процесса — в той его части, которая характеризуется остаточными колебаниями, скорость регулирования имела бы меньшую и вообще незначительную величину. Такой процесс регулирования можно осуществить «двухскоростным» регулированием и, быть может, пропорциональным регулированием¹.

Под «двухскоростным» регулированием мы будем понимать такое регулирование, при котором выделяется некоторая зона, что при нахождении суммарной кривой внутри этой



Фиг. 102. График процесса двухскоростного регулирования с постоянной скоростью с дополнительным импульсом от производной параметра.

зоны, процесс регулирования ведется с некоторой относительно малой скоростью. При выходе же кривой регулирования за пределы выделенной зоны процесс ведется с другой, относительно бóльшей скоростью.

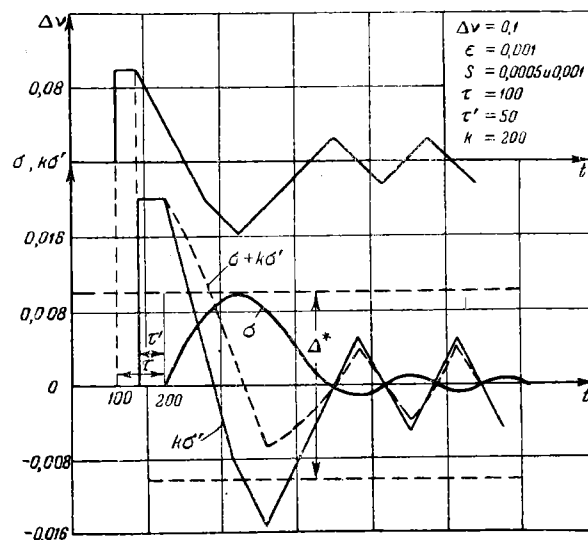
Фиг. 102 дает как раз такой случай регулирования. Здесь меньшая скорость регулирования (внутри зоны) уменьшена по сравнению со всеми предыдущими случаями вдвое, а бóльшая скорость регулирования (вне зоны) увеличена по сравнению с теми же предыдущими случаями также вдвое.

Рассмотрение этого графика показывает, что введение такого двухскоростного регулирования улучшает процесс с точ-

¹ Вопрос о пропорциональном регулировании подлежит отдельному изучению и здесь не рассматривается.

ки зрения уменьшения первоначального отклонения параметра и при одновременном уменьшении амплитуды остаточных колебаний. Однако, вследствие уменьшения в среднем скорости регулирования стабильность первоначального процесса (до возникновения остаточных незатухающих колебаний), т. е. его степень затухания, уменьшается в какой-то мере. Таким образом, с этой точки зрения процесс регулирования ухудшается.

Опережение производной, очевидно, еще улучшит процесс регулирования во всех отношениях. Это положение хорошо иллюстрируется графиком фиг. 103.



Фиг. 103. График процесса двухскоростного регулирования с постоянной скоростью с дополнительным импульсом от производной параметра.

Величину зоны, в которой должна действовать меньшая скорость Δ^* , можно рассчитать, пользуясь методом, изложенным ниже.

Для увеличения первоначальной степени затуханий, т. е. для увеличения стабильности, а также и для уменьшения амплитуд колебаний, целесообразно подбирать зону Δ^* так, чтобы колебания, начиная с третьей амплитуды (считая по возмущению), совершались бы под действием только меньшей скорости. Подбор зоны так, чтобы колебания под действием лишь меньшей скорости совершались, начиная уже со второй амплитуды (считая по возмущению), со всех точек зрения ухудшит процесс, уменьшив его стабильность и сильно растянув его во времени.

Брать зону меньшей скорости „с запасом“, т. е. значительно больше той, которая нужна, чтобы, начиная с третьей амплитуды, процесс как раз шел под влиянием лишь меньшей скорости, не следует, так как большая зона меньших скоростей ухудшает процесс.

Для расчета зоны Δ^* нужно вычислить последовательно ординаты всех точек перемен скоростей, учитывая запаздывание и параметра, и его производной, вплоть до точки реверсии в третьем полупериоде, после чего из полученной группы уравнений надо найти зону меньших скоростей Δ^* . Однако, такой точный расчет весьма громоздок, да и вряд ли и нужно точно подсчитывать величину этой зоны. Достаточно ограничиться лишь приближенным подсчетом для ориентировочной оценки величины зоны меньших скоростей, уточнив ее величину в процессе наладки регулятора. Для такого ориентировочного подсчета достаточно проследить точки перемены скоростей по поведению производной параметра. В этом случае расчетная формула (приближенная) получается весьма простой.

Обозначим для дальнейшего большую скорость регулирования через s_1 , а меньшую — через s_2 .

Величина зоны Δ^* , рассчитанная по поведению производной, складывается из трех отдельных частей. Первая часть зоны получается из пути производной, проходимо за время запаздывания τ с большей скоростью s_1 . Вторая часть получается, как путь производной за время τ_1 прохождения ею половины величины зоны меньшей скорости s_2 , т. е. от точки, когда производная с большей скоростью пересекает границу зоны, до точки, когда она пересекает (с той же большей скоростью) свое нулевое значение. Наконец, третья часть получается, как путь, пройденный производной, за время τ_2 , пока суммарная регулировочная кривая проходит путь от точки пересечения зоны до точки пересечения своего нулевого значения, т. е. до точки реверсии. Это время нужно рассчитывать по третьему полупериоду. При этом можно приближенно считать, что вторая амплитуда по крайней мере вдвое меньше первой, иначе процесс затухает слишком медленно и на него не следует ориентироваться при расчете регулятора (это время приблизительно равно отрезку времени, считая по нулевой линии между точками пересечения ее производной и суммарной регулировочной кривой). Таким образом, зона складывается из трех отрезков a_1 , a_2 и a_3 , т. е.

$$\Delta^* = a_1 + a_2 + a_3,$$

где

$$a_1 = k \cdot \varepsilon \cdot s_1 \cdot \tau, \quad a_2 = k \cdot \varepsilon \cdot s_2 \cdot \tau_1, \quad a_3 = k \cdot \varepsilon \cdot s_1 \cdot \tau_2$$

и

$$\Delta^* = k \cdot \varepsilon \cdot [s_1 \cdot \tau + s_2 \cdot \tau_1 + s_1 \cdot \tau_2]. \quad (a)$$

τ_1 легко вычислить по вышесформулированному условию, т. е.

$$\frac{\Delta^*}{2} = k \cdot \varepsilon \cdot s_1 \cdot \tau_1,$$

откуда $\tau_1 = \frac{\Delta^*}{2 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot s_1}$. Время τ_2 можно считать просто равным $\frac{\tau}{2}$, т. е.

половине времени запаздывания, если вторая амплитуда составляет половину первой. Оно тем меньше, чем больше коэффициент масштаба k , и делается равным нулю при $k = \infty$.

Подставляя значения τ_1 и τ_2 в уравнение (a), имеем:

$$\Delta^* = k \cdot \varepsilon \cdot \left[s_1 \cdot \tau \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{\Delta^* \cdot s_2}{2 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot s_1} \right], \quad (б)$$

т. е.

$$\Delta^* = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{s_2}{s_1} \right) = \frac{3}{2} \cdot k \cdot \varepsilon \cdot s_1 \cdot \tau,$$

откуда

$$\Delta^* = \frac{3k \cdot \varepsilon \cdot s_1 \cdot \tau}{2 \cdot \left(1 - \frac{s_2}{2 \cdot s_1}\right)}. \quad (225)$$

При наличии опережения τ' по производной формула, очевидно, сохраняет прежний вид, но вместо времени запаздывания в ней должно стоять время $(\tau - \tau')$, т. е. в этом случае

$$\Delta^* = \frac{3k \cdot \varepsilon \cdot s_1 \cdot (\tau - \tau')}{2 \cdot \left(1 - \frac{s_2}{2 \cdot s_1}\right)}. \quad (226)$$

Наличие времени опережения τ' уменьшает третью часть, из которой складывается зона Δ^* меньшей скорости, так как точка пересечения нулевой линии суммарной регулировочной кривой по мере увеличения времени и опережения τ' все время приближается к точке пересечения той же нулевой линии производной. Этот отрезок становится равным нулю или даже меньше нуля, т. е. отрицательным, если считать (что точнее) расстояние от точки пересечения нулевой линии производной до пересечения нулевой линии регулировочной кривой (суммарной), а не по пересечению тех же кривых с линией, определяющей границу зоны меньших скоростей (если только производная пересекает нулевую линию в тот момент, что и кривая параметра). Это может иметь место при достаточно большом опережении и степени затухания, близкой к единице, так как в этом случае уже третья амплитуда может оказаться амплитудой остаточных незатухающих колебаний.

Итак, нельзя провести до конца стабилизации процесса регулирования за счет только производной параметра, даже при наличии значительного опережения по производной. Целесообразным выбором коэффициента масштаба и скорости (или скоростей) регулирования, возникающие в конце процесса остаточные колебания параметра можно свести к допустимому минимуму. Эти малые остаточные колебания гасятся вполне при наличии даже незначительной степени самовыравнивания в регулируемом объекте.

Появление в эксплуатационных условиях аварийных больших возмущений не может в случае регулирования по производной вызвать «раскачки» процесса регулирования при условии правильного выбора коэффициента масштаба и скорости (скоростей) регулирования для обычных сравнительно небольших эксплуатационных возмущений.

Этот правильный выбор коэффициента масштаба гарантируется значительно большей его величиной по сравнению с временем запаздывания ($k \gg \tau$).

Для скорости же регулирования правильный выбор гарантируется условием, чтобы ее произведение на время запаздывания было бы, безусловно меньше эксплуатационно-допустимого остаточного возмущения $(\tau \cdot s < \Delta_{\text{ост}})^1$.

¹ В случае двухскоростного регулирования следует ориентироваться при обеспечении указанных выше условий на меньшую скорость регулирования.

Что касается вопроса об ограничении отклонения параметра в процессе регулирования, то подбором скоростей регулирования можно воздействовать на вторую часть отклонения параметра (при его параболическом изменении). При этом в случае необходимости больших увеличений скоростей для избежания больших остаточных возмущений может оказаться необходимым применение двухскоростного регулирования. Путем введения опережения по производной можно воздействовать и на первую — прямолинейную часть отклонения параметра. Введение опережения по производной благоприятно действует и на устойчивость процесса регулирования.

Таким образом, основным качеством ведения процесса регулирования по производной (при наличии запаздывания импульса) является возможность осуществления схем регулирования с опережающим по отношению к параметру импульсом по производной.

При этом следует считать желательным введение и небольшой степени связи, способствующей стабилизации процесса успокоением остаточных колебаний. Степень связи для этого целесообразно выбирать так, чтобы она могла обеспечить полное гашение остаточных колебаний, т. е. из условия аperiodичности протекания процесса регулирования, обусловленного выбранным (эксплуатационно допустимым) остаточным возмущением.

При наличии больших запаздываний могут возникнуть трудности осуществления больших коэффициентов масштаба, требующихся для стабилизации процесса регулирования. Если при этом имеется возможность осуществления значительных опережений по производной, то естественно появляется вопрос, нельзя ли вводом опережающей производной при значительном коэффициенте масштаба обеспечить стабильность процесса регулирования вводом достаточно большой степени связи. При этом роль опережающей производной ограничилась бы ускорением включения регулятора, что приведет к уменьшению первой — прямолинейной части отклонения параметра.

Следует иметь в виду, что при регулировании только со связью нельзя повлиять на эту часть отклонения параметра.

К осуществлению подобной схемы регулирования следует подходить достаточно осторожно, особенно при наличии больших запаздываний при возможности иметь значительные опережения по производной и большие скорости регулирования.

Действительно, при наличии большой степени связи и больших скоростей регулирования линия заданного значения параметра может пересечься с линией производной еще задолго до того, как регулятор начнет чувствовать изменение самого параметра. Это обстоятельство заставит регулятор включиться еще до того, как приток выравняется со стоком,

т. е. преждевременно. Оставшееся непогашенным возмущение приведет к тому, что вторая — параболическая часть отклонения параметра может возрасти иногда и значительно. При этом течение процесса регулирования еще и затянется во времени. Таким образом, уменьшение отклонения параметра в его первой части может оказаться «компенсированным», быть может даже с избытком за счет увеличения отклонения параметра во второй его части. Следовательно, качество процесса регулирования может оказаться заметно хуже того, которое можно было бы получить при наличии большого значения коэффициента масштаба и незначительной степени связи.

Методом, аналогичным вышеизложенному, можно получить условие возникновения незатухающих колебаний и для более общего случая регулирования, т. е. регулирования с жесткой связью при наличии опережающей производной. Условие повторяемости циклов будет прежним:

$$\sigma_{t+\tau} = 0 = \varepsilon \cdot \Delta v_{ocm} \cdot (t + \tau) - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot (t + \tau)^2,$$

откуда

$$t = \frac{2\Delta v_{ocm}}{s} - \tau.$$

С другой стороны, точка реверсии определяется уравнением

$$\sigma_{\tau} + \sigma_t + k \cdot \sigma'_{(t+\tau)} - \sigma_{3(t+\tau)} = 0$$

или

$$\begin{aligned} \varepsilon \cdot \Delta v_{ocm} \cdot \tau - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot \tau^2 + \varepsilon \cdot \Delta v_{ocm} \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot s}{2} \cdot t^2 + \\ + k \cdot \varepsilon \cdot [\Delta v_{ocm} - s \cdot (t + \tau')] - \delta \cdot s \cdot (t + \tau) = 0. \end{aligned}$$

Подставляя сюда значение времени t и производя упрощения, имеем:

$$2 \cdot \Delta v_{ocm} (\varepsilon \cdot \tau - \delta - k \cdot \varepsilon) = -2 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot s (\tau - \tau') + \varepsilon \cdot s \cdot \tau^2$$

или

$$\Delta v_{ocm} = \frac{\varepsilon \cdot s \cdot \tau \cdot (2 \cdot k - \tau) - 2 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot s \cdot \tau'}{2 \cdot (k \cdot \varepsilon - \varepsilon \cdot \tau + \delta)}, \quad (227)$$

которые при отсутствии опережения по производной, т. е. при $\tau' = 0$, переходят в

$$\Delta v_{ocm} = \frac{\varepsilon \cdot s \cdot \tau \cdot (2 \cdot k - \tau)}{2 \cdot (k \cdot \varepsilon - \varepsilon \cdot \tau + \delta)}. \quad (228)$$

Отсюда очевидно, что при регулировании за счет производной при наличии связи устойчивость процесса может быть

обеспечена или при небольшом значении связи за счет достаточно большого коэффициента масштаба, или при небольшом коэффициенте масштаба за счет достаточно большой связи.

Вышеприведенный анализ процесса регулирования с запаздыванием при наличии постоянной скорости закрытия нельзя считать полным даже и при тех ограничениях и упрощениях, которые были сделаны в начале анализа. Однако, уже в изложенном виде он дает возможность достаточно глубоко вскрыть физическую сущность процесса регулирования с запаздыванием. Одновременно этот анализ уже в изложенном виде дает возможность и количественного расчета процесса.

В последние годы в литературе появляются работы, в которых так или иначе стараются рассмотреть вопрос об анализе процесса регулирования с запаздыванием в достаточно общей форме. Однако, чего-нибудь целостного пока еще мы не имеем.

В частности, в американской литературе опубликованы рекомендуемые простые расчетные формулы для процесса регулирования с запаздыванием при наличии пропорциональной скорости закрытия¹. Однако, несмотря на утверждения авторов об аналитическом происхождении указанных расчетных формул, подобный анализ во всяком случае еще не опубликован. Таким образом, справедливость указанных уравнений находится пока что на совести авторов и не может считаться бесспорной. Исходя из последних соображений, автор не считает целесообразным в настоящее время помещать этот материал в предлагаемом труде.

12. ДВУХПОЗИЦИОННОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ

Кроме рассмотренных выше методов регулирования в практике имеет распространение, считаемый обычно наиболее элементарным, метод двухпозиционного регулирования. Этот метод в настоящее время почти не применяется при регулировании как самих котельных агрегатов, так и вспомогательного оборудования котельных. Благодаря этому автор не считает нужным в настоящем труде дать углубленный анализ указанного способа регулирования. Однако, основное понятие и основной анализ этого процесса дается ниже, так как без этого наши физические представления о процессах регулирования были бы не полны.

Под двухпозиционным регулированием обычно понимают такой метод регулирования, при котором регулирующий орган

¹ См. Циглер и Никольс, Оптимальные настройки автоматических регуляторов, Trans ASME, 1947 г., № 8 и № 5, В. Л. Лосиевский, Автоматическое регулирование, Издательство Академии наук СССР, 1946 г.

может практически занимать лишь два каких-либо положения, соответствующих: одно — максимальному возможному притоку, второе — минимальному; это последнее может быть в частном случае и нулем притока.

Диапазон притока между этими двумя положениями регулирующего органа должен быть выбран всегда так, чтобы любое возмущающее воздействие находилось внутри этого диапазона. Передвижение регулирующего органа из одного возможного положения в другое совершается обычно с очень большой скоростью — практически мгновенно.

Однако, во многих случаях мгновенное перемещение регулирующего органа влечет за собой резкий гидравлический толчок — удар, могущий повести к авариям в регулируемом участке. В этом случае скорость перемещения регулирующего органа, хотя и оставляется сравнительно большой, но передвижение регулируемого органа совершается уже в течение времени (10—20 сек.), которое можно назвать «мгновенным», лишь чисто условно.

Правда, как это будет видно из дальнейшего, двухпозиционное регулирование применяется, как правило, лишь для участков, обладающих весьма малыми чувствительностями, т. е. большими временами разгона, и время перемещения регулирующего органа из одного своего крайнего положения в другое даже и не мгновенное мало по сравнению с временем разгона.

Исходя из вышеизложенного, мы приходим к заключению, что в регулируемом участке при двухпозиционном регулировании равновесное состояние, т. е. равенство притока и стока при нормальном «заданном» значении параметра не имеет места или в крайнем случае может иметь место чисто случайно и весьма редко. Это положение обосновано тем, что в крайнем открытом положении регулирующей орган всегда должен пропускать через себя большее количество регулируемой среды, чем возмущающий орган, или по крайней мере равное ему. Точно так же в крайнем закрытом положении регулирующей орган всегда должен пропускать меньшее количество регулируемой среды, чем возмущающий орган, или по крайней мере равное ему.

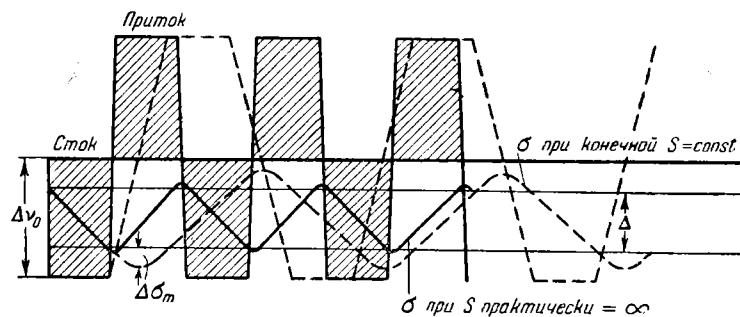
В противном случае двухпозиционное регулирование невозможно.

Таким образом, при мгновенном перемещении регулирующего органа и при отсутствии нечувствительности в регуляторе идеальный регулятор должен совершать непрерывные колебания вне зависимости от наличия и величины внешних возмущающих факторов. Частота этих колебаний в данном случае бесконечно велика, а амплитуда бесконечно мала. Такое регулирование, очевидно, технически невозможно, хотя при нем параметр должен представлять во времени практиче-

ски прямую линию, т. е. регулирование должно быть безукоризненным.

Регулирование двухпозиционным методом становится практически возможно лишь при наличии определенной, хотя бы относительно небольшой, зоны нечувствительности в регуляторе, т. е. при отступлении регулирования от «идеальной» схемы и при наличии хотя и сравнительно очень большой, но все же конечной скорости перемещения регулирующего органа.

При этом, очевидно, частота колебаний, совершаемых регулирующим органом, становится величиной конечной, а амплитуды колебаний параметра приобретают вполне заметную величину, процесс же регулирования будет все-таки носить явно выраженный волнообразный характер.



Фиг. 104. График процесса двухпозиционного регулирования без запаздывания при отсутствии самовыравнивания.

При наличии зоны нечувствительности и мгновенном перемещении регулирующего органа из одного крайнего положения в другое при двухпозиционном регулировании линия параметра пересекает с некоторой скоростью зону нечувствительности. При достижении границ зоны регулятор включается в работу и мгновенно переставляет регулирующий орган. При этом возникает возмущение противоположного знака и линия параметра, «перегнувшись» у границы зоны, начинает ее пересечение в противоположном направлении (фиг. 104).

При мгновенном переключении регулирующего органа, т. е. при бесконечно большой скорости регулирования, значение параметра практически не выходит из пределов зоны нечувствительности и точность регулирования определяется ее шириной. Если, как это всегда и бывает в практике, скорость перемещения регулируемого органа при переключениях не бесконечно велика, то максимальное возможное отклонение параметра можно подсчитать по обычной для постоянной скорости закрытия формуле при отсутствии самовыравнивания¹,

¹ Пропорциональная скорость закрытия при двухпозиционном регулировании, практически никогда не встречается.

т. е.

$$\sigma_m = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s},$$

где σ_m обозначает выбег параметра за пределы зоны нечувствительности; считая же от среднего значения его, выбег параметра определяется вышеприведенной формулой плюс половина значения ширины зоны $\left(\frac{\Delta}{2}\right)$, т. е.

$$\sigma_m = \frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} + \frac{\Delta}{2} = 0,5 \cdot \left(\frac{\epsilon \cdot \Delta v_0^2}{s} + \Delta \right).$$

В качестве возмущающего воздействия следует при подсчетах брать максимально возможное, т. е. предполагать, что в момент переключения приток (почти) равен стоку и переключение дает полный возмущающий импульс Δv , обусловленный полным ходом регулирующего органа.

Однако, применимость в каждом отдельном случае двухпозиционного регулирования обуславливается, как правило, в основном не значением максимального отклонения, так как при больших скоростях регулирования (и при отсутствии запаздывания) оно не может быть значительным, а частотой переключений.

Если частота переключений технически допустима как с точки зрения работы механизмов, обслуживающих регулируемый участок, например, насосов, турбин и т. п., так и с точки зрения износа частей регулятора и регулирующего органа, то, как правило, можно считать двухпозиционное регулирование приемлемым и лишь в этом случае следует считать максимальные возможные отклонения параметра σ_m .

Частота переключения регулирующего органа, очевидно, определяется временем, в течение которого параметр при максимально возможном возмущении сможет пересечь зону нечувствительности. Так как подобное пересечение происходит в процессе самовыравнивания, то время пересечения может быть найдено из основного уравнения процесса самовыравнивания, причем за отклонение параметра ($\sigma - \sigma_0$) следует принять ширину зоны нечувствительности (Δ). Тогда

$$\sigma - \sigma_0 = \Delta = \frac{\Delta v_0}{\rho} \cdot (1 - e^{-\epsilon \cdot \rho \cdot t}), \quad (a)$$

откуда

$$1 - \frac{\rho \cdot \Delta}{\Delta v_0} = e^{-\epsilon \cdot \rho \cdot t}$$

или

$$\epsilon \cdot \rho \cdot t = -\ln \left(1 - \frac{\rho \cdot \Delta}{\Delta v_0} \right),$$

т. е.

$$t \underset{\text{при } \rho \neq 0}{=} - \frac{\ln \left(1 - \frac{\rho \cdot \Delta}{\Delta v_0} \right)}{\varepsilon \cdot \rho} \quad (229)$$

В том случае, если самовыравнивание отсутствует, время прохождения параметром зоны нечувствительности определяется из уравнения

$$\sigma' = \varepsilon \cdot \Delta v$$

или

$$\sigma = \varepsilon \cdot \Delta v \cdot t = \Delta$$

(так как постоянная интегрирования равна нулю, ибо при $t=0$ и $\sigma_0=0$).

Отсюда

$$t \underset{\text{при } \rho=0}{=} \frac{\Delta}{\varepsilon \cdot \Delta v_0} \cdot * \quad (230)$$

Рассмотрение уравнений (229) и (230) с очевидностью показывает, что время пересечения параметром зоны нечувствительности тем больше, а частота переключения, следовательно, тем меньше, чем меньше чувствительность регулируемого участка и максимально возможное возмущающее воздействие, а также чем больше ширина зоны нечувствительности регулятора.

При наличии заметного влияния степени самовыравнивания, время пересечения t имеет [по формуле (229)] положительное значение лишь при условии

$$1 > 1 - \frac{\rho \cdot \Delta}{\Delta v} > 0.$$

Первое из условий всегда выполняется, так как величина ρ всегда положительна, а величины Δ и Δv всегда имеют одинаковые знаки. Второе условие выполняется не всегда, а лишь при определенном соотношении величин ρ , Δ и Δv . Если

$$1 - \frac{\rho \cdot \Delta}{\Delta v} \leq 0, \quad (231)$$

то

$$\Delta v \leq \rho \cdot \Delta.$$

Но это равенство показывает, как мы уже видели раньше, что возмущающее воздействие недостаточно для того, чтобы

* Уравнение (230) может быть получено из уравнения (а) при разложении $e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t}$ в ряд с пренебрежением величинами $(-\varepsilon \cdot \rho \cdot t)^2$ и т. п. ввиду малости степени самовыравнивания ρ .

вывести параметр из зоны нечувствительности, т. е. в этом случае параметр примет заданное (в пределах ширины зоны) значение при равенстве притока и стока и дальнейшая работа регулятора начинается лишь при каком-либо внешнем возмущении.

Так как величина возмущения Δ , как правило, при двухпозиционном регулировании довольно значительна — редко меньше значения 0,2—0,3, значение же ширины зоны нечувствительности Δ , как правило, незначительно, то время переключения t может иметь большие значения лишь при малых величинах чувствительности регулируемого участка ϵ . Примером применимости двухпозиционного регулирования может служить регулирование температуры инертных объектов, например, зданий.

Практически приемлемой для двухпозиционного регулирования частотой переключения регулирующего органа можно считать одно переключение за 3—5 мин., хотя в отдельных случаях и соответствующих конструкциях регулятора, например при гидравлическом или прямодействующем регуляторе, эта частота может быть и значительно больше.

Во всех вышеприведенных формулах характеристические величины объекта регулирования, его чувствительность ϵ и степень самовыравнивания ρ в весьма большом числе случаев нельзя считать постоянными величинами.

В подавляющем большинстве случаев степень самовыравнивания объекта регулирования, а часто и его чувствительность имеют значительно отличающиеся значения при двух крайних положениях регулирующего органа — «закрыто» и «открыто». Нельзя рекомендовать подставлять в формулы и какие-то средние значения этих величин. Во всяком случае сейчас нельзя рекомендовать оправдавшего себя метода их усреднения.

Поэтому для получения хороших результатов подсчета следует брать расчетные или еще лучше экспериментально полученные значения характеристических величин для обоих крайних положений регулирующего органа при различных нагрузках регулируемого объекта.

Наличие этих значений даст возможность выбрать из них те, которые наиболее неблагоприятны для процесса регулирования. Ими-то и следует пользоваться при всех подсчетах.

Выше был изложен в общих чертах лишь метод подсчета процесса двухпозиционного регулирования при идеальной системе регулирования. Большинство объектов, для которых применяется двухпозиционное регулирование, является объектом с запаздыванием.

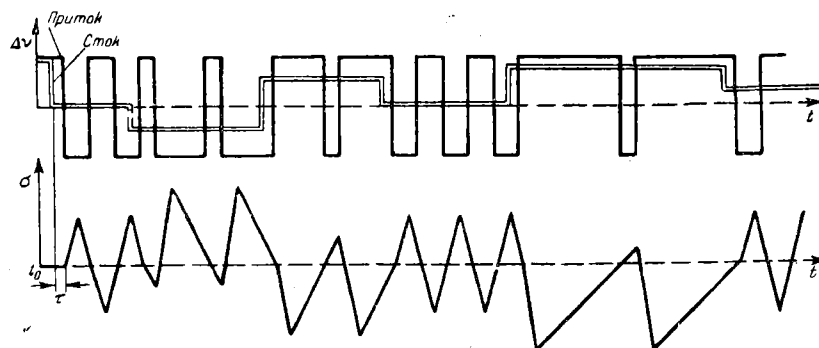
Наличие запаздывания, с одной стороны, ухудшает процесс из-за безусловного увеличения амплитуды колебаний при двухпозиционном регулировании, так же как при выше разобранном методе непрерывного регулирования. С другой сто-

роны, то же наличие запаздывания всегда уменьшает частоту колебаний процесса в случае двухпозиционного его регулирования. Следовательно, наличие запаздывания как бы расширяет область возможности его применения.

Полный анализ процесса двухпозиционного регулирования достаточно сложен и громоздок.

Ниже мы приводим лишь основные положения такого анализа, позволяющие уяснить серьезность вопроса.

В дальнейшем мы будем применять за основу упрощенную форму кривой разгона, аналогично тому, что мы имели при исследовании процесса регулирования с постоянной скоростью закрытия.



Фиг. 105. График процесса двухпозиционного регулирования с запаздыванием при отсутствии самовыравнивания.

График фиг. 105 дает характерную кривую протекания процесса двухпозиционного регулирования при наличии запаздывания и отсутствии самовыравнивания в процессе регулирования. График построен для нулевого значения зоны нечувствительности при различных внешних возмущающих воздействиях. Усложнение построения графика введением определенной зоны нечувствительности для данного случая нецелесообразно, так как наличие зоны нечувствительности, как уже показано выше, заставляет процесс как бы «всплывать» на ее границы.

При этом амплитуда колебаний увеличивается как раз на величину зоны нечувствительности регулятора. Построение процесса сделано для наиболее простого случая — постоянной при всех нагрузках чувствительности регулируемого участка.

Само построение графика сделано совершенно аналогично такому же построению предыдущей главы, т. е. при регулировании с постоянной скоростью.

Начало работы регулятора и, следовательно, немедленное изменение притока происходит спустя время τ — время за-

паздывания — после наступления возмущающего воздействия. Являющееся следствием этого срабатывание регулятора и изменение параметра наступает еще спустя время τ уже после срабатывания.

Рассмотрение графика этого частного случая двухпозиционного регулирования приводит нас к выводу, что амплитуда возбуждаемых при этом колебаний является величиной постоянной для всех нагрузок регулируемого объекта.

Эта амплитуда легко может быть вычислена, например, по «симметричным» колебаниям. Под именем этих последних мы подразумеваем такие, при которых нагрузка объекта является средней по отношению к регулируемому диапазону (см., например, первый участок, фиг. 105). В этом случае положительные и отрицательные возмущения, создаваемые самим регулятором, равны по величине и одновременно равны половине регулируемого диапазона, т. е. $\frac{\Delta y}{2}$.

Эта амплитуда колебаний равна:

$$2 \cdot \epsilon \cdot \frac{\Delta y}{2} \cdot \tau. \quad (232)$$

Такой же величине равны и максимальные отклонения параметра от его заданного значения при самой неблагоприятной нагрузке. Таким образом, пределы колебаний значения параметра лежат в области:

$$2\epsilon \cdot \Delta y \cdot \tau. * \quad (233)$$

Наибольшая частота колебаний, т. е. наиболее невыгодная частота процесса, также соответствует симметричным колебаниям. Период, ей соответствующий, равен 4τ .

Амплитуда и частота колебаний при наличии самовыравнивания также может быть просто подсчитана в случае симметричных колебаний при постоянных для всех нагрузок объекта чувствительности и степени самовыравнивания.

На фиг. 106 как раз и дан такой случай регулирования. Амплитуда колебаний определяется участком кривой разгона за время $t_1 + \tau$, где τ — попрежнему время запаздывания, а значение времени t_1 ясно из графика.

Величина этой амплитуды согласно с уравнением (7) выражается так:

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta y}{2\rho} \cdot (1 - e^{-\epsilon \cdot \rho \cdot (t_1 + \tau)}). ** \quad (234)$$

* Следует иметь в виду, что среднее заданное значение регулируемого параметра меняется при изменениях нагрузки. При этом регулирование совершается как бы с неравномерностью.

** Здесь, так же как и ранее, Δy — возмущение, соответствующее всему регулируемому диапазону. Действующее возмущение при симметричных колебаниях, очевидно, равно его половине.

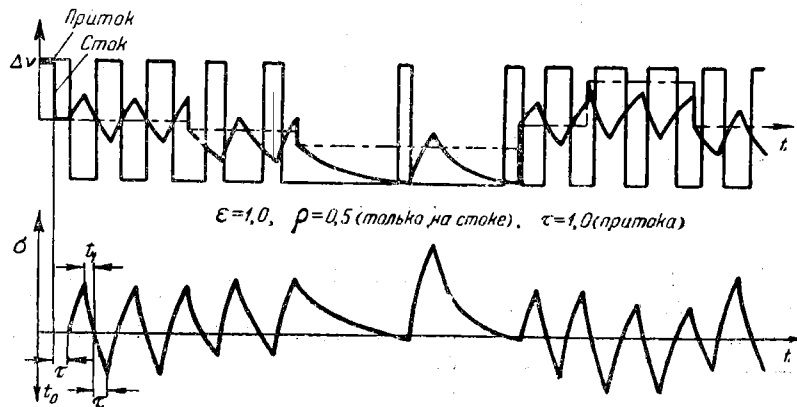
Период симметричных колебаний равен:

$$2 \cdot (t_1 + \tau). \quad (235)$$

Значение времени t_1 легко подсчитать из следующих соображений.

Отклонение параметра от его заданного значения за время запаздывания σ_τ равно разности полного отклонения $\Delta\sigma_m$ минус отклонение за время t_1 , т. е. σ_{t_1} .

В то же время это отклонение σ_τ равно отклонению за время t_1 , т. е. σ_{t_1} .



Фиг. 106. График процесса двухпозиционного регулирования с запаздыванием при наличии самовывравнивания.

Таким образом,

$$\sigma_\tau = \sigma_{t_1 + \tau} - \sigma_{t_1} = \sigma_{t_1}$$

или же

$$\sigma_{t_1 + \tau} = 2 \cdot \sigma_{t_1},$$

откуда:

$$1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot (t_1 + \tau)} = 2 \cdot (1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot t_1}),$$

что и дает для t_1 следующее выражение:

$$t_1 = \frac{1}{\varepsilon \cdot \rho} \cdot \ln(1 - e^{-\varepsilon \cdot \rho \cdot \tau}). \quad (236)$$

Наличие зоны нечувствительности у регулятора для данного случая несколько изменяет течение процесса. Точный учет влияния зоны нечувствительности значительно усложняет расчет. В большинстве случаев ширина зоны нечувствительности является величиной весьма незначительной по сравнению

с амплитудой колебаний параметра. В этих случаях ею можно пренебречь или же считать амплитуду колебаний увеличенной по сравнению с расчетной на ширину зоны.

Более подробное исследование процесса двухпозиционного регулирования должно считаться с непостоянством характеристических величин объекта регулирования. Для такого исследования целесообразно применение графического метода, базирующегося на знании кривых разгона объекта регулирования, снятых для различных нагрузок его как с момента открытия регулирующего органа, так и с момента закрытия его.

Графическое построение процесса в этом случае может быть осуществлено путем сочетания двух разгонных характеристик при данной нагрузке.

При их сочетании следует руководствоваться тем, что отрезок времени, нужный для прохождения кривой параметра от наружной (по ходу кривой) границы зоны нечувствительности до точки, в которой одна из разгонных характеристик переходит в другую, должно быть всегда равно времени запаздывания процесса τ .

Некоторые подробности об обычном двухпозиционном регулировании можно найти в трудах Гонека, а подробнее исследование графического метода расчета двухпозиционного регулирования в трудах С. Ф. Чистякова. Упомянутые выше труды указаны в списке литературы к этой части работы.

При наличии большого диапазона регулируемого возмущения или большого времени запаздывания может оказаться даже при мгновенном практически перемещении регулирующего органа, что амплитуда колебаний при двухпозиционном регулировании окажется технологически недопустимо большой.

Возможность уменьшения амплитуды колебаний процесса заключается в том, чтобы заставить кривую регулирующего импульса быстрее пересекать зону нечувствительности регулятора. В рассмотренных до сего времени случаях двухпозиционного регулирования кривая регулирующего импульса являлась в то же время кривой самого параметра. Крутизну кривой регулирующего импульса можно увеличить, если кроме параметра заставить воздействовать на регулятор и его производную.

При этом одновременно должна увеличиться частота колебаний.

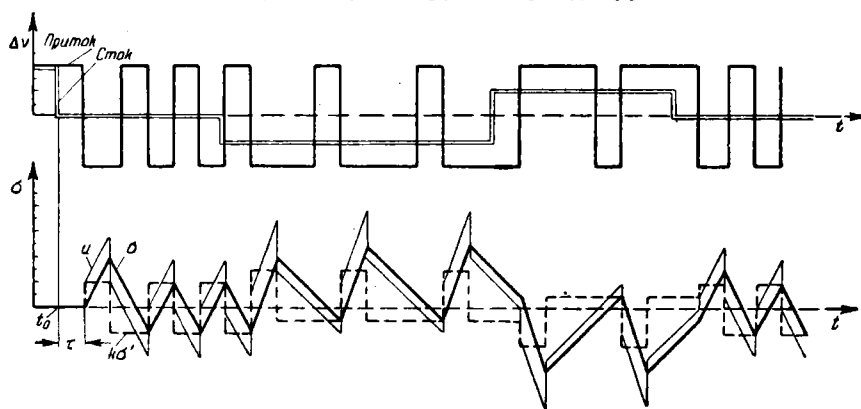
График процесса двухпозиционного регулирования по параметру и его производной дан на фиг. 107.

Здесь кроме кривой параметра σ дана кривая $k \cdot \sigma'$, его производной в определенном масштабе k , взятой в месте отбора параметра и имеющей, следовательно, то же запаздывание, что и у самого параметра, и кривая U регулирующего импульса, т. е. геометрической суммы параметра и его производной.

Построение графика фиг. 107 ничем не отличается от построения графика фиг. 105 или 106.

Построение графика проведено для различных внешних возмущающих воздействий. Объект регулирования предполагается, как и в случае, данном на фиг. 107, лишенным саморавнования¹.

Рассмотрение этого графика приводит нас к заключению, что введение дополнительного импульса по производной параметра резко уменьшает амплитуду колебаний параметра при постоянной (любой) нагрузке регулируемого объекта.



Фиг. 107. График процесса двухпозиционного регулирования с запаздыванием при наличии дополнительного импульса от производной параметра.

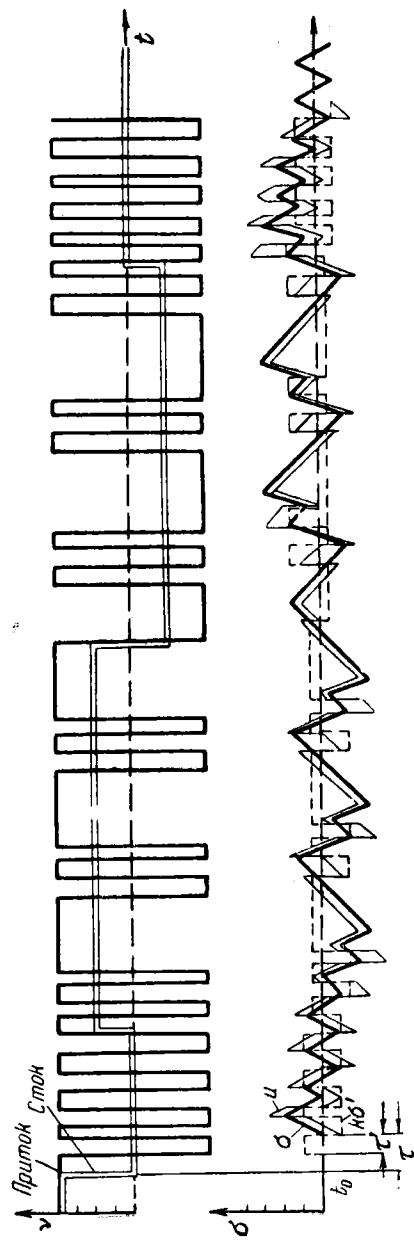
Однако при изменениях нагрузки оси колебаний, т. е. само заданное и поддерживаемое значение параметра, смещаются².

При этом максимальное отклонение параметра от своего заданного значения в конечном счете не уменьшается по сравнению с таким же для процесса, ведущегося только по параметру.

На величину амплитуды колебаний параметра и его максимальное отклонение оказывает влияние подбор значения величины коэффициента масштаба производной k . Можно рекомендовать выбор величины коэффициента масштаба производной таким, чтобы его значение было примерно равно четверти амплитуды симметричного колебания, имеющего место при регулировании только по параметру. Большие и меньшие значения коэффициента масштаба дают худшие результаты.

¹ Масштаб ординат на графиках фиг. 105, 106, 107, 108 один и тот же. Масштаб же времени на графиках фиг. 101, 102 вдвое сжат по сравнению с графиками фиг. 103 и 104. Время запаздывания τ на всех графиках одно и то же.

² Значительнее, чем это имеет место при регулировании только по параметру.



Фиг. 108. График процесса двухпозиционного регулирования с запаздыванием при наличии дополнительного импульса от опережающей производной параметра.

Изложенные нами только что соображения позволяют рекомендовать введение дополнительного импульса по производной параметра, в основном для регулирования объектов с мало и редко меняющейся нагрузкой.

Так же как при регулировании участков с запаздыванием регуляторами с постоянной скоростью закрытия, следует и при двухпозиционном регулировании ожидать большего эффекта от применения опережающей производной. При этом помимо того, что кривая импульса, так же как и в предыдущем случае, может быть сделана круче, может быть уменьшено еще и действующее время запаздывания.

График фиг. 108 дает как раз случай двухпозиционного регулирования с опережающей производной. При построении этого графика сохранены теми же, что и для графиков фиг. 107, масштаб и все значения характеристических величин, кроме величины коэффициента масштаба. Опережение выбрано равным половине времени полного запаздывания.

Как видно из рассмотрения этого графика, амплитуды колебаний процесса резко снизились при одновременном снижении и максимальных отклонений параметра при наличии переменной нагрузки. Частота колебаний при этом возросла, как и следовало ожидать.

Чем больше будет опережение производной параметра, тем больше будет снижаться амплитуда колебаний процесса, но тем больше будет частота колебаний. Это последнее обстоятельство может положить предел введения опережения производной, если вообще имеется возможность выбора величины этого опережения.

Что касается выбора значения величины коэффициента масштаба производной, то подобно предыдущему случаю для каждого опережения имеется оптимальное значение последней. Это значение уменьшается по мере увеличения опережения производной.

Разобранный пример двухпозиционного регулирования показывает, что введение дополнительного импульса от опережающей производной при соответствующем выборе значения ее коэффициента масштаба может значительно повысить качество процесса регулирования.

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

**СХЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ КОТЕЛЬНЫХ
АГРЕГАТОВ**

**13. РЕГУЛИРОВАНИЕ БАРАБАННЫХ КОТЕЛЬНЫХ
АГРЕГАТОВ**

При регулировании тех или иных теплотехнических процессов и агрегатов в большом числе случаев встречаются с таким положением, что процесс в том или ином агрегате характеризуется одной единственной величиной — параметром. В этом случае автоматическое регулирование такого процесса и агрегата может и должно быть осуществлено с помощью одного автоматического регулятора. Вопрос тогда стоит лишь о выборе принципиального и конструктивного типа такого автоматического регулятора в соответствии с технологическими требованиями, вытекающими из сущности процесса и агрегата.

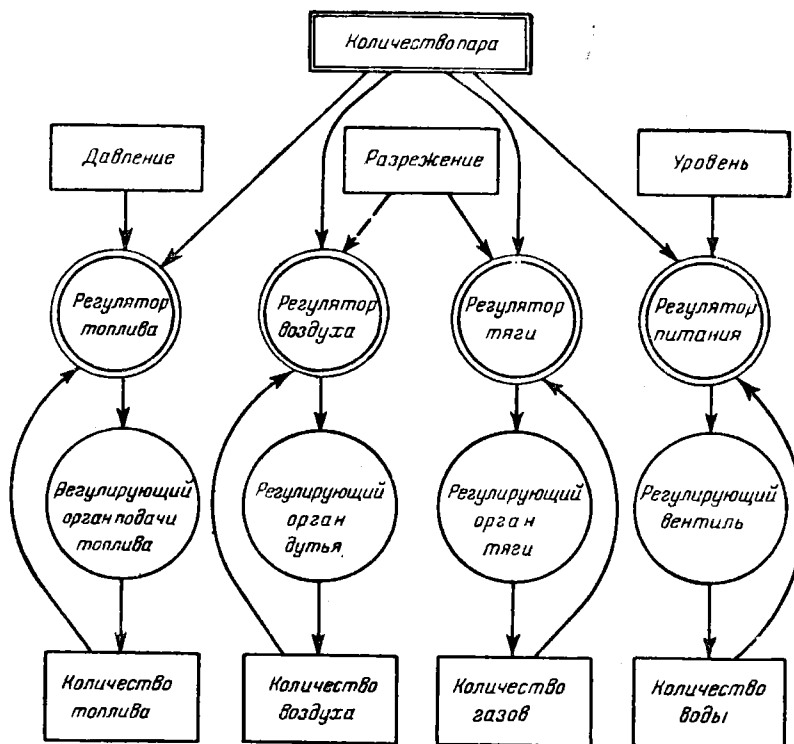
В других, также очень многих, случаях теплотехнический агрегат и процессы, в нем происходящие, являются весьма сложными и часто не могут быть характеризованы одним единственным параметром. При этом часто несколько параметров, характеризующих процесс, не могут регулироваться так, чтобы эта регулировка не влияла бы на состояние других параметров. К таким агрегатам могут быть отнесены всевозможные типы современных котлов, доменные и мартеновские печи, нефтеперерабатывающие установки и тому подобные сложные агрегаты. В этих случаях помимо задачи рационального подбора принципиального и конструктивного типа автоматических регуляторов для сложных агрегатов необходимо бывает разрешить задачу построения общей схемы регулирования такого сложного агрегата.

Именно поэтому при построении системы автоматического регулирования котельного агрегата одним из основных вопросов, подлежащих решению, является вопрос о выборе принципиальной скелетной схемы регулирования.

Целью регулирования котла является такое питание его топливом, воздухом и водой, чтобы в каждый данный момент паропроизводительность котла соответствовала бы потреб-

ности потребителя. При этом качество выдаваемого котлом пара должно быть определенным и постоянным, т. е. должны быть определенными и постоянными давление и температура пара — его параметры. Процесс регулирования, кроме того, должен вестись наиболее экономично.

Приведенная выше формулировка задачи регулирования приводит к необходимости регулирования четырех соотношений (см. схему фиг. 109) нагрузка — топливо, нагрузка — воздух, нагрузка — тяга и нагрузка — вода.



Фиг. 109. Общая принципиальная схема регулирования барабанного котла — связанный вариант.

В дальнейшем мы рассмотрим отдельно принципы построения общих скелетных схем регулирования для барабанных и прямоточных котлов с факельными топками, а также для котлов с шахтно-мельничными топками. Такое раздельное рассмотрение принципов построения схем диктуется крупными специфическими особенностями вышеназванных агрегатов, приводящее к различным решениям данного вопроса, даже в его принципиальном виде,

Схемы регулирования барабанных котлов с факельной топкой

В трех из вышеуказанных четырех случаев регулирования соотношения должны выполняться еще и дополнительные требования поддержания заданных значений определенных параметров. А именно, при регулировании соотношения нагрузка — топливо должно поддерживаться постоянное давление выдаваемого пара, при регулировании соотношения нагрузка — тяга (или нагрузка — воздух) должно поддерживаться постоянное разрежение вверху топки, а при регулировании соотношения нагрузка — вода должен поддерживаться постоянный (в определенных пределах) уровень воды в барабане котла. При автоматическом регулировании это приводит к необходимости осуществления указанных трех регуляторов в виде трехимпульсных, как это показано на схеме фиг. 109. Без введения в схему этих трех дополнительных импульсов всегда возможно, так сказать, «сползание» значения параметров даже и при весьма точной регулировке указанных соотношений¹.

При такой принципиальной скелетной схеме регулирования один из параметров, характеризующих качество выдаваемого пара — его температура, оказывается в стороне и не контролирует процесс регулирования.

Ввиду того что конструктивная компоновка пароперегревателя обычно приводит к незначительной зависимости температуры перегретого пара от нагрузки котла, ее регулирование ведется обособленными по существу независимыми устройствами. Такими устройствами являются поверхностные пароохладители, впрыск и тому подобное.

Приведенная выше схема регулирования является чрезвычайно громоздкой и сложной, а сами автоматические регуляторы соотношения, особенно трехимпульсные, являются наиболее сложными регуляторами как конструктивно, так и в наладке. Вопрос осложняется еще больше взаимной связанностью всех автоматических регуляторов.

При автоматическом регулировании котельных агрегатов схемы, подобные вышеописанной, совершенно не употребляются. Их упрощение ведется по пути «развязывания» отдельных узлов регулирования. Прежде всего намечается возможность выделения в самостоятельный узел регулирование питания котла водой. Действительно, при наличии сравнительно большей емкости барабана котла отпадает необходимость точной синхронизации между паровой его нагрузкой и подачей воды и на первый план выдвигается задача обеспечения поддержания постоянного значения уровня ее в барабане котла. При

¹ Это является следствием всегда возможного незначительного «небаланса» соотношения, лежащего в пределах зоны нечувствительности регулятора.

этом изменение подачи питательной воды, по существу, почти не влияет на качество выдаваемого пара — на его давление и температуру. Для котлов с большим водяным объемом задача поддержания уровня является, по существу, единственной, решаемой независимым автоматическим регулятором уровня.

Таким образом, вышеприведенная общая схема распадается на два независимых узла — узла регулирования питания котла водой и узла регулирования процесса горения, объединяющего три других регулятора.

Дальнейшие упрощения схемы построены на возможности сведения задачи поддержания определенных соотношений к задаче поддержания определенных величин параметров, при которых первая задача решается, так сказать, автоматически.

Действительно, если разрежение вверху топки имеет определенное и постоянное значение, то, следовательно, приток воздуха в топку и отвод из нее газов сбалансированы. Если же при этом выдержано соотношение нагрузка — воздух, то, очевидно, также выдержано и соотношение нагрузка — тяга. Это рассуждение проведено для установившегося режима. В переходном режиме при регулировании двух соотношений, нагрузка — воздух и нагрузка — тяга, оба эти соотношения регулируются параллельно и одновременно. В случае же регулирования тяги (или воздуха) по разрежению вверху топки оба регулирования совершаются последовательно. Однако, это обстоятельство не может играть сколько-нибудь заметной роли, так как запаздывание импульса — изменение разрежения — практически равно нулю, а чувствительность топки, как регулируемого участка, очень велика (ее время разгона ничтожно мало). Все это приводит к возможности замены регулирования одного из двух разбираемых соотношений регулированием по параметру (разрежению).

Благодаря вышеизложенному в настоящее время во всех существующих системах автоматического регулирования процесса горения регулирование тяги (или воздуха) осуществляется как регулирование разрежения, независимым обособленным автоматическим регулятором.

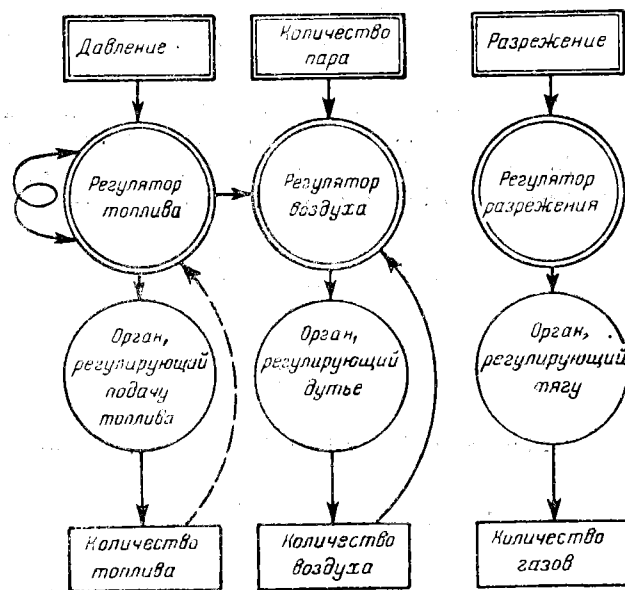
Аналогичное рассуждение может быть проведено и для регулирования соотношения нагрузка — топливо.

Действительно, если давление на выходе из котла имеет определенное и постоянное значения, то это значит, что в установившемся режиме расход пара котлом сбалансирован с подачей тепла, т. е. топлива, в топку. Ввиду вышеизложенного, а также благодаря малому запаздыванию при соответствующей большой чувствительности прибора, измеряющего давление, можно заменить регулирование соотношения нагрузка — топливо регулированием давления.

Таким образом, при регулировании процесса горения вместо связанных трех регуляторов соотношения, данных на схеме фиг. 109, мы можем иметь три независимых регулятора,

так, как это показано на схеме фиг. 110, из которых два являются регуляторами параметров — давлений пара и разрежения вверху топки.

Вопрос о регулировании количества подаваемого в топку воздуха требует дополнительного, более подробного разбора. Необходимая экономичность процесса горения обеспечивается правильно выбранным и поддерживаемым коэффициентом избытка воздуха. При регулировании соотношения нагрузка — воздух контроль за коэффициентом избытка воздуха прямым



Фиг. 110. Принципиальная схема регулирования процесса горения — вариант отдельных регуляторов при регулировании соотношения пар — воздух.

путем не производится. Однако, нижеприведенное рассуждение убеждает нас, что при регулировании соотношения нагрузка — воздух такой контроль не является необходимым.

Действительно, количество тепла в паре, равное

$$Q = D \cdot (i_{пе} - i'_{ак}), \quad (237)$$

должно быть равно полезно используемому теплу топлива

$$Q_1 = Q_d^H \cdot B \cdot \eta_k.$$

Принятые здесь обозначения общеупотребительны:

D — часовая производительность котла в кг/час;
 $i_{пе}$ — теплосодержание перегретого пара в кал/кг;

$i'_{ск}$ — теплосодержание воды, поступающей в подогреватель,
в кал/кг;

Q_p^n — низшая рабочая теплотворная способность топлива в
кал/кг;

B — часовой расход топлива в кг/час;

η_k — к. п. д. котельного агрегата.

Теоретический расход воздуха для горения, как это было
проверено Менделеевым и Ломшаковым, равен:

$$U_m = \frac{Q_p^n}{X} \text{ м}^3/\text{кг топлива.}$$

Здесь величина X является практически постоянной вели-
чиной (порядка 900) для одного и того же сорта топлива.

Отсюда следует, что общий расход воздуха при коэф-
фициенте его избытка, равном α , и расходе топлива B будет

$$U_{общ} = \alpha \cdot \frac{Q_p^n}{X} B \text{ м}^3/\text{час}$$

или

$$Q_p^n \cdot B = \frac{U_{общ} \cdot X}{\alpha}.$$

Подставляя в уравнение (237) полученное выражение, имеем:

$$D \cdot (i_{не} - i'_{ск}) = \frac{U_{общ} \cdot \eta_k \cdot X}{\alpha}$$

или

$$\alpha = \frac{U_{общ}}{D} \cdot \frac{X}{(i_{не} - i'_{ск})} \cdot \eta_k.$$

Отсюда можно сделать заключение, что при постоянстве
соотношения пар—воздух, т. е. при $\frac{U_{общ}}{D} = k$ (const), можно
написать, что

$$\alpha = k \cdot \eta_k, \quad (238)$$

т. е. что величина избытка воздуха зависит исключительно от
общего к. п. д. котла.

Так как практически зона регулируемого диапазона котла
не очень велика и величина к. п. д. агрегата колеблется в не-
больших пределах, то при регулировании воздуха по нагрузке
котла практически нет нужды в непосредственном контроле
регулирования по действующему коэффициенту избытка воз-
духа.

Следует отметить, что измерение количества воздуха, по-
даваемого в топку, всегда учитывается приближенно и часто

частично. Действительно, при наличии пылеугольных топок часть воздуха подается вместе с топливом в виде «первичного» воздуха. В большей части топок имеются подсосы. Благодаря этим обстоятельствам часто предпочитают измерение количества отсасываемого газа и регулирование соотношения пар — газ вместо соотношения пар — воздух. Однако, такое измерение в свою очередь вносит ошибки и неточности, например, вследствие постепенного засорения газового тракта, что влечет за собой изменение величины сопротивления отдельных участков газового тракта.

При независимом регулировании топлива и воздуха точное соотношение между нагрузкой, топливом и воздухом будет, безусловно иметь место только в установившемся режиме. В переходных же режимах возможно наличие временных, но достаточно глубоких расхождений между количеством тепла, подаваемым в топку, с топливом и отбираемым из котла с паром. Такого рода расхождения возможны, например, при глубоких изменениях давления и вынужденном и достаточно быстром и глубоком изменении подачи топлива в связи с работой регулятора давления, а также при возмущениях, поступающих со стороны топлива. Эти расхождения влекут за собой неправильный режим горения, по крайней мере при переходах с одной нагрузки на другую. При пиковых же (регулируемых) режимах котла, особенно при его автоматизации, котел, по существу, работает большую часть времени в переходных режимах.

Для избежания указанных выше ненормальностей придается связывать работу регулятора давления — топлива и регулятора воздуха, делая последний регулятор трехимпульсным, как это и показано на схеме фиг. 110. Этих расхождений можно было бы избежать, если в качестве основного регулирующего импульса для регулирования воздуха использовать количество тепла, подаваемого в топку, т. е. при неизменном составе и влажности топлива само его количество.

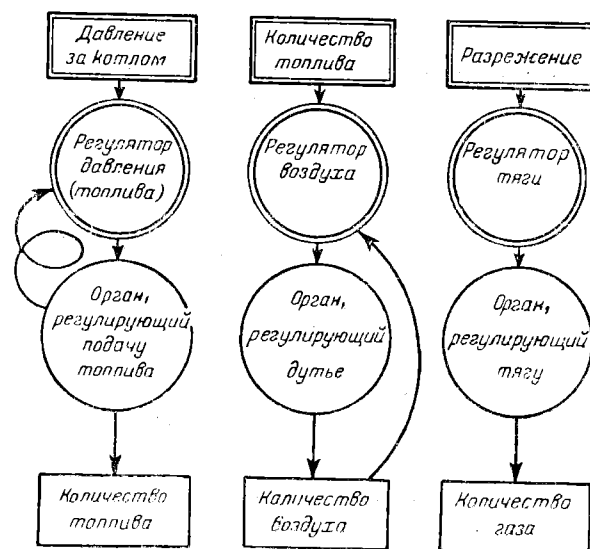
В этом случае принципиальная скелетная схема регулирования видоизменится и будет такой, как это дано на фиг. 111. В этой схеме регулятор соотношения пар — воздух заменен регулятором соотношения топливо — воздух.

Измерение мгновенного значения топлива даже при полной его стандартности является в данное время еще не решенной задачей для любого вида топлива. Эта задача решается достаточно точно и просто только для жидкого или газового топлива.

Для пылеугольных топок мгновенное количество топлива (но еще не тепла) можно измерить в настоящее время лишь побочным путем и то усредненно (например, по среднему числу оборотов моторов пылепитателей), и эти методы являются еще далеко не совершенными.

Кроме того, при регулировании воздуха по количеству топ-

лива работа регулятора воздуха всегда совершается последовательно с работой регулятора топлива и, следовательно, всегда несколько отстает. Однако, при достаточно совершенных импульсных органах, что всегда обеспечивается в современных системах регулирования в той или иной мере, отставание получается столь незначительным (не более нескольких секунд), что это обстоятельство вряд ли следует принимать во внимание.



Фиг. 111. Принципиальная схема регулирования процесса горения — вариант отдельных регуляторов в последовательном их включении при регулировании соотношения топливо — воздух.

При осуществлении схемы регулирования воздуха, как соотношения топливо — воздух, контроль избытка воздуха также отсутствует. Здесь такой контроль более необходим, чем в предыдущей схеме фиг. 111, так как измерению подвергается средний во времени расход топлива. Изменения качественного состава топлива или его влажности, безусловно отразятся на экономичности процесса горения¹. Казалось бы целесообразным, особенно в последней схеме (фиг. 111), для контроля экономичности процесса горения введение третьего импульса в регулятор соотношения топливо — воздух по содержанию CO_2 (или O_2) в дымовых газах.

¹ При регулировании соотношения пар—воздух качественный состав топлива (но не его влажность) практически не влечет за собой необходимости изменять коэффициент избытка воздуха.

Однако, в настоящее время вследствие значительных запаздываний (до 2—3 мин.) при измерениях последнего целесообразность введения этого третьего импульса сводится к нулю¹.

В настоящее время считают целесообразным иметь возможность лишь ручной подкорректировки регулируемого соотношения для любой схемы регулирования.

Необходимость ставить работу регулятора воздуха в связь с работой регулятора топлива в случае, если регулятор воздуха является регулятором соотношения нагрузка — воздух, приводит во многих современных системах автоматического регулирования процесса горения к схеме, связывающей оба эти регулятора общим импульсным органом. В этом случае оба эти регулятора становятся снова регуляторами соотношения.

Основной регулирующий импульс в этом случае берется по давлению на выходе из котла (см. схему фиг. 112). Неравномерность работы регулятора топлива² подбирается так, чтобы давление в барабане котла или давление перед пароперегревателем оставалось бы постоянным при всех нагрузках котла. В этом случае изменения давления за котлом при различных нагрузках являются изменениями перепада давления котел — паровая магистраль (перепад давлений на пароперегревателе), т. е. эти изменения однозначно связаны с нагрузкой котла. Обратный импульс у регулятора топлива осуществляется здесь по его количеству. Эти же изменения давления являются основным регулирующим импульсом и для регулятора воздуха, являющегося, следовательно, и в этом случае регулятором соотношения нагрузка — воздух. Однако, так как основной импульс все же берется именно по давлению пара за котлом, обоим регуляторам обеспечивается параллельная работа³.

Такого рода схемы все же, по существу, предполагают обязательное измерение количества топлива, что, как уже указывалось выше, в настоящее время для угля не может быть точно. Кроме того, взаимосвязанность обоих регуляторов в схеме осложняют ее и создают значительные затруднения

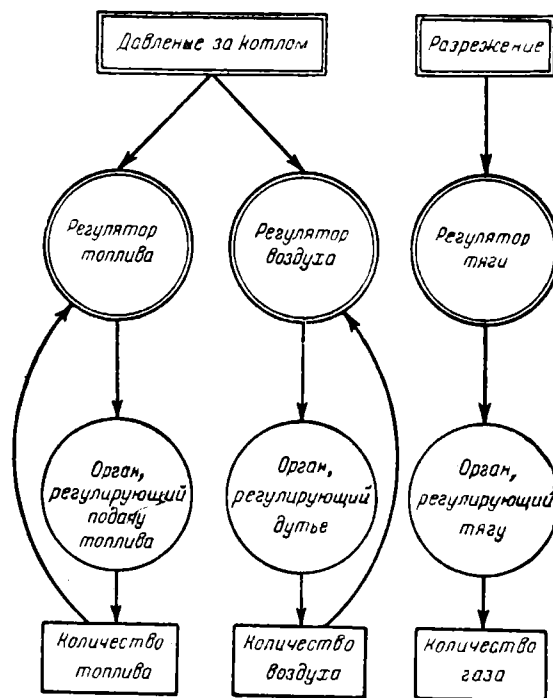
¹ Если бы содержание CO_2 или O_2 в дымовых газах можно было бы осуществить безинертно, то мог бы быть поставлен вопрос о построении регулятора воздуха, как регулятора параметра — CO_2 , а не соотношения.

² Регулятор соотношения в данном случае нагрузка — топливо может рассматриваться как регулятор с жесткой обратной связью.

³ Обратным импульсом для регулятора воздуха во всех разобранных схемах является количество последнего. Оно измеряется по перепаду давления на каком-либо участке воздушного тракта, например, на воздушном подогревателе отбор давления на низкой стороне может быть осуществлен в топке, и так как он там постоянен, то может быть заменен атмосферой. При измерении количества газа также используется перепад давлений на каком-либо участке газопровода котла.

при наладке. Наконец, само построение схемы предполагает регулирование давления с определенной неравномерностью на выходе из котла. Эта неравномерность обычно невелика, однако в некоторых случаях экономически нежелательна.

Для избежания неравномерности давления может быть использован вариант схемы, данной на фиг. 113. Как видно из чертежа, в схеме присутствует еще один регулятор, который может быть назван главным регулятором. Этот регулятор по-

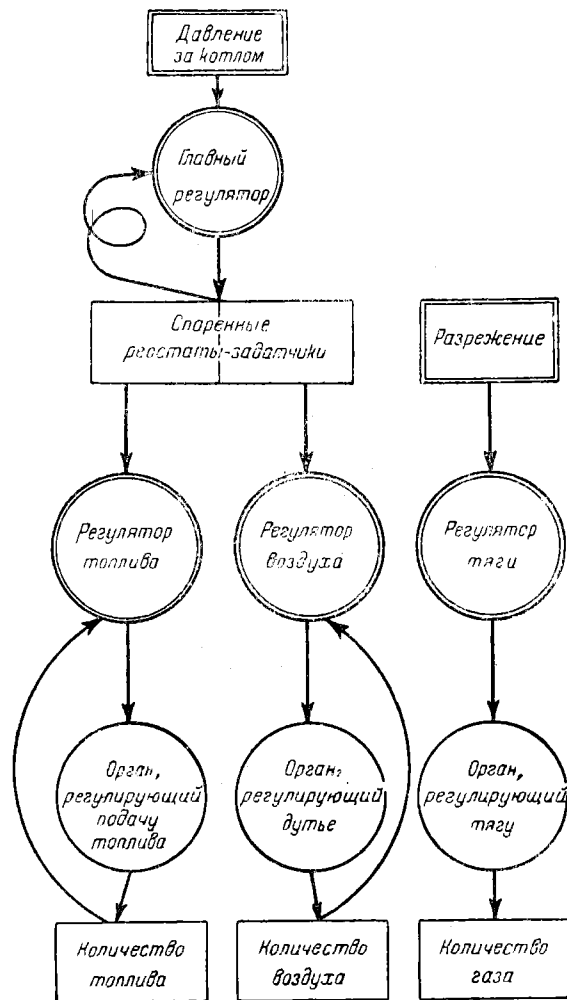


Фиг. 112. Принципиальная схема регулирования процесса горения параллельно-последовательный вариант.

лучает импульс от давления пара за котлом и воздействует на два спаренных реостата-задатчика, каждый из которых является основным импульсным органом соответственно для регуляторов топлива и воздуха.

Главный регулятор снабжается изодромным устройством. Регуляторы же топлива и воздуха, как и в варианте схемы фиг. 112, являются регуляторами соотношения. В этом варианте схемы воздух в конце концов приводится в соответствие с количеством топлива (а не пара), так как главный регулятор, изменяя подачу топлива (и воздуха), поддерживает давление за котлом строго постоянным.

Очевидно, этому варианту схемы присущи недостатки, связанные с отсутствием сколько-нибудь точного метода измерения мгновенного количества топлива (в случае угля), а также и с взаимосвязанностью обоих регуляторов.



Фиг. 113. Принципиальная схема регулирования процесса горения — параллельно-последовательный вариант с изотермным главным регулятором.

Все вышесказанное приводит в большинстве случаев к целесообразности построения схемы регулирования процесса горения — в виде трех независимых регуляторов по схеме, данной на фиг. 110, а иногда по схеме фиг. 111.

При наличии пылеугольных топок поток воздуха, подаваем...

мого в топку, разделяется на первичный и вторичный. Основная масса воздуха подается в топку независимо от топлива (до 60—70%) в виде вторичного воздуха. Первичный воздух является носителем горючей смеси и подается в топку вместе с топливом. Обычно регулированию подвергается лишь вторичный воздух или его общий поток. Именно об его регулировании и шла речь выше.

В отдельных случаях в связи с применением некоторых конструкций горелок встает вопрос о регулировании первичного воздуха. В этом случае схема осложняется введением дополнительного регулятора. Этот последний обычно может быть осуществлен как регулятор соотношения, например, нагрузка — первичный воздух. При этом измерение последнего производится по косвенным показателям — по положению регулирующих заслонок, по давлению в коробе перед горелками и тому подобное.

Разобрав принципы построения скелетных схем автоматического регулирования процесса горения, мы можем теперь сделать попытку определения принципиальных типов регуляторов, могущих удовлетворить технологическим требованиям. Для этой цели необходимо знать основные характеристические величины котельных агрегатов, рассматриваемых как объекты регулирования. Несмотря на большое различие типов существующих барабанных котельных агрегатов и их паропроизводительности, их характеристические величины (чувствительность и степень самовыравнивания) разнятся не так уж сильно. В дальнейшем для примеров расчета взяты цифры, характерные для мощных современных котлов.

Разберем отдельно каждый из трех регуляторов, входящих в комплекс системы регулирования процесса горения.

Регулятор давления (нагрузки). Регулятор давления обслуживает в качестве регулируемого участка сам котел. Чувствительность ε барабанного котла даже и современного с малым водяным объемом выражается относительно очень небольшой величиной (его время разгона $T_a = \frac{1}{\varepsilon}$ — величина, обратная чувствительности, относительно очень велико). Время же запаздывания регулирующего импульса относительно незначительно, и в первом приближении его значение можно принять равным 20 сек.

Малая величина чувствительности — ее порядок $\approx 0,002$ — даже при наличии заметного самовыравнивания для обеспечения устойчивости регулирования в регуляторах без обратной связи требует весьма малой скорости регулирования.

При наличии же заметного запаздывания возможность обеспечения устойчивости регулятором без связи или добавочного импульса очень проблематична.

Таким образом, регулятор давления должен быть регулятором с обратной связью. Если для примера взять регу-

лятор с постоянной скоростью закрытия и выбрать скорость регулирования сравнительно небольшой, равной $0,01 \text{ сек.}^{-1}$, то максимальное отклонение параметра в процессе регулирования будет меньше, чем (из-за неучета самовыравнивания) [см. уравнение (135)]

$$\sigma_m = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau + \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} = 0,002 \cdot 0,2 \cdot 20 + \frac{0,002 \cdot 0,04}{2 \cdot 0,01} \approx 1,2\%$$

и даже при сравнительно больших возмущениях, порядка 20% (выпадение одного из пылепитателей дает возмущение порядка 12—17%). Для обеспечения аperiodического регулирования при выбранной скорости регулирования достаточно введения незначительной неравномерности, а именно [см. уравнение (к) стр. 236]

$$\delta \geq \varepsilon \cdot \tau = 0,002 \cdot 20 = 0,04$$

т. е. около четырех процентов.

Таким образом, введение сравнительно небольшой степени жесткой обратной связи обеспечивает аperiodическое течение процесса регулирования при любых эксплуатационных возмущениях неаварийного порядка при нормальном небольшом значении величины скорости регулирования.

Эти же условия тем легче удовлетворяются при регулировании с упругой обратной связью, т. е. при изодромном регулировании.

Таким образом, выбор жесткой или упругой связи обуславливается в основном скелетной схемой регулирования и конструктивными соображениями. Однако, при изодромном регулировании может быть осуществлено поддержание давления на выходе из котла или в любой точке паросборной магистрали строго постоянным без всякой неравномерности.

Регулятор разрежения (тяги). Регулятор разрежения обслуживает в качестве регулируемого объекта толку котла. Чувствительность ее ε относительно очень велика, т. е. ее время разгона очень мало. Время же запаздывания регулирующего импульса ничтожно мало и его величиной по крайней мере в первом приближении можно пренебречь. При наличии заметного самовыравнивания ($\rho \approx 0,02$) большая чувствительность ($\varepsilon \approx 400$) способна обеспечить устойчивость процесса регулирования и даже его аperiodичность без введения обратной связи при нормальной средней величине скорости регулирования. Действительно, например, для регуляторов с постоянной скоростью закрытия, как мы видели уже раньше, условие аperiodичности протекания процесса регулирования имеет вид:

$$\frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{10 \cdot s} \geq 1.$$

Полагая $\Delta v_0 = 1\%$ *, для скорости регулирования имеем

$$s = \frac{\varepsilon \cdot \rho \cdot \Delta v_0}{10} = \frac{400 \cdot 0,02 \cdot 0,01}{10} = 0,008 \text{ 1/сек.}$$

Увеличение начального возмущающего воздействия, очевидно, соответственно увеличит величину скорости регулирования, необходимую для граничного случая аperiodичности протекания процесса.

Что касается величины временного отклонения регулируемого параметра — разрежения — в процессе регулирования, то при столь большом значении чувствительности оно практически не может зависеть от скорости регулирования. Действительно, за доли секунды разрежение после возникновения возмущающего воздействия уже должно быть близко к новому значению. Уменьшение отклонения могло бы иметь место лишь в том случае, если полное время закрытия сервомотора составило бы также несколько долей секунды. Таким образом, введение связи в регуляторе разрежения не требуется по вышеизложенным простейшим теоретическим соображениям, что и подтверждается опытом работы подобных регуляторов.

Регулятор воздуха (дутья). Регулятор воздуха по своему типу является регулятором соотношения в обоих разобранных выше скелетных схемах (фиг. 110 и 111), он работает как бы с жесткой количественной обратной связью. При этом, как и всегда у регуляторов соотношения, изменение подачи регулируемой среды, в данном случае воздуха, практически не влияет на основной регулирующий импульс — количество пара. Вследствие этого устойчивое аperiodическое протекание процесса регулирования будет иметь место всегда, если будет обеспечена малая инертность измерения обратного импульса — количества воздуха — при практическом отсутствии его запаздывания. Это требование всегда удовлетворяется в современных системах автоматических регуляторов.

При возмущениях со стороны подачи воздуха (при стабильной нагрузке) работа регулятора воздуха протекает так же, как у астатических регуляторов (без связи). В этом случае устойчивость процесса обеспечивается наличием большой чувствительности регулируемого участка при небольшой, но вполне достаточной степени самовыравнивания в нем.

Последний вопрос уже разобран выше при описании работы регулятора разрежения в топке котла.

Для данного случая чувствительность регулируемого уча-

* Величину начального возмущающего воздействия при обычных аварийных сбросах и набросах нагрузки и при автоматическом регулировании можно принять равных 1%, т. е. считать, что полный наброс ее происходит в течение времени не менее 100 сек. Увеличение расчетного возмущения даст возможность повысить скорость регулирования, но несмотря на это, расчетное значение σ_m также повысится.

стка будет иметь еще большее значение, чем в случае регулирования разрежения вверху топки.

Все вышеописанные принципиальные положения, обосновывающие выбор схем и типов отдельных регуляторов системы регулирования процесса горения в топке барабанного котла, справедливы как для котлов среднего, так и для котлов высокого давления. Из комплекса трех регуляторов наличие высокого давления ощутимо только при построении регулятора давления, в его импульсной — измерительной части. На выбор принципиального типа регулятора наличие высокого давления почти не сказывается. Действительно, котлы высокого давления обычно имеют несколько большую чувствительность к изменению давления. Но, как мы видели ранее, неравномерность параметра, необходимая для стабилизации работы регулятора, очень невелика и некоторое ее увеличение в связи с увеличением чувствительности регулируемого участка всегда возможно. Также всегда возможно и некоторое увеличение скорости регулирования для уменьшения возможности выбега параметра — давления.

Автоматическое регулирование процесса горения служит в основном целям повышения экономичности котельного агрегата. Только при резко пиковых режимах котла на первый план выступает роль автоматического регулирования процесса горения, как фактора, обеспечивающего повышение надежности и безопасности работы котельного агрегата.

Регулятор питания котла водой. Регулятор питания в отличие от системы регулирования горения во всех случаях не может рассматриваться как регулятор экономичности. Регулирование питания актуально для обеспечения надежности и безопасности работы котла при любых его режимах.

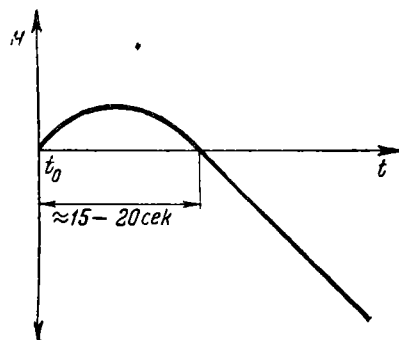
Для котлов небольшой мощности с значительным водяным объемом задача регулирования питания сводится к поддержанию постоянства уровня с помощью обычных одноимпульсных регуляторов параметра.

На современных мощных котлах с малым водяным объемом барабана и с развитой системой циркуляции работа обычных (одноимпульсных) регуляторов питания с регулирующим импульсом лишь по уровню воды в барабане котла не может быть признана удовлетворительной. Действительно (см. график фиг. 114), при сколько-нибудь значительных изменениях расхода пара, например, его увеличении, в первый момент вследствие наличия явления «вскипания», уровень воды в барабане котла начинает резко расти, что приводит к быстрому уменьшению подачи воды одноимпульсным регулятором. Это действие регулятора, принципиально неправильное, вызывает значительное запаздывание правильного изменения питания, что приводит к резким и часто недопустимым выбегам уровня.

Следует обратить внимание, что на кривой разгона (фиг. 114) участок, характеризующий влияние «вскипания»,

занимает по времени отрезок в 15—20 сек., что является не малой величиной, даже в том случае, если бы это было простым запаздыванием.

С принципиальной точки зрения наиболее совершенной схемой регулирования питания является схема трехимпульсного регулирования (см. схему фиг. 115). В схеме трехимпульсного регулятора питания на регулятор действуют три импульса — расход пара, расход воды и уровень воды в барабане котла. Регулятор при любых нагрузках должен устанавливать соответствие между расходом воды и пара при определенном значении уровня. Импульс по уровню в этом случае не является ведущим, как в обычных одноимпульсных регуляторах уровня, а играет корректирующую роль. Он введен для устранения относительно небольших изменений уровня, вызванных в основном не вполне точным балансированием прихода воды и расхода пара.



Фиг. 114. Кривая разгона уровня в барабане котла при изменениях его паровой нагрузки.

Такую схему можно рассматривать и как схему регулирования параметра со 100%-ным опережающим импульсом по расходу пара.

В схеме трехимпульсного регулирования питания помимо регулирования соотношения пар (нагрузка) — вода осуществляется и регулирование уровня. В этом последнем случае регулятор обслуживает в качестве регулируемого участка барабан котла. Здесь явление самовыравнивания практически отсутствует, следствием чего для стабилизации процесса регулирования является необходимость введения обратной связи. Она осуществляется в количественном виде по показаниям водомера, а не по положению регулирующего органа.

Степень связи может варьироваться в широких пределах и, следовательно, может быть надлежащим образом подобрана путем подбора относительной чувствительности регулятора к изменениям уровня по сравнению с его чувствительностью к изменениям расхода пара.

Статическая характеристика уровень — расход может быть сделана при трехимпульсном регулировании, по существу, любой. В том числе она может быть осуществлена в виде горизонтальной прямой, т. е. регулирование может протекать и без неравномерности параметра, т. е. уровня.

Однако, схема трехимпульсного регулятора при своем практическом осуществлении на современных мощных котлах

сильно осложняется и делается громоздкой. Это объясняется наличием двух питательных и во многих случаях двух паровых магистралей. Последнее обстоятельство приводит к необходимости суммирования импульсов от двух водомеров и часто от двух паромеров¹ и доводит число первичных импульсов прибора регулятора до 5 шт.²

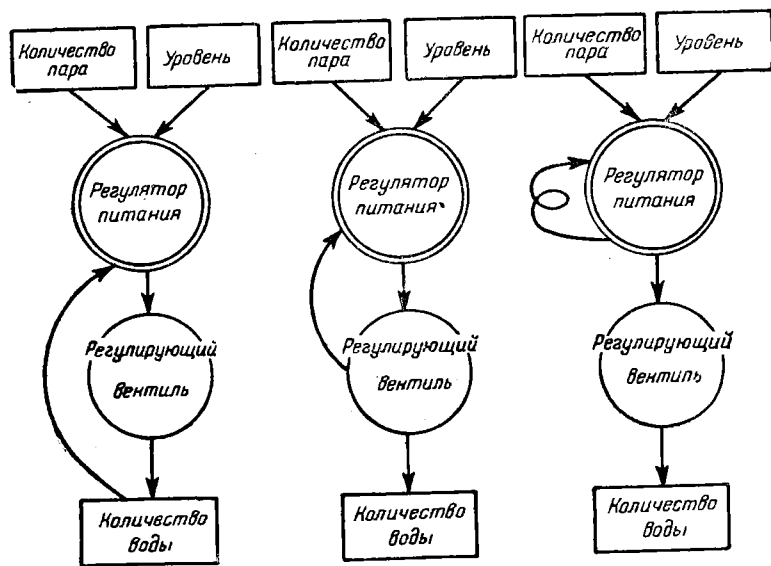


Схема трехимпульсного регулятора питания

Схема двухимпульсного регулирования питания с жесткой обратной связью

Схема двухимпульсного изодрамного регулятора питания

Фиг. 115. Принципиальные схемы многоимпульсного регулирования питания.

Несмотря на громоздкость трехимпульсной схемы, в отдельных тяжелых случаях регулирования питания следует рекомендовать ее применение. Примерами таких случаев могут служить современные мощные котлы, если они являются регулировочными и работают в остро пиковом режиме. Для избежания указанной громоздкости схемы имеется возможность замены обратного импульса регулятора, осуществляемо-

¹ Во многих случаях, даже при наличии двух паропроводов, паромер может быть один. В этом случае он включается, как измеритель перепада давления, между барабаном котла и перемычкой обеих паросборных магистралей.

² Этого можно было бы избежать при использовании приборов теплового контроля (водо-паромеров и указателей уровня) одновременно и для целей регулирования. Однако, по ряду соображений пока что этого не делают.

го по показаниям водомеров, импульсом по положению регулирующего органа, т. е., попросту говоря, жесткой обратной связью. Такую схему регулятора можно назвать двухимпульсной с жесткой обратной связью (фиг. 115) ¹.

Однако, ввиду наличия двух регулирующих органов, а также и по конструктивным соображениям, осуществление схемы с жесткой обратной связью получается также достаточно сложным.

Схема может значительно упроститься, если жесткую связь заменить упругой, т. е. изодромом (фиг. 115). С точки зрения устойчивости процесса регулирования применение изодрома не может дать худшие результаты. Однако, в этом случае регулирование соотношения пар — вода уже не может совершаться с прежней степенью точности из-за наличия определенной неравномерности уровня ².

При применении регулятора с изодромом импульс по расходу пара является уже, по существу, опережающим, а также корректирующим импульсом. Это последняя корректирующая роль выступает особенно ярко в случаях резких изменений расхода, сопровождающихся явлением «вскипания». Подобная схема может быть названа двухимпульсной с упругой обратной связью или с изодромом.

Кроме разобранных выше регуляторов часто весьма целесообразно дополнение схемы регулирования питания установкой специального регулятора постоянного перепада давления на питательном клапане или так называемого дифференциального регулятора давления. Этот регулятор обычно получает импульс от перепада давления на питательном клапане и воздействует на второй последовательно включенный вентиль. Ввиду того, что чувствительность водонапорной магистрали, как регулируемого объекта, практически бесконечно велика ³, то при наличии заметного самовыравнивания регулятор может быть выбран астатического типа.

Этот регулятор целесообразен и даже необходим в ряде случаев при регулировании уровня одноимпульсным регулятором. Он также весьма полезен, а иногда необходим при установке двухимпульсного регулирования питания с обратной связью по положению регулирующего вентиля или с упругой обратной связью.

В случае применения трехимпульсного регулятора питания установка дифференциального регулятора давления нецелесообразна. В этом случае третий импульс — по расходу питательной воды, учитывая ее действительное количество, тем

¹ При прямолинейной зависимости расхода воды от положения регулирующего органа и при постоянстве давления в питательной магистрали обе схемы вполне идентичны.

² При изодромном регуляторе для равновесия схемы необходимо, чтобы каждому значению нагрузки соответствовало свое значение уровня.

³ Вода несжимаема.

самым реагирует на все изменения давления в питательной магистрали.

Питание современных мощных котлов производится обычно по двум магистралям, что приводит к наличию двух регулирующих органов. При автоматическом регулировании оба эти органа обычно снабжаются сервомоторами регулятора. Однако, регулятор, как правило, воздействует лишь на один из них. Выбор воздействия осуществляется обслуживающим персоналом с помощью переключающего механизма. Регулирующий орган, который в данное время отключен от регулятора, может быть или полностью закрыт, или открыт частично на какую-то определенную небольшую величину.

В отдельных случаях требуется установка некоторых особых дополнительных регуляторов. Примером такого рода может служить, например, регулятор температуры подогрева мазута в случае нефтяной топки и тому подобное.

Все подобные регуляторы являются независимыми и не включаются в связанную систему регулирования котельного агрегата.

Все вышеизложенное принципиально справедливо как для котлов среднего, так и для котлов высокого давления. Котлы высокого давления обладают обычно несколько большей чувствительностью уровня к изменениям нагрузки. Явление «вскипания» в этих котлах выражено значительно менее резко. Это последнее обстоятельство объясняется тем, что относительное изменение удельного веса пароводяной смеси при изменениях нагрузки котла уменьшается одновременно с увеличением давления пропорционально последнему. Последнее обстоятельство, несмотря на некоторое (незначительное) увеличение чувствительности регулируемого участка, облегчает условия регулирования уровня в значительной степени.

14. РЕГУЛИРОВАНИЕ ПРЯМОТОЧНЫХ КОТЕЛЬНЫХ АГРЕГАТОВ

Хотя цель регулирования любого котельного агрегата одна и та же и сформулирована нами выше, однако принципиальное конструктивное различие барабанных и прямоточных котлов приводит к принципиальному различию в построении скелетных схем регулирования. Первое и основное различие заключается в том, что паровые и водяной тракты барабанного котла разделены между собой относительно большой емкостью, тогда как у прямоточного котла оба тракта являются одним продолжением другого и не имеют четкого разделения. Благодаря наличию промежуточной большой емкости в барабанных котлах любые даже достаточно длительные несоответствия между нагрузкой котла и его питанием водой при соответствии между расходом пара и подачей топлива и воздуха приводят лишь к изменению уровня в барабане котла. По-

следнее обстоятельство позволяет разделить общую схему регулирования на два самостоятельных узла — узел регулирования процесса горения и узел регулирования питания (или уровня) (см. схему фиг. 109). В прямоточных котлах любое даже кратковременное несоответствие между нагрузкой котла и его питанием водой при соответствии между расходом пара и подачей топлива приводит немедленно к резким изменениям температуры газа (и воды) по всему пароводяному тракту котла. Вследствие этого при регулировании прямоточного котла необходима непрерывная строгая синхронизация в питании котла водой и топливом, что приводит к невозможности разделения схемы регулирования на два отдельных узла. Такая строгая предварительная синхронизация в подаче топлива и воды в первых прямоточных котлах выполнялась специальными установками, механически осуществлявшими подобную синхронизацию. Примерами подобных установок могут служить спаренные поршневые водомазутные насосы с общим механическим или электрическим приводом и тому подобные специальные устройства. Эти устройства особенно осложняются в случае применения пылеугольного топлива.

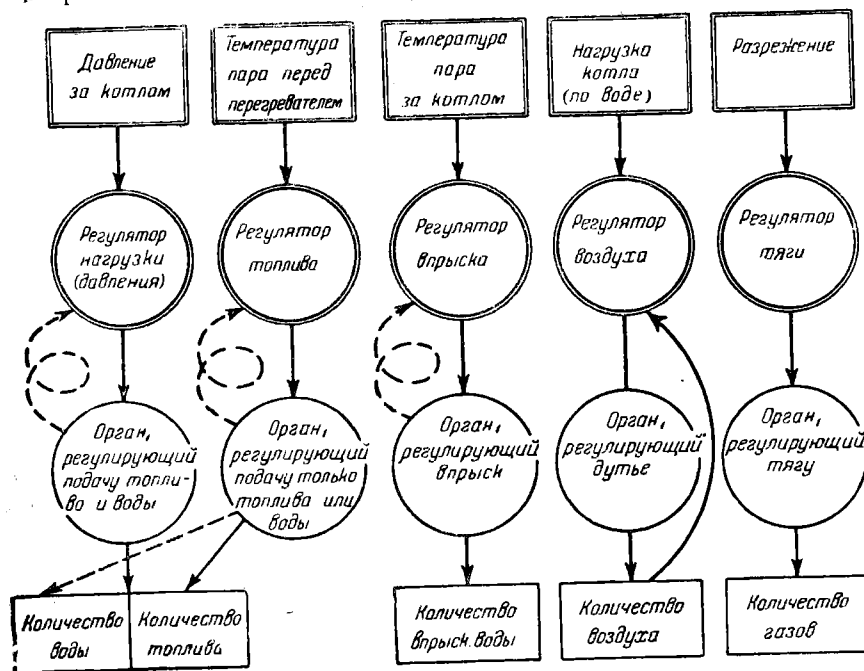
Эта строгая предварительная синхронизация все же не могла полностью избавить от необходимости дополнительного точного подрегулирования подачи топлива или воды для избежания значительных колебаний температуры по всему тракту котла. Однако, эти колебания температуры пара даже при наличии пылеугольных топок и, тем более, в случае нефтяных или газовых топок оказывалось такого порядка, что при их регулировании удавалось обойтись без дополнительного регулирования температуры пара за пароперегревателем. Точное подрегулирование подачи топлива или воды в этом случае осуществляется принципиально как по температуре пара перед пароперегревателем, так и за ним.

Опыт эксплуатации крупных промышленных пылеугольных котлов показал, что предварительная механическая синхронизация подачи топлива и воды не является необходимой. Этот вывод позволил сейчас перейти к осуществлению питания котлов водой с помощью центробежных насосов при раздельном управлении подачей топлива и воды.

Однако, в этом случае оказалось необходимым, как и у барабанных котлов, дополнительное отдельное регулирование температуры перегретого пара за пароперегревателем, осуществляемое сейчас с помощью регулируемого впрыска воды перед пароперегревателем.

Таким образом, регулирование прямоточных котлов может быть осуществлено по двум, несколько разнящимся, принципиальным скелетным схемам. При регулировании с предварительной синхронизацией подачи воды и топлива (см. схему фиг. 116) изменение нагрузки котла одновременно и синхрон-

но действует на подачу воды и топлива. Изменение дутья и тяги осуществляется в соответствии с изменением нагрузки котла. Имеющие место и при наличии предварительной синхронизации небольшие расхождения в синхронности подачи воды и топлива приводят к колебаниям температуры пара и воды по всему пароводяному тракту. Поддержание постоянства температуры пара производится воздействием на подачу только топлива или воды по температурам до и после пароперегревателя¹:



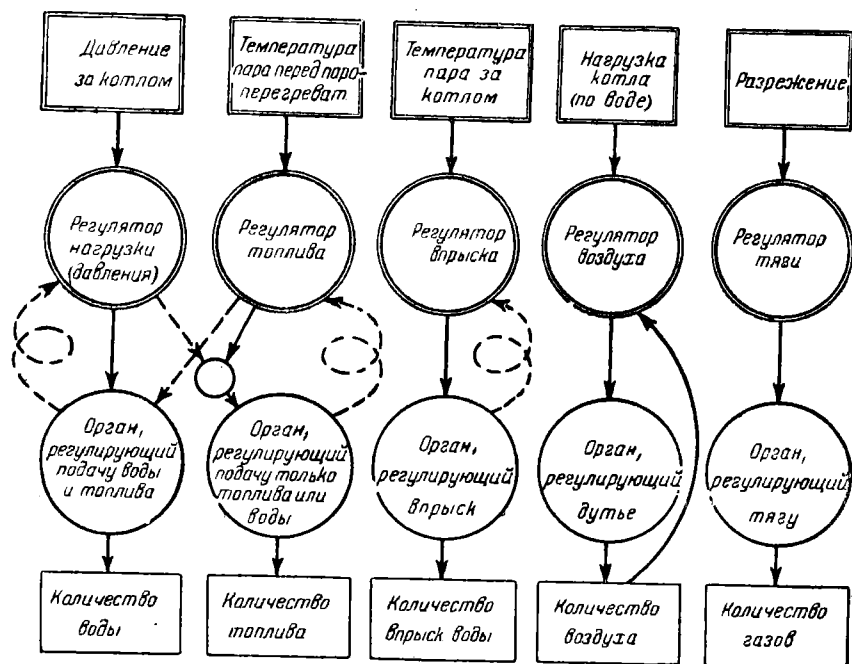
Фиг. 116. Принципиальная скелетная схема регулирования прямоточного котла Рамзина с предварительной синхронизацией.

В настоящее время регулирование прямоточных котлов производится без предварительной синхронизации следующим образом (см. схему фиг. 117): изменение нагрузки котла осуществляется одновременно, по возможности синхронным, изменением подачи топлива в топку и питательной воды в котел. Изменение дутья и тяги осуществляется в соответствии с изменением нагрузки котла. Принципиально возможно осуществление предварительной грубой синхронизации не только путем одновременного воздействия на подачу воды и топлива с предварительным, конечно, подбором одинаковых скоростей

¹ Постановка дополнительного регулятора температуры пара за пароперегревателем путем, например впрыска, не является необходимым в такого рода схеме.

регулирования как воды, так и топлива. Такая предварительная синхронизация может быть осуществлена постановкой отдельного быстродействующего регулятора соотношения топлива — вода. В этом случае импульс от изменения нагрузки котла может быть подан к регулятору, воздействующему только на топливо или только на воду.

Рассуждения, приведенные нами выше (см. стр. 283) для барабанного котла о развязывании схемы регулирования, в полной мере относятся и к прямоточным котлам. Из этого



Фиг. 117. Принципиальная скелетная схема регулирования прямоточного котла Рамзина без предварительной синхронизации.

следует, что регулирование нагрузки котла может быть осуществлено как регулирование давления пара на выходе из котла. Точно так же регулирование дутья и тяги в соответствии с нагрузкой котла может быть заменено для тяги или дутья регулированием разрежения вверху топки. Схемы фиг. 116 и 117 даны уже с учетом указанных возможностей.

Нагрузка прямоточного котла в установившемся режиме может быть определена как по количеству пара, так и по количеству топлива или воды. Количество топлива, подаваемое в топку, подобно тому, как это имеет место в топках барабанных котлов, в настоящее время может быть определено только по вторичным признакам (например, по среднему числу оборотов электродвигателей пылепитателей), что оказывается

сравнительно сложным и значительно приближенным. Кроме того, количество топлива не однозначно определяет нагрузку котла, которая зависит еще от качественного состава топлива и его влажности. Количество пара и воды может быть легко определено одними и теми же методами и сравнительно точно. Количество пара или воды можно измерить по перепаду давления на дроссельном органе, например, на мерительной шайбе. Однако, в переходном режиме между этими двумя количествами могут иметь место расхождения. При этом количество пара определяется, естественно, с некоторым запозданием по сравнению с количеством воды.

Вышеприведенные соображения приводят к выводу, что регулирующий импульс для регулятора соотношения нагрузка — воздух (регулятор воздуха), определяемый нагрузкой котла в каждый данный момент, целесообразно взять по количеству питательной воды.

Так как при регулировании прямоточного котла количества воды и топлива все время быстро синхронизируются тем или иным способом, то при взятии основного регулирующего импульса для регулятора воздуха по количеству воды нет необходимости введения в схему последнего регулятора дополнительного импульса от регулятора давления.

Совокупность трех перечисленных выше регуляторов осуществляет, по существу, регулирование процесса горения. Их наличие приобретает особую актуальность лишь при пиковом (регулируемом) режиме котла. Всякое несоответствие между подачей топлива и воды сказывается на изменении температуры пара (и воды) по всему пароводяному тракту котла. Поддержание постоянного значения температуры пара производится двумя независимыми регуляторами в двух точках парового тракта — перед и после пароперегревателя. Температура пара перед пароперегревателем поддерживается путем изменения подачи или только топлива, или только питательной воды в такой мере, чтобы достигнуть возможно более точной их синхронизации. Температура пара за пароперегревателем, т. е. на выходе из котла, поддерживается изменением впрыска воды перед пароперегревателем. Величина впрыска, естественно, ограничена и лежит нормально в пределах примерно 5% от нагрузки котла, с колебаниями, могущими достигать кратковременно до 10—12%.

Это обстоятельство позволяет гасить с помощью изменения впрыска часть колебаний температуры, не превосходящих 5—7% ее номинального значения.

Как было уже указано выше, регулятор температуры пара перед пароперегревателем может воздействовать при своей работе или только на топливо, или только на воду. И тот и другой способ воздействия имеет свои достоинства и недостатки. Так как рассинхронизация в подаче воды и топлива в большинстве случаев имеет своим источником недостаточно

стабильную подачу топлива из-за работы пылепитателей, то для сохранения стабильной нагрузки котла кажется более целесообразным осуществление подрегулировки регулятором температуры пара перед пароперегревателем именно топлива. Но это приведет к неправильной работе регулятора при некоторых аварийных режимах в работе котла, например, при срыве факела. В этом случае вследствие снижения температуры пара регулятор, очевидно неправильно, будет стремиться к увеличению подачи топлива.

Воздействие этого регулятора на подачу воды не будет вызывать неправильной работы регулятора в аварийном режиме. Однако, при этом будет часто иметь место не вызванное внешней необходимостью изменение нагрузки котла. Целесообразность воздействия регулятора на топливо или воду нельзя еще считать вполне выявленной. В связи с объективными условиями на всех котлах, установленных и работающих в настоящее время, этот регулятор осуществляет воздействие на подачу топлива и часто носит название регулятора топлива.

Оба последних регулятора в нормальной своей работе не могут обойтись одним регулирующим импульсом и, как это будет видно в дальнейшем, нуждаются еще и в дополнительных опережающих импульсах. Это последнее замечание в особенности относится к регулятору топлива.

Актуальность работы двух регуляторов температуры не снижается и при строго базовом режиме котла. Опыт эксплуатации прямоточных котлов показывает, что и при базовом режиме котла нарушения соответствия в подаче воды и топлива, приводящие к колебаниям температуры пара по всему паровому тракту котла, всегда имеют место по ряду причин. Наиболее частой причиной нарушения соответствия является изменение подачи топлива из-за неравномерной подачи пыли пылепитателями. Однако, в ряде случаев нарушение синхронности подачи происходит и со стороны подачи воды, особенно при наличии центробежных насосов.

Для спокойной работы всей системы регулирования, а следовательно, и самого котла необходима (и во всяком случае весьма желательна) стабилизация подачи воды в котел. Особенно важно сделать подачу воды независимой от давления пара на выходе из котла. При наличии поршневых питательных насосов эта стабилизация осуществляется сама собой. При центробежных питательных насосах естественная стабилизация может осуществляться лишь при крутой характеристике насоса. Если это условие не выполняется, следует идти на искусственную стабилизацию подачи воды. Это можно осуществить установкой шестого дополнительного регулятора дифференциального регулятора давления на питательном клапане (или на мерительной питательной шайбе).

Установку обоих регуляторов температуры, а в большинст-

в случае дифференциального регулятора давления следует в настоящее время считать тем минимумом автоматизации, который необходим для нормальной эксплуатации прямоточных котлов вне зависимости от режима их работы в котельной. Этот минимум носит название «малой автоматизации» прямоточного котла.

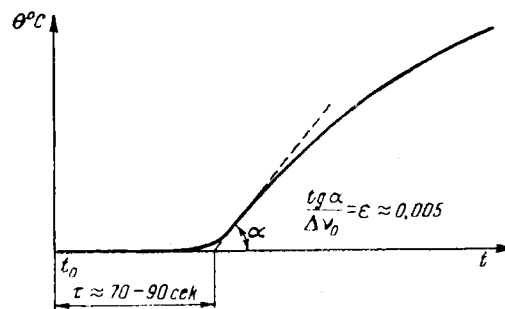
Регуляторы прямоточного котла. Обратимся теперь к рассмотрению принципиальных типов отдельных регуляторов. Регулятор воздуха и регулятор тяги принципиально не отличаются от аналогичных регуляторов барабанного котла.

Чувствительность и степень самовыравнивания топки прямоточного котла и его воздушного тракта носит тот же порядок, что и у барабанных котлов. Следовательно, принципиальные типы регуляторов могут быть выбраны на основании уже приведенных выше (стр. 292) соображений.

Что касается регулирования давления, то в этом случае прямоточный котел как регулируемый участок обладает большей чувствительностью по сравнению с барабанным при возмущениях как со стороны подачи топлива, так и со стороны подачи воды. Кроме того, в прямоточном котле наблюдается и некоторое вполне заметное запаздывание. Все это приводит к целесообразности выбора регулятора с упругой обратной связью¹.

Рассмотрим далее систему автоматического регулирования температуры пара в прямоточном котле. Эта задача является основной при регулировании бесепараторных котлов и по своей трудности носит проблемный характер.

Кривая разгона прямоточного котла для температуры пара перед пароперегревателем при возмущении со стороны топлива имеет вид, данный на фиг. 118. Ее рассмотрение приводит нас к следующему. Прямоточный котел при относительно большой чувствительности к возмущению (относительно малом времени разгона) обладает весьма значительным запаздыванием импульса. Полное запаздывание импульса в боль-



Фиг. 118. Типовая кривая разгона прямоточного котла для температуры пара перед перегревателем.

¹ А в некоторых случаях может привести к необходимости введения в схему регулятора давления добавочного опережающего импульса.

ней своей части обусловлено «чистым» запаздыванием τ . Лишь небольшая доля всего запаздывания может быть отнесена за счет «переходного» запаздывания τ_n . Время полного запаздывания τ несколько зависит от первоначальной нагрузки котла и доходит до величины 70—90 сек. Чувствительность регулируемого участка имеет значение, приблизительно равное 0,004—0,005 сек.

Такого рода соотношение между временем запаздывания и чувствительностью регулируемого участка создает весьма большие трудности для регулирования. Принципиальное исследование процесса регулирования с запаздыванием, изложенное выше, показывает, что добиться хорошей стабилизации процесса возможно за счет применения обычных средств — упругой обратной связи или добавочного импульса от производной параметра. Однако, это же исследование показывает, что при регулировании обычными методами не всегда можно добиться того, чтобы отклонения параметра в процессе регулирования укладывались в технологически допустимые пределы.

Возвращаясь снова к фиг. 118, примем во внимание, что любой реальный регулятор имеет некоторую зону нечувствительности Δ , величину которой вряд ли можно сделать меньшей 1% от значения регулируемого параметра (400°С). Следовательно, регулятор включится в работу лишь спустя время, приблизительно равное времени полного запаздывания τ . Эта работа регулятора скажется на поведении параметра, очевидно, спустя время, снова равное времени запаздывания τ . За это время параметр, следуя по регулировочной характеристике котла, успеет отклониться на величину σ_1 , равную произведению $\varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau$.

Дальнейшее поведение параметра будет зависеть от закономерности движения регулирующего органа. Все дальнейшие рассуждения мы проводим, предполагая, что регулирование совершается с постоянной скоростью.

Если регулятор работает с постоянной скоростью, то под влиянием его работы параметр описывает параболу. При этом его максимальное отклонение может быть подсчитано из уравнения (127):

$$\Delta \sigma_m = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s}.$$

Величиной возмущающего воздействия Δv_0 , которая достаточно часто имеет место в эксплуатационных условиях и на которую следует ориентировать работу регулятора, является выпадение одного из пылепитателей. При наличии 8 пылепитателей выпадение одного из них даст возмущение в 12,5%, а при 6 пылепитателях = 17%. Примерно такие же величины

возмущающих воздействий имеют место и при сбросе или наборе нагрузки.

Величина максимально возможной скорости регулирования может быть определена приближенно как частное от деления возмущающего воздействия на время полного запаздывания

Таким образом, $s \approx \frac{\Delta v_0}{\tau}$. Здесь τ время общего запаздывания, принимаемое равным 90 сек., в течение которого регулятор должен работать безусловно. Отсюда

$$s \leq \frac{0,17}{90} = 0,0019$$

и значение s можно принять равным 0,002.

Таким образом, общее отклонение параметра может быть подсчитано с достаточной степенью точности

$$\sigma_1 = \varepsilon \cdot \Delta v_0 \cdot \tau = 0,004 \cdot 0,17 \cdot 90 = 6,12\%, \text{ т. е. } 24,5^\circ \text{С},$$

$$\sigma_2 = \frac{\varepsilon \cdot \Delta v_0^2}{2 \cdot s} = \frac{0,004 \cdot 0,17^2}{2 \cdot 0,002} = 2,9\%, \text{ т. е. } 11,5^\circ \text{С}$$

или общее $\Delta \sigma_m = 36^\circ \text{С}$.

Уже это отклонение параметра выходит за технологически допустимые крайние границы отклонений, но, кроме того, было бы неверно ориентироваться на подсчитанную только что величину отклонения. Во-первых, следует прибавить еще отклонение параметра в зоне нечувствительности, примерно равное 1%, т. е. 4°С . Во-вторых, всегда может так случиться, что подсчитанное отклонение наложится на отклонение параметра, уже имеющее место в нормальном эксплуатационном режиме. Это последнее по данным опыта вполне можно приравнять отклонению параметра под влиянием 10% возмущающего воздействия.

Подсчитывая последнее аналогично предыдущему, мы будем иметь его значение, примерно равным 4,5%, т. е. 18°С ($\Delta \sigma_m = \sigma_1 + \sigma_2 = 3,5\% + 1,0\%$).

Таким образом, следует считать возможное отклонение параметра примерно равным $57\text{—}58^\circ \text{С}$ *.

Взятая для подсчета величина возмущения не может считаться максимальной и исключительной. В практике эксплуатации достаточно часто имеют место и более значительные возмущения, обусловленные, например, кратковременным срывом факела, выпадением одновременно двух пылепитателей, быстрыми, эксплуатационно необходимыми сбросами или набросами нагрузки и тому подобное. Во всех подобных случаях отклонение параметра превысило бы 100°С .

* Опытные данные дают еще большую величину отклонения, достигающую до $65\text{—}70^\circ \text{С}$.

Есть два пути, следуя по которым можно добиться значительного сокращения временных отклонений параметра в процессе регулирования. Первый из них ведет к построению такой системы регулирования, которая дала бы возможность избежать значительных эксплуатационных возмущающих воздействий. Точнее — система регулирования должна без запаздываний быстро сводить возникающие возмущающие воздействия к нулю, оставляя на долю автоматического регулятора температуры перегрева лишь исправление незначительных по величине остаточных возмущений или возмущений, лежащих за пределами чувствительности и точности основной системы регулирования.

Этот путь сводится к установке любым путем достаточно точной предварительной синхронизации в подаче топлива и воды. Он может быть осуществлен как чисто механическими устройствами, так и установкой специальных быстродействующих автоматических регуляторов соотношения топливо — вода. Первый способ нашел применение, например, у прямоточных котлов с нефтяной топкой.

Отсутствие достаточно точного и простого метода измерения мгновенного количества пыли привело к тому, что в настоящее время нет действующих регуляторов соотношения топливо — вода для пылеугольных прямоточных котлов¹.

Кроме того, как метод предварительной механической синхронизации, так и установка регулятора соотношения, измеряющего количество топлива по косвенным показателям (например, по числу оборотов электродвигателей пылепитателей), не учитывает таких часто встречающихся возмущений, как выпадение пылепитателей и обрыв факела. Таким образом, в этих случаях возможны, хотя и не частые, но недопустимо большие отклонения регулируемой температуры.

Другой возможный путь к сокращению отклонений температуры при значительных возмущениях заключается в уменьшении запаздывания регулирующего импульса. Уменьшение запаздывания пропорционально сократит величину σ_1 — прямолинейную составляющую общего отклонения — отклонение за время запаздывания и одновременно также пропорционально сократит и величину σ_2 — отклонение в процессе регулирования, так как сокращение времени запаздывания позволит соответственно увеличить скорость регулирования. Для сокращения этого отклонения до величины 15—20° С величину запаздывания следует свести по крайней мере к 20—25 сек.

Для уменьшения времени запаздывания в свою очередь есть два пути. Первый путь заключается в том, чтобы выбрать

¹ Метод измерения количества топлива по среднему числу оборотов электродвигателей пылепитателей является для нашей цели слишком грубым, оставляющим на долю регулятора температуры пара погашение достаточно больших остаточных возмущений.

для регулирования какой-либо косвенный параметр, меняющийся при нарушении синхронности в подаче топлива и воды однозначно с температурой пара и связанный с ней жесткой функциональной зависимостью, но имеющий значительно меньшее запаздывание.

В качестве такого параметра можно было бы принять, например, температуру газов в одной из точек газохода котла. Однако, эта температура почти не связана с количеством подаваемой в котел воды (при неизменной подаче топлива), следовательно, не изменяется при возмущениях, идущих со стороны подачи воды. Кроме того, эта температура является функцией нагрузки котла, причем вид этой функции в какой-то мере связан с качеством топлива и с состоянием поверхностей нагрева.

Для той же цели уменьшения действующего запаздывания в топку котла предполагалось ввести сравнительно тонкую трубку, шунтирующую котел.

Если эту трубку (называемую «термосигнальной») расположить в топке и газоходах котла так, чтобы температура воды на выходе из нее была ниже точки кипения и изменялась пропорционально температуре пара перед пароперегревателем, то величина этой температуры может служить косвенным параметром, обладающим малым запаздыванием. Опыты использования такой трубки, которые были в свое время проведены лабораторией авторегулирования ВТИ и Бюро прямооточного котлостроения на опытном прямооточном агрегате, не привели к желаемому результату. Трубку не удалось осуществить так, чтобы температура воды на выходе из нее не являлась функцией нагрузки котла.

Второй путь сокращения времени запаздывания заключается во введении в измерительную систему регулятора дополнительной импульса, имеющего меньшее запаздывание по сравнению с основным измерительным и регулирующим импульсом и изменяющимся однозначно с ним. Для того чтобы этот дополнительный импульс не вносил искажений при стационарном состоянии объекта регулирования, он должен быть «скоростным», т. е. имеющим место только в момент изменения режима котла.

Этот дополнительный опережающий импульс должен чувствоваться наличием рассинхронизации вода — топливо как со стороны топлива, так и со стороны воды.

Такими импульсами могут быть скорость изменения температуры отходящих газов, измеренная лучше всего в зоне пароперегревателя¹, и скорость изменения количества питательной воды. Измерение этих скоростей может быть произведено несложными методами. Оба эти дополнительных им-

¹ Неплохим дополнительным импульсом может служить и скорость изменения температуры факела, однако измерение этой величины связано с большими трудностями.

пульса могут быть осуществлены с весьма небольшим запаздыванием, не превышающим 5—7 сек. Однако, импульсные схемы автоматического регулятора с этими двумя дополнительными опережающими импульсами получаются несколько сложными и громоздкими.

Подачу опережающего импульса можно осуществить и иным путем. Можно взять тонкостенную трубку из любого материала, поместить ее в газ в том месте, где требуется измерить температуру или скорость ее изменения и включить шунтом к какой-либо части пароводяного тракта котла, например, к подогревателю. Температура воды на выходе из такой трубки при неизменном расходе питательной воды будет однозначной функцией лишь температуры газов, а скорость ее изменения — однозначной функцией скорости изменения температуры газов¹.

Кроме того, при неизменной подаче топлива, но изменяющейся подаче воды, температура воды на выходе из трубки является, очевидно, однозначной функцией этой подачи.

Таким образом, импульс, полученный по температуре воды на выходе из импульсной (термосигнальной) трубки, появляется как при изменениях в подаче топлива в топку, так и при изменениях в подаче питательной воды в котел. Следовательно, отпадает необходимость введения в схему автоматического регулятора второго добавочного импульса от изменения в подаче питательной воды и измерительная часть схемы регулирования значительно упрощается. В случае применения импульсной трубки в только что описанном виде толщина ее стенок должна быть соответственно значительной. Вследствие этого время запаздывания опережающего импульса, измеренного по импульсной трубке, может достигать до 15—20 сек. при возмущениях со стороны топлива, что, однако, является приемлемым. При возмущениях в расходе воды время запаздывания импульса по трубке значительно меньше и ограничивается 6—8 сек.

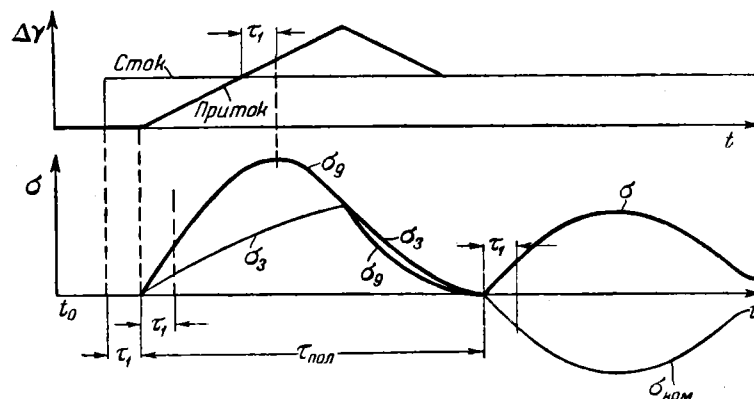
В настоящее время импульсная трубка включается шунтом к котлу с местами присоединения до и после водяного подогревателя. В газоходе она располагается в зоне перегревателя, примерно в его середине и пересекает весь газоход. Путем установки на входе в импульсную трубку подходящей шайбы целесообразно довести температуру воды на выходе из трубки до 200—220°С при полной нагрузке котла, однако ни в коем случае не допуская ее „запаривания“, т. е. образования на выходе из нее насыщенного пара.

Наиболее целесообразное место установки импульсной трубки в топке котла и минимальное время запаздывания импульса, взятого от нее, пока еще не могут считаться точно установленными и подлежат дополнительному экспериментальному изучению.

¹ При этом значение температуры газов, измеренное по температуре воды на выходе из трубки, будет, очевидно, усредненным.

Добавочный импульс по производной параметра, как было показано выше, приводит в процессе регулирования к остаточным незатухающим колебаниям, наличие которых ограничивает улучшение качества процесса. Более целесообразно при наличии столь больших эквивалентных запаздываний, которые имеют место в рассматриваемом случае регулирования, вводить специальный «компенсирующий» дополнительный импульс¹.

Принципиально такой импульс целесообразно было бы осуществить так. В начале процесса регулирования с минимальным запаздыванием (фиг. 119) относительно возмущения должен появиться дополнительный (не скоростной) импульс (левая часть кривой регулирования). Появление этого импульса поведет к тому, что возмущение будет погашено регулятором еще до того, как на кривой параметра (спустя время полного запаздывания) окажется полученное возмущение. К этому моменту начала изменения параметра должен появиться второй дополнительный импульс. Действие его должно быть противоположно с действием отклонения параметра и примерно равно с ним по величине. Во времени этот импульс должен изменяться идентично с параметром, все время имея противоположное ему направление воздействия. На правом участке кривой регулирования фиг. 119 он является как бы зеркальным



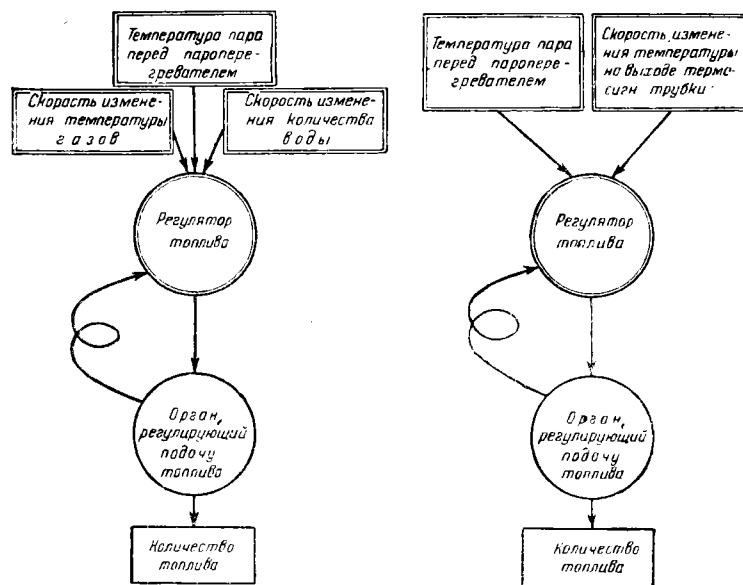
Фиг. 119. Кривая регулирования при наличии запаздывания с дополнительным «компенсирующим» импульсом.

отображением кривой самого параметра. Введение этого дополнительного «компенсирующего» импульса погасит вредное остаточное последствие сильно запаздывающего параметра и будет способствовать улучшению процесса регулирования².

¹ См. статью к. т. н. В. Д. Миронова, ВТИ № 8 за 1948 г.

² В электрических измерительных схемах такой импульс может быть осуществлен с помощью видоизмененных «скоростных» термопар (или

Вышеприведенные соображения приводят к вариантам схем регулятора температуры пара перед пароперегревателем, данным на фиг. 120. Их описание уже сделано выше и фиг. 120 не требует дополнительных пояснений. Второй вариант схемы является наиболее целесообразным.



Фиг. 120. Принципиальные скелетные схемы регулятора температуры пара перед пароперегревателем.

Что касается регулятора температуры острого пара (регулятора впрыска), то он не является особо специфическим для прямоточного котла. Все дальнейшие обоснования выбора его принципиальной скелетной схемы в значительной мере относятся и к регуляторам перегрева пара барабанных котлов.

Регулируемым участком для этого регулятора является пароперегреватель. Возмущение, проникающее в данный участок, может быть трех родов: а) со стороны газов, омывающих поверхность пароперегревателя; б) со стороны пара, поступающего в перегреватель из котла; в) со стороны сборного паропровода.

Возмущение первого рода появляется при изменении температуры омывающих газов (вследствие изменения в подаче топлива и т. п.) или их скорости. Чувствительность участка по отношению к этим возмущениям относительно велика. Величина возмущений по газам вследствие большой неравно-

термобатарей) или же „скоростных“ термометров сопротивления. Описание их можно найти в сборнике ВТИ по автоматическому регулированию (Госэнергоиздат, 1949) в статьях С. Г. Герасимова и В. Д. Миронова.

мерности в подаче пыли для пылеугольных котлов оказывается часто весьма значительной. Указанные условия весьма неблагоприятны в отношении регулирования, особенно если учесть наличие некоторого запаздывания, существующего между моментом возникновения возмущения и началом изменения температуры пара.

Возмущения второго рода в свою очередь могут явиться следствием двух причин: а) изменения температуры пара, подходящего из собственно котла¹, и б) изменения температуры пара вследствие изменения количества впрыскиваемой воды. Возмущения первого типа наступают сравнительно медленно, однако могут нарастать продолжительное время в одном и том же направлении. Возмущение второго типа зависит от действия регулятора. Как показывает опыт, время запаздывания, которое протекает от момента появления возмущения второго рода до момента начала изменения регулируемой температуры, может достигать величины, значительно превосходящей запаздывание в отношении возмущений первого рода.

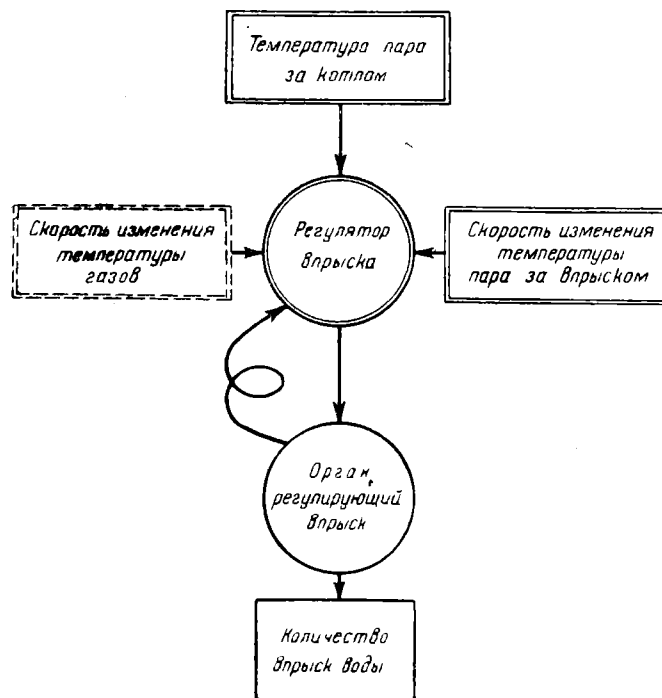
Возмущения третьего рода появляются в результате изменения давления в сборном паропроводе, что влияет на скорость пара в перегревателе данного котла, а следовательно, и на температуру пара.

Для обеспечения устойчивого и качественного регулирования температуры пара при условиях, приведенных выше, схема регулятора может быть представлена в следующем виде: главный импульс по температуре острого пара должен получаться с паропровода, отходящего от пароперегревателя к сборному паропроводу. Для обеспечения устойчивости процесса регулирования при условии наличия значительного запаздывания возмущений второго рода в схему должна быть введена обратная связь (так как именно это возмущение оказывает сугубое влияние на устойчивость процесса регулирования). Недопустимость длительных отклонений температуры от нормы² при различных нагрузках вызывает необходимость применения в этом случае упругой обратной связи. Для уменьшения временных отклонений температуры при возмущениях первого рода желательно применение опережающего (во времени) импульса по температуре газов. Импульс должен носить временный характер и исчезать при установившемся режиме. Для уменьшения временных отклонений температуры при возмущениях второго рода (п. «а») и третьего рода также возможно применение аналогичных опережающих импульсов.

¹ Этого рода возмущения особенно характерны для прямоточных (а не барабанных) котлов.

² Степень связи, а следовательно, неравномерность регулируемого параметра должна быть весьма значительной.

В результате (фиг. 121) схема регулирования выявляется в следующем виде: главный импульс подается от температуры острого пара. Он реагирует на температуру пара, а следовательно, в принципе охватывает все возможные случаи появления возмущений. Однако, запаздывание главного импульса при любом из вышеназванных возмущений составляет часто не менее 15—20 сек., что не всегда позволяет получить доста-



Фиг. 121. Принципиальная скелетная схема регулятора температуры острого пара.

точно качественное регулирование при наличии только одного импульса. Одним главным импульсным органом можно обойтись лишь для котлов, имеющих относительно мало развитую поверхность конвективного перегревателя. В этом случае запаздывание снижается и регулирование удается привести, используя лишь упругую обратную связь.

В противном случае, имеющем наибольшее распространение, для мощных стационарных пылеугольных котлов (особенно повышенного давления) в схему кроме упругой обратной связи приходится вводить еще добавочный импульс, реагирующий на изменение температуры газов за пароперегревателем. Использование в данном случае импульса по температуре на выходе импульсной трубки регулятора топлива не может быть

признано рациональным. Во-первых, указанная температура является функцией не только температуры газов, но в равной степени и количества протекающей в ней воды (а также ряда других аргументов), следовательно, добавочный импульс вносил бы собой дополнительные возмущения. Во-вторых, запаздывание импульса, получаемого от импульсной трубки, лишь немногим меньше запаздывания главного импульса описываемого регулятора, следовательно, его применение как «опережающего» не достигло бы цели.

Импульс от скорости изменения газовой термпары удовлетворяет условиям, поставленным выше: он обладает малым временем запаздывания и исчезает при установившемся режиме. В качестве вспомогательного опережающего импульса, реагирующего на возмущения второго рода (см. п. а стр. 311) и третьего рода, может быть использована скоростная термпара, устанавливаемая на входе в пароперегреватель, после впрыска. В некоторых случаях этот импульс может дать значительное улучшение процесса регулирования.

Все высказанные ранее положения о регулировании прямооточных котлов относятся как к котлам среднего давления, так и к котлам высоких параметров. В последнем случае в некоторых типах котлов может быть введен еще дополнительный вторичный пароперегреватель пара, отработанного турбиной высокого давления.

Регулирование температуры перегрева пара в этом пароперегревателе должно быть осуществлено отдельным регулятором температуры, воздействующим, например, на впрыск воды перед этим пароперегревателем. Проблема регулирования в этом случае аналогична проблеме регулирования острого пара для любого типа котла как прямооточного, так и барабанного и уже разобрана выше.

15. РЕГУЛИРОВАНИЕ ПЫЛЕПРИГОТОВИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

При наличии котлов с пылеугольной топкой регулирование самих котельных агрегатов тесно связано с регулированием пылеприготовительных устройств. Целесообразность автоматического регулирования систем пылеприготовления вызывается прежде всего тем обстоятельством, что их обслуживание требует, пожалуй, не меньше внимания, чем обслуживание самого котельного агрегата. При этом неудовлетворительная работа пылеприготовления может свести к нулю все выгоды, полученные при хорошем обслуживании котельного агрегата, и испортить самые хорошие показатели работы котельной.

Задача пылеприготовления заключается в том, чтобы обеспечить отдельный котел или их группу угольной пылью надлежащего качества, т. е. с определенной тониной помола и с определенной ее влажностью. Эта задача должна быть решена

наиболее экономично. В настоящее время есть два пути ее решения: с помощью независимых систем или же с помощью индивидуальных систем.

При независимых системах пылеприготовления готовый продукт — угольная пыль — подается в промежуточные бункеры котлов или бункеры пылезавода.

При индивидуальных системах угольная пыль подается непосредственно в топку котла. В этом случае пылеприготовительная система составляет неотъемлемую часть котельного агрегата.

В первом случае система регулирования процесса пылеприготовления является независимой от системы регулирования котельного агрегата. Во втором — обе эти системы тесно связаны между собой и в конечном счете должны рассматриваться как единая система.

Регулирование независимых систем пылеприготовления.

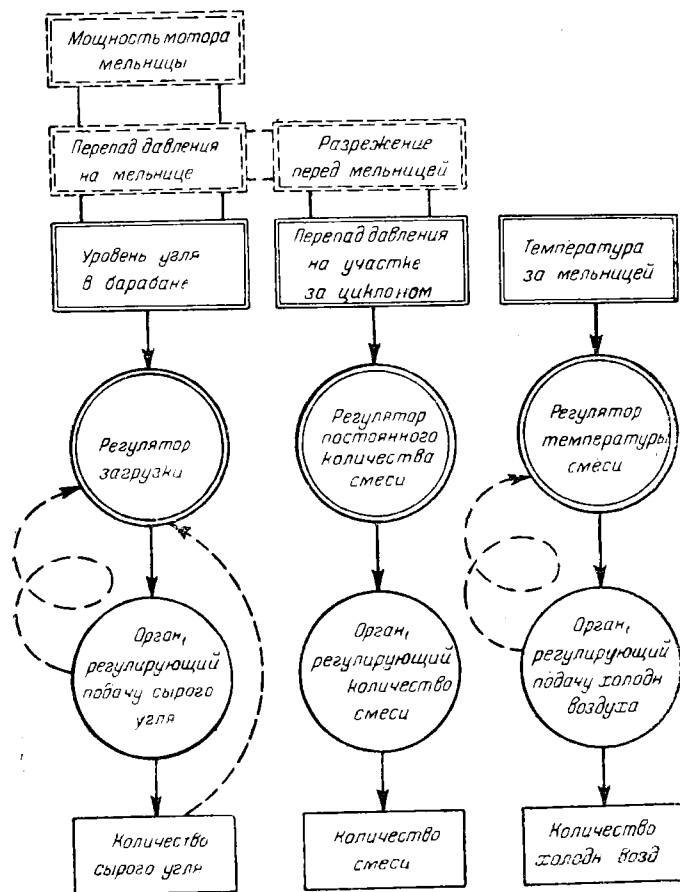
В подавляющем большинстве случаев в независимых системах пылеприготовления применяются тихоходные шаровые мельницы. В последнее время в эксплуатацию вводятся новые мельничные системы в виде пневматических мельниц. В первую очередь рассмотрим принципиальные задачи регулирования пылеприготовления при наличии шаровых мельниц.

Несмотря на то, что схемы самого пылеприготовительного устройства и его отдельные элементы могут значительно разниться между собой, детализировать их и рассматривать отдельно способы их регулирования вряд ли целесообразно, так как принципиально эти способы идентичны.

При наличии независимой системы пылеприготовления экономически целесообразна ее работа при максимальной производительности. Это требование может быть удовлетворено обеспечением постоянной и оптимальной загрузки мельницы углем. Последнее может быть достигнуто регулированием подачи надлежащего количества сырого угля в мельницу. Однако, постоянная загрузка мельницы еще не обеспечивает качества помола. Качество помола определяется его тониной и влажностью пыли. Обе эти величины не могут быть в настоящее время измерены непосредственно. Тонина помола — важнейший качественный показатель — будет постоянной, если будет постоянной скорость газозвушного потока, несущего пыль через сепаратор. По другому говоря, тонина помола будет постоянной, если будет постоянно по времени количество просасываемой через пылеприготовительную систему газопылевоздушной смеси. Требование постоянства влажности пыли хотя и желательно, но не является строго обязательным. В большинстве случаев вполне допустимы колебания влажности в достаточно широких пределах. Требование поддержания влажности выдерживается достаточно строго, если выдерживается постоянной температура газозвушной смеси после мельницы. Для отдельных сортов угля — маловлажных — ко-

нечная влажность пыли (и ее температура) в некоторых случаях вообще не имеют значения. В этих случаях регулирование влажности и температуры смеси можно и не производить.

Таким образом, регулирование независимой пылеприготовительной установки может быть осуществлено тремя незави-



Фиг. 122. Принципиальная скелетная схема регулирования независимой системы пылеприготовления с шаровой барабанной мельницей.

симыми регуляторами (см. схему фиг. 122): 1) регулятором загрузки мельницы сырым углем; 2) регулятором количества газопылевоздушной смеси; 3) регулятором температуры смеси за мельницей.

В отдельных случаях может встретиться необходимость в установке некоторых дополнительных регуляторов. Однако, это обстоятельство носит индивидуальный характер, встречается

ся сравнительно редко и потому не будет рассмотрено в дальнейшем.

Наиболее объективно загрузка мельницы может быть определена по уровню угля в барабане мельницы. Непосредственное определение этого уровня затруднительно, хотя в настоящее время имеются вполне удовлетворительные способы такого определения. В большинстве случаев считают, что достаточно хорошим объективным показателем загрузки мельницы может служить величина сопротивления прохождения газовой смеси через мельницу. Последнее возрастает с возрастанием загрузки мельницы. Для того чтобы этот показатель был достаточно объективным, необходимо, чтобы количество просасываемой газовой смеси и ее температура сохранялись бы постоянными во всех режимах¹. В некоторых случаях считают достаточно объективным показателем загрузки мельницы мощность тока, потребляемого мотором мельницы. Однако, объективность этого показателя не выдерживает строгой критики².

Таким образом, регулятор загрузки мельницы имеет в качестве регулирующего импульса уровень угля в ней или ее сопротивление, измеренное по перепаду давления газовой смеси до и после мельницы, и воздействует на питатель сырого угля.

Чувствительность мельницы к изменениям подачи сырого угля сравнительно очень низка. Время разгона мельницы имеет порядок 12 мин. (и выше). При такой низкой чувствительности наличие небольшой неравномерности регулируемого параметра вполне обеспечивает устойчивость работы регулятора даже при, относительно небольших скоростях регулирования. Таким образом, тип регулятора в основном определяется не относящимися к объекту регулирования соображениями.

При столь низкой чувствительности возможна постановка вопроса и о применении двухпозиционного способа регулирования загрузки мельницы. Этот вопрос в настоящее время нельзя еще считать решенным.

Постоянство количества газовой смеси может быть определено по постоянству перепада давления (по величине сопротивления) какого-либо участка тракта. Этот последний должен находиться, по возможности, в неизменных условиях.

Величина перепада давления на любом участке зависит от концентрации пыли в газовой смеси ρ кг пыли/кг смеси, от скорости газовой смеси w м/сек и от

¹ Очевидно, что необходимо также, чтобы горловины мельницы были всегда свободны от засорения.

² Имеются также указания о возможности принятия за регулирующей импульс „качества шума“ мельницы. Объективность такого импульса да и способ его измерения пока еще не вполне ясны.

удельного веса пылегазовоздушного потока γ кг/см³. Эти величины связаны выражением

$$\Delta h = a \cdot (1 - b \cdot \mu) \cdot \frac{w^2 \cdot \gamma}{2 \cdot g};$$

здесь a и b — постоянные коэффициенты для данного участка тракта;

g — ускорение силы тяжести (равное 9,81 м/сек²).

Для того чтобы по величине перепада давления можно было достаточно точно судить о количестве газовой смеси, необходимо, чтобы концентрация пыли и удельный вес смеси были бы, по возможности, постоянными. Эти требования легче всего достигаются, если концентрация пыли будет вообще сравнительно невелика и если температура смеси будет постоянна и тоже сравнительно мала. Этим требованиям лучше всего удовлетворяет участок тракта после циклона. Именно здесь и целесообразно производить измерение перепада давления. Если падение давления на участке после циклона окажется очень незначительным, то его измерения окажутся затруднительными. В этом случае целесообразно тем или иным искусственным путем увеличить сопротивление этого участка¹. Регулирование перепада давления может быть осуществлено путем воздействия на величину подачи вентилятора или путем воздействия на дроссельную заслонку, устанавливаемую на газовой смеси в тракте. Последний путь в большинстве случаев проще. Целесообразность же применения сложных регулирующих устройств в данном случае вряд ли может быть оправдана из-за того, что работа установки должна протекать при оптимальной большой нагрузке.

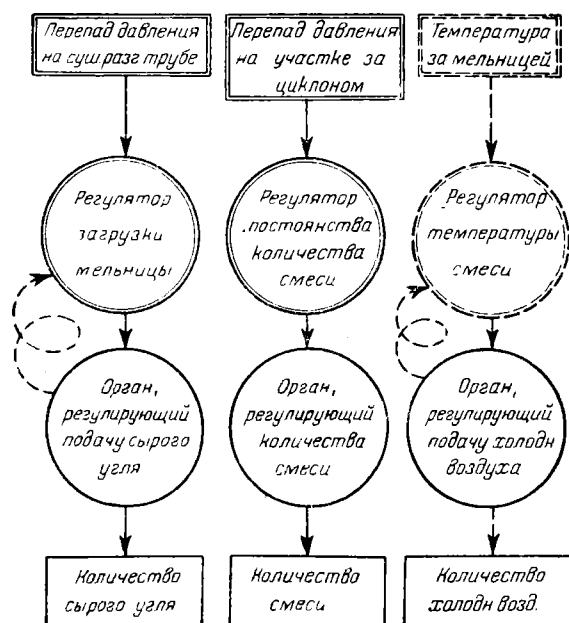
Если регулирование загрузки мельницы осуществлять по перепаду давления на ней, поддерживая его постоянным, то, поддерживая одновременно постоянным разрежение перед мельницей, тем самым мы будем осуществлять постоянное поддержание и количества смеси (см. вариант 2 на фиг. 122). Однако, так как сопротивление мельницы зависит и от ее загрузки и от количества газовой смеси, то последний метод будет несколько неопределенным, и первый вариант скелетной схемы следует считать более оправданным.

В обоих вариантах регулирования — регулирование перепада давления или регулирование разрежения — время разгона объекта регулирования ничтожно мало. В обоих случаях имеет место достаточное самовыравнивание. Наличие этих условий дает возможность применения простейшего типа астатического регулятора без какой бы то ни было обратной связи. Следовательно, в данном случае тип регулятора опреде-

¹ Например, путем искусственного сужения трубы или установки специальной шайбы.

ляется независимыми от характеристик регулируемого объекта соотношениями.

В тех случаях, когда необходимо поддержание постоянной температуры смеси, то эту температуру целесообразно поддерживать сейчас же за мельницей путем воздействия на подачу холодного воздуха или газа. Обычно воздействуют на подачу более холодной среды, т. е. воздуха. Время разгона регулируемого объекта здесь сравнительно мало при достаточной степени самовыравнивания. Однако, из-за имеющей

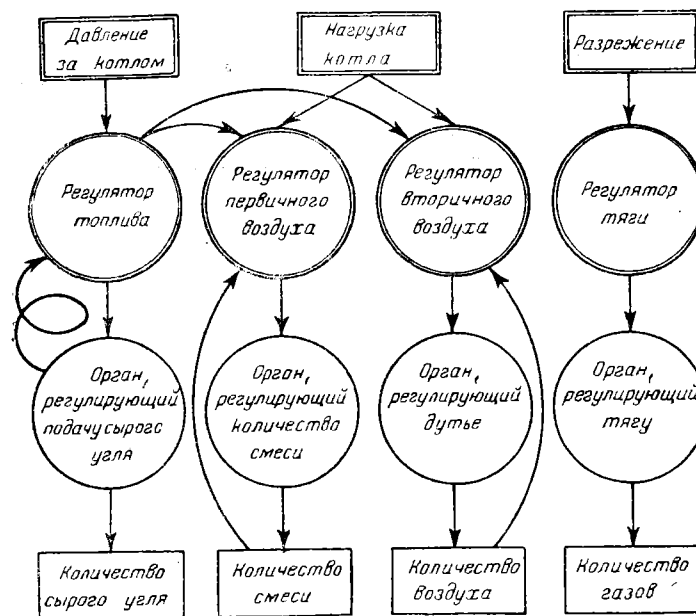


Фиг. 123. Принципиальная скелетная схема регулирования независимой системы пылеприготовления с пневматической мельницей.

обычно место некоторой инерционности замера температуры при возможных значительных изменениях влажности угля только в редких случаях можно было бы рекомендовать применение регулятора астатического типа.

При работе пневматических мельниц задачи регулирования принципиально остаются теми же, что и при регулировании барабанных шаровых мельниц, если только оба типа установок являются независимыми. Основная задача и в этом случае сводится к поддержанию оптимально большой производительности мельницы при выдерживании определенной тонины помола. В качестве основного регулирующего импульса для регулятора загрузки мельницы, повидимому, сейчас можно рекомендовать лишь перепад давления на вертикальном

участке трубы (см. схему фиг. 123) с воздействием регулятора на подачу сырого угля. В отличие от шаровых мельниц регулируемый объект в данном случае обладает значительно большей чувствительностью, т. е. значительно меньшим временем разгона. Порядок этих величин, все же таков, что было бы неосторожно ставить вопрос о возможности применения регуляторов астатического типа. Вопрос же о возможности применения регуляторов двухпозиционного типа в настоящее время должен быть снят. Таким образом, регулятор, применяемый здесь, должен иметь тот или иной дополнительный стабилизирующий процесс импульс.



Фиг. 124. Принципиальная скелетная схема регулирования при индивидуальной системе пылеприготовления.

Все дальнейшие соображения о регулировании постоянства количества газозвушной смеси и температуры ее остаются принципиально теми же, что и высказанные выше для барабанных шаровых мельниц.

Переходя к рассмотрению построения принципиальных скелетных схем регулирования пылеприготовительных устройств в случае индивидуальной их системы, мы должны отметить, что в этом случае задача регулирования должна формулироваться уже по иному. Действительно, если в случае независимых систем пылеприготовления было целесообразно поддерживать оптимально большую загрузку мельницы постоянной, то при наличии индивидуальной системы загрузка

мельницы должна всегда соответствовать нагрузке связанного с ней котла в каждый данный момент времени. При этом работа регулятора загрузки мельницы должна быть увязана с работой регулятора нагрузки котла, т. е. по предыдущему регулятору давления.

В системе индивидуального пылеприготовления применяются обычно быстроходные мельницы молоткового типа, например, аэробильные, загружаемые одновременно сравнительно небольшим количеством угля и поэтому быстро реагирующие на все изменения в питании их углем.

Такого типа мельницы обычно употребляются для мягких топлив с большим выходом летучих. При этих условиях строгое поддержание тонины помола является не строго обязательным.

Ввиду вышеизложенного основным импульсом (см. фиг. 124) для регулирования загрузки мельницы может быть выбрано давление пара за котлом с воздействием регулятора на подачу сырого угля в мельницу. В случае изохромного регулирования стабилизирующий процесс импульс осуществляется от соответствующего устройства упругой связи. В случае регулирования с жесткой связью—от главного манометра (ср. схему фиг. 112) — импульс обратной связи может быть взят по току мотора мельницы или по положению реостата мотора питателя сырого угля. Регулирование первичного воздуха ввиду большого диапазона возможных изменений нагрузки котла и мельницы целесообразно осуществлять не с помощью дроссельной заслонки, а каким-либо другим, более экономически целесообразным путем¹. Регулятор первичного воздуха целесообразно осуществить как регулятор соотношения нагрузка—первичный воздух. Первичный импульс в этом случае регулятор должен получать по расходу пара, обратный же по перепаду давления на каком-либо участке газоздушного мельничного тракта².

При построении регулятора давления с жесткой связью, работающего от главного манометра, первичный импульс для регулятора первичного воздуха целесообразно брать также от главного манометра.

Регулирование процесса горения для шахтно-мельничных топков. К группе индивидуальных систем пылеприготовления могут быть отнесены, правда несколько условно, такие устройства, в которых система пылеприготовления и само топочное устройство являются одним неразрывным целым. Характерным представителем этой группы может служить шахтно-мельничная топка. В такого рода сушильно-мельничных установках регулирование подачи топлива в собственно топку может быть

¹ Например, с помощью регулирования числа оборотов.

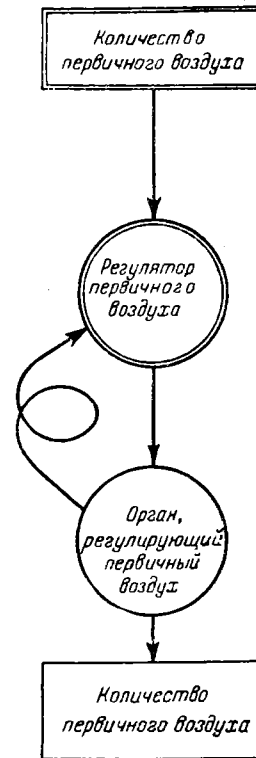
² Регуляторы топлива и воздуха и в этом варианте должны быть связаны по тем же причинам, что изложены выше.

эффективнее осуществлено изменением количества первичного воздуха. Изменение в подаче топлива сказывается на изменении производительности котла со значительным опаздыванием и при нерегулируемом первичном воздухе может привести к завалу или опорожнению мельничного устройства. С другой стороны, в настоящее время считают, что для оптимального течения процесса горения необходима определенная тонина помола (по крайней мере для большинства топлив). Это требование может быть обеспечено поддержанием постоянства скорости пыле-воздушной смеси в шахте, что в свою очередь требует поддержания постоянства подачи первичного воздуха при любой нагрузке котла. Вышеизложенное приводит к необходимости поддержания давления воздействием на топливо, т. е. приводит к тем же исходным для составления схемы регулирования требованиям, что и при регулировании пылеугольных топок. Таким образом, для регулирования шахтно-мельничных топок может быть использована любая вышеприведенная схема (фиг. 114, 115, 116, 117). Все они должны быть дополнены регулятором первичного воздуха. Этот последний должен получать основной регулирующий импульс от количества первичного воздуха, измеренного, например, по перепаду давления на специальной диафрагме, устанавливаемой в воздухопроводе первичного воздуха.

Регулятор при своей работе должен воздействовать на орган, меняющий подачу первичного воздуха. Это можно осуществить либо воздействием на шибер первичного воздуха, либо на шибер вторичного воздуха, так как оба потока обычно разветвляются уже после воздушного подогревателя.

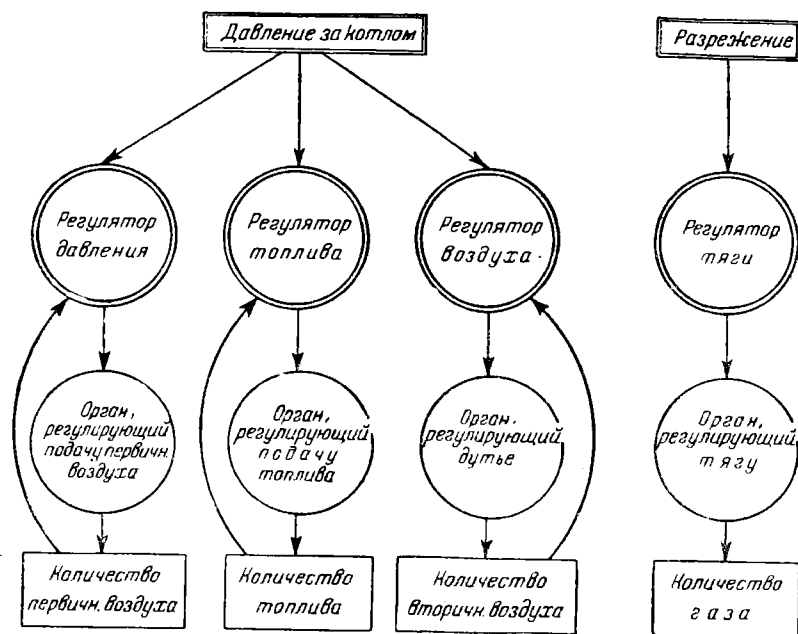
Воздействие на шибер вторичного воздуха является предпочтительным.

Рассматриваемый регулятор обслуживает участок с малым временем разгона и практически лишенный запаздывания. Поэтому этот регулятор может быть простейшим астатическим. Желание осуществления данного регулятора, как быстродействующего, может привести к необходимости устанавливать здесь регулятор изодромного типа (фиг. 125).



Фиг. 125. Принципиальная скелетная схема регулятора первичного воздуха.

Как уже было сказано выше, изменения в подаче топлива сказываются на изменении давления (и производительности котла) со значительным запаздыванием. Для уменьшения этого запаздывания целесообразно одновременно с изменением топлива изменять и подачу воздуха, хотя бы в первый момент.

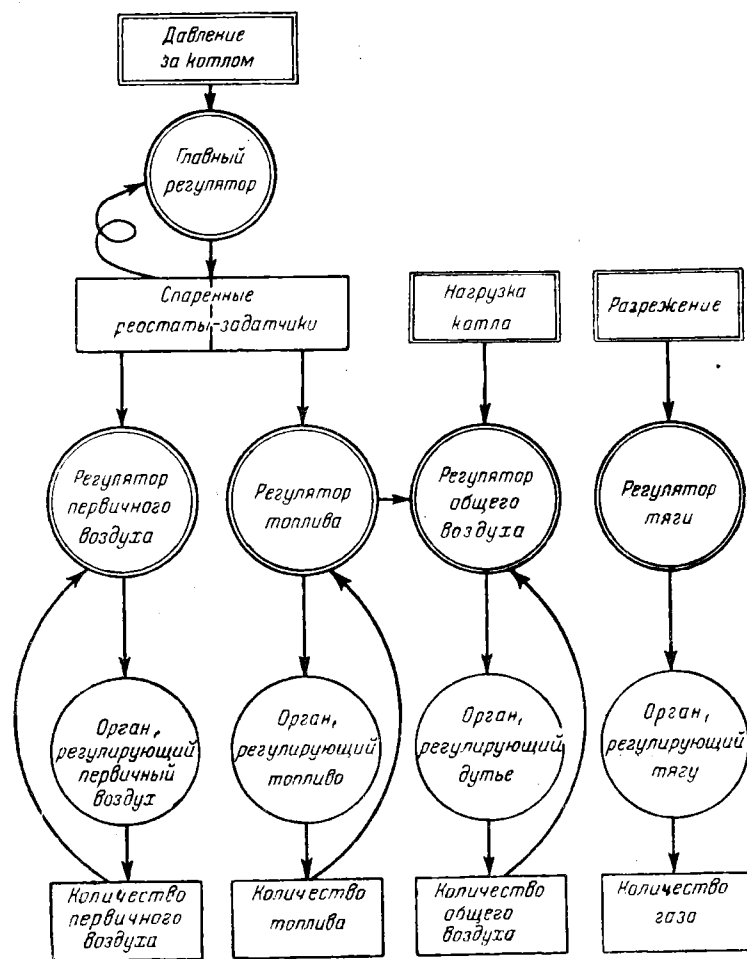


Фиг. 126. Принципиальная скелетная схема регулирования при шахтно-мельничных топках (варианты а).

Это соображение приводит к предпочтению вариантов схем, в которых подача топлива и воздуха (в данном случае общего) связаны, т. е. к вариантам схем фиг. 111 и 112, дополненных, конечно, регулятором первичного воздуха. В этих схемах для данного случая обратный импульс регулятора топлива может быть осуществлен или так же, как в случае пылеугольных топок, по положению движка реостата электродвигателя питателя (в данном случае сырого угля), или по току электродвигателя мельницы. Последнее, повидимому, предпочтительнее, так как в этом случае регулятор топлива должен отзываться и на завалы мельницы.

В тех случаях, когда сорт топлива допускает некоторые изменения тонны помола, например при торфе, только что высказанные выше соображения делают желательным осуществлять регулятор первичного воздуха так, чтобы количество этого последнего менялось одновременно с изменением подачи топлива. В таких случаях целесообразно осуществление од-

ной из связанных схем регулирования, например, с параллельным воздействием от главного манометра на три регулятора: топлива, общего и первичного воздуха (фиг. 126).



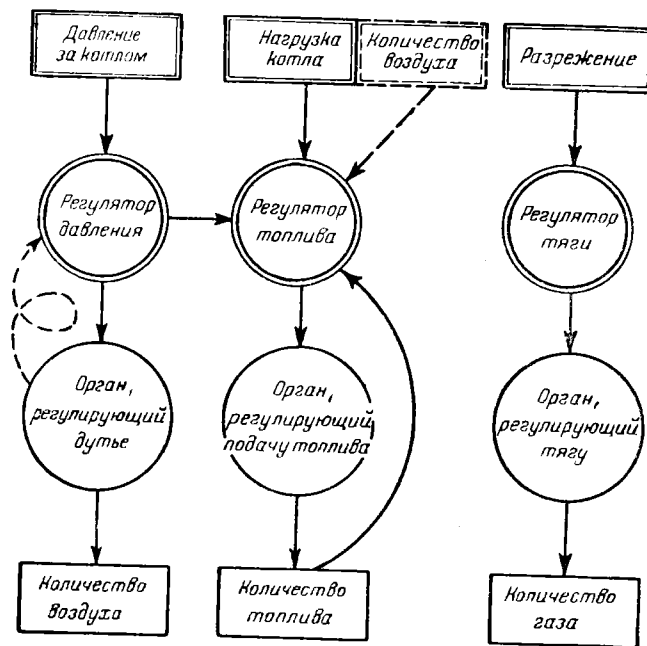
Фиг. 127. То же, что фиг. 126, вариант б.

Может быть осуществлен и вариант связанной схемы, данной на фиг. 127, последняя схема дает возможность при наличии издромного регулирования давления и при одновременном изменении топлива и первичного воздуха вести регулирование общего воздуха по нагрузке котла и не по количеству топлива.

В тех случаях, когда необходимо регулирование температуры газовоздушной смеси в шахте, должен быть установлен дополнительный регулятор этой температуры. Он в этом слу-

чае вполне подобен аналогичному регулятору, разобранным выше для независимых пылеприготовительных устройств.

Регулирование процесса горения для топок со слоевым сжиганием топлива. При регулировании топок со слоевым сжиганием еще больше, чем в только что разобранным случае



Фиг. 128. Принципиальная скелетная схема регулирования процесса горения в топках со слоевым сжиганием.

регулирования шахтно-мельничных топок, изменения в подаче только топлива не ведут практически к изменениям производительности котла. Эта последняя, наоборот, сейчас же изменяется при изменении дутья. Таким образом, регулирование давления пара за котлом должно осуществляться изменением дутья. Изменение же подачи топлива должно производиться или в соответствии с нагрузкой котла, или же в соответствии с изменением дутья во избежание переизбытка или недостатка топлива в топке.

Регулятор давления, как и во всех других разобранных случаях, может быть или изотропным, или же с жесткой обратной связью. В первом случае (см. схему фиг. 128) он, получая регулирующий импульс по давлению пара за котлом, воздействует на дутье, т. е. на подачу воздуха в топку.

Регулятор топлива является регулятором соотношения нагрузка — топливо. Он получает основной регулирующий импульс по нагрузке котла и воздействует на подачу топлива

например, на скорость подачи цепной решетки¹. Так как нагрузкой котла однозначно определяется (в стационарном состоянии при работе регулятора давления) общее количество подаваемого в топку воздуха, то первичным импульсом для этого регулятора может быть и это количество, измеренное, например, по перепаду давления на воздушном подогревателе. Обратный импульс регулятор топлива должен получить по его количеству. Последнее определяется по косвенным показателям в зависимости от способа подачи топлива, например, по числу оборотов мотора цепной решетки.

В случае регулирования давления регулятором с жесткой обратной связью целесообразно в качестве импульсного органа регулятора применение главного манометра при одновременном его воздействии и на подачу топлива, и на дутье. Получаемый при этом вариант схемы сводится к вполне аналогичному варианту схемы регулирования процесса горения для факельных топок, данному на фиг. 112.

Регулятор разрежения вверху топки, воздействующий на тягу, и в случае слоевого сжигания ничем не отличается от такого же для случая факельной топки.

Вопрос об автоматическом регулировании позонного распределения воздуха в тех случаях, когда это необходимо, пока еще не вполне ясен и здесь не рассматривается.

¹ Наличие здесь добавочного импульса от регулятора давления к регулятору топлива, повидимому, не обязательно.

БИБЛИОГРАФИЯ

- Помещаются лишь сочинения, использованные в той или иной степени при написании настоящего исследования.
1. Айзерманн М. А., О затухании колебательного движения, характеризуемого линейным дифференциальным уравнением третьего порядка с постоянными коэффициентами, „Автоматика и телемеханика“, № 1, 1940 г.
 2. Бейрах З. Я., Электромеханическая система для авторегулирования котлов, „Советские котлотурбостроение“, № 4, 1945 г.
 3. Вышнеградский И. А., О регуляторах прямого действия, „Известия С.-Петербургского техн. ин-та“, 1877 г.
 4. Вышнеградский И. А., О регуляторах непрямого действия, „Известия С.-Петербургского техн. ин-та“, 1878 г.
 5. Вюнш Г., Регуляторы количества и давления, ГОНТИ, 1932 г.
 6. Герасимов С. Г., Физические основы динамики регулирования тепловых процессов, ОНТИ, 1937 г.
 7. Герасимов С. Г., Введение в теорию непрерывного регулирования с регулирующим импульсом по параметру и его производной, Автоматизация тепловых процессов, Труды МЭИ, Госэнергоиздат, 1948 г.
 8. Герасимов С. Г., К вопросу изодромного регулирования с постоянной скоростью идеализированной системы, „Известия ВТИ“, № 12, 1947 г.
 9. Герасимов С. Г., Основы динамики регулирования тепловых процессов, характеризуемых одним параметром, Докторская диссертация, 1940 г.
 10. Герасимов С. Г., К вопросу о регулировании процессов с запаздыванием регуляторами с постоянной скоростью, Автоматизация тепловых процессов, Труды МЭИ, Госэнергоиздат, 1948 г.
 11. Герасимов С. Г., Основы теории приближенного метода расчета регулирования тепловых процессов, Научно-технический отчет ВТИ, ч. 1, 1946 г., ч. 2 и 3, 1947 г.
 12. Герасимов С. Г., Автоматическое регулирование барабанных котлов по системе ВТИ, Сборник ВТИ по авторегулированию котельных установок, Госэнергоиздат, 1949 г.
 13. Герасимов С. Г. и Миронов В. Д., Автоматическое регулирование прямоточных котлов Рамзина по системе ВТИ, Сборник ВТИ по авторегулированию котельных агрегатов, Госэнергоиздат, 1949 г.
 14. Гонек Н. Ф., Объекты регулирования „Точная индустрия“, № 1, 1938 г.
 15. Гонек Н. Ф., Теория и расчет двухступенчатого регулирования „Точная индустрия“, № 4 и 5, 1939 г.
 16. Миронов В. Д., К расчету процесса регулирования с запаздыванием регуляторами с постоянной скоростью и упругой обратной связью, „Известия ВТИ“, № 12, 1947 г.
 17. Дудников Е. Г., О некоторых особенностях регулирования с жесткой и упругой обратной связью, Автоматизация тепловых процессов, Труды МЭИ, Госэнергоиздат, 1948 г.
 18. Дудников Е. Г., Введение в теорию непрерывного регулирования с постоянной скоростью, „Автоматика и телемеханика“, № 6, 1939 г.

19. Козьмин А. П. и Чистяков С. Ф., Автоматизация теплосиловых установок, Госэнергоиздат, 1940 г.
20. Коллективный труд, Котельные установки, Госэнергоиздат, 1940 г.
21. Neumann Regler, Archiv f. d. Eisenhüttenwesen, 1932 — 1935, Mitt., 168, 171, 188, 193.
22. Rummel K., Основные законы регулирования, Archiv f. d. Eisenhüttenwesen, 1934 — 1935, Mitt., 210.
23. Система авторегулирования горения в пылеугольных барабанных паровых котлах типа ПМК — ВОТИ, 1937 г.
24. Стефани Е. П., Автоматическое регулирование отдельных тепловых агрегатов, Сборник ВТИ по авторегулированию котельных агрегатов, Госэнергоиздат, 1949 г.
25. Tolle M., Die Regelung der Kraftmaschinen, 1921 г.
26. Ундриц Г. Ф., Исследование электрического изодрома системы ВТИ. Кандидатская диссертация, ВТИ, 1946 г.
27. Чистяков С. Ф., К вопросу о расчете двухпозиционного регулирования температуры, Автоматизация тепловых процессов, Труды МЭИ, Госэнергоиздат, 1948 г.
28. Ziegler J. G. a Nichols N. B., Optimum settings for Automatic Controllers. Trans. ASME, № 8, 1942.
29. Ziegler J. G. a Nichols N. B., Praess Lags in Automatic Control Circuits, Trans. ASME, № 5, 1943.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- | | |
|--|--|
| <p>Астатическое регулирование 27</p> <p>Возмущающее воздействие (возмущение) 12, 13, 15</p> <p>Время изодрома 90</p> <p>— разгона регулируемого участка 16</p> <p>Двухимпульсный регулятор питания 296</p> <p>Двухпозиционное регулирование 36, 296</p> <p>Двухъёмкостный регулируемый объект 213, 214</p> <p>Декремент затухания 70</p> <p>Демпфирование импульса (регулятора, параметра) 23, 198</p> <p>Ёмкостное (переходное) запаздывание 211</p> <p>Жёсткая обратная связь 45, 46</p> <p>— связь 46</p> <p>Заданное значение регулируемого параметра 14, 23</p> <p>Запаздывание переходное (ёмкостное) 211</p> <p>— полное 211</p> <p>— чистое 211</p> <p>Зона нечувствительности регулятора 24</p> | <p>Изодромное устройство 49</p> <p>Импульсная трубка 308</p> <p>Компенсированное регулирование 309</p> <p>Коэффициент затухания 70</p> <p>— — при регулировании с постоянной скоростью 139, 147</p> <p>— — — — пропорциональной скоростью 72, 73</p> <p>— масштаба производной регулируемого параметра 54</p> <p>Кривая разгона (самовывравнивания) 17</p> <p>— — многоёмкостного (действительного) регулируемого участка 215</p> <p>Критерий устойчивости Гурвица 207, 208</p> <p>— — при регулировании с дополнительным импульсом от опережающей производной параметра 255</p> <p>— — — — — параметра 248</p> <p>— — — — — жёсткой связью 224</p> <p>— — — — — упругой связью 240</p> <p>Критическая связь 225</p> <p>Критический коэффициент масштаба производной 249</p> <p>Максимальное отклонение параметра 75</p> <p>— — — при регулировании с постоянной скоростью 136</p> |
|--|--|

- Малая автоматика прямого котла 303
- Многоемкостный (действительный) регулируемый объект (участок) 213
- Неравномерность регулирования (регулятора) 46
- Область, охватываемая регулированием 24
- Одноемкостный регулируемый участок 15
- Параметр (регулируемый) 10
- Переходное (емкостное) запаздывание 211
- Полное запаздывание 211
- Полувремя муфты (регулятора) 205
- Предварительная механическая синхронизация 306
- Предельная связь 228, 229, 235, 244
- скорость регулирования 236, 245
- Прерывистое регулирование 31, 32
- Приведенная скорость регулирования 26
- Приток (регулирующей среды) 9
- Производная (регулируемого) параметра 51
- Регулирование воздуха 293
 - пневматических мельниц 318
 - по производной параметра 55
 - пылеприготовительных систем 389
 - с дополнительным импульсом от производной параметра 51—53
 - — жесткой связью 45—47
 - — постоянной скоростью 131
 - — пропорциональной скоростью 69
 - — упругой связью 48, 49
 - топок со слоевым сжиганием 322
 - шаровых барабанных мельниц 314
 - шахтно-мельничных топок 320
- Регулируемый участок (объект) 9, 10
- Регулирующая импульс 23
 - орган 9
- Регулятор воздуха 292
 - впрыска 310
 - давления (топлива) 290, 291
- Регулятор питания 282, 293
 - процесса горения 282
 - разрежения (тяги) 291
 - температуры острого пара (впрыска) 310
 - топлива (температуры пара перед пароперегревателем) 303, 310
- Регуляторы прямого котла 300
- Самовыравнивания (разгона) процесс 11
- Скоростная газовая термопара 311
- Скорость изодрома 90
 - регулирования (закрытия) 25
- Статическая характеристика регулятора (регулирования) 45
- Степень затухания 38, 70
 - нечувствительности регулятора 16, 24
 - притока 14
 - протекания 24
 - самовыравнивания 9
 - связи 46
 - стока 14
- Сток (регулирующей среды) 9
- Термосигнальная трубка 307
- Упругая (обратная) связь 48, 49
- Уравнения регулирования второго порядка 69, 70
 - — с постоянной скоростью в отсутствии самовыравнивания 132, 133
 - — — — при наличии самовыравнивания 132, 133
 - — третьего порядка 95, 96
 - самовыравнивания 22
- Условия аperiodичности при регулировании с запаздыванием 233, 244
 - — — — постоянной скоростью 140, 148, 156, 157
 - — — — пропорциональной скоростью 72, 73
 - оптимальности процесса 233, 234, 244
- Функции затухания 109.
- Характеристика регулирующего органа 25
- Чистое запаздывание 211

21050
~~21160~~